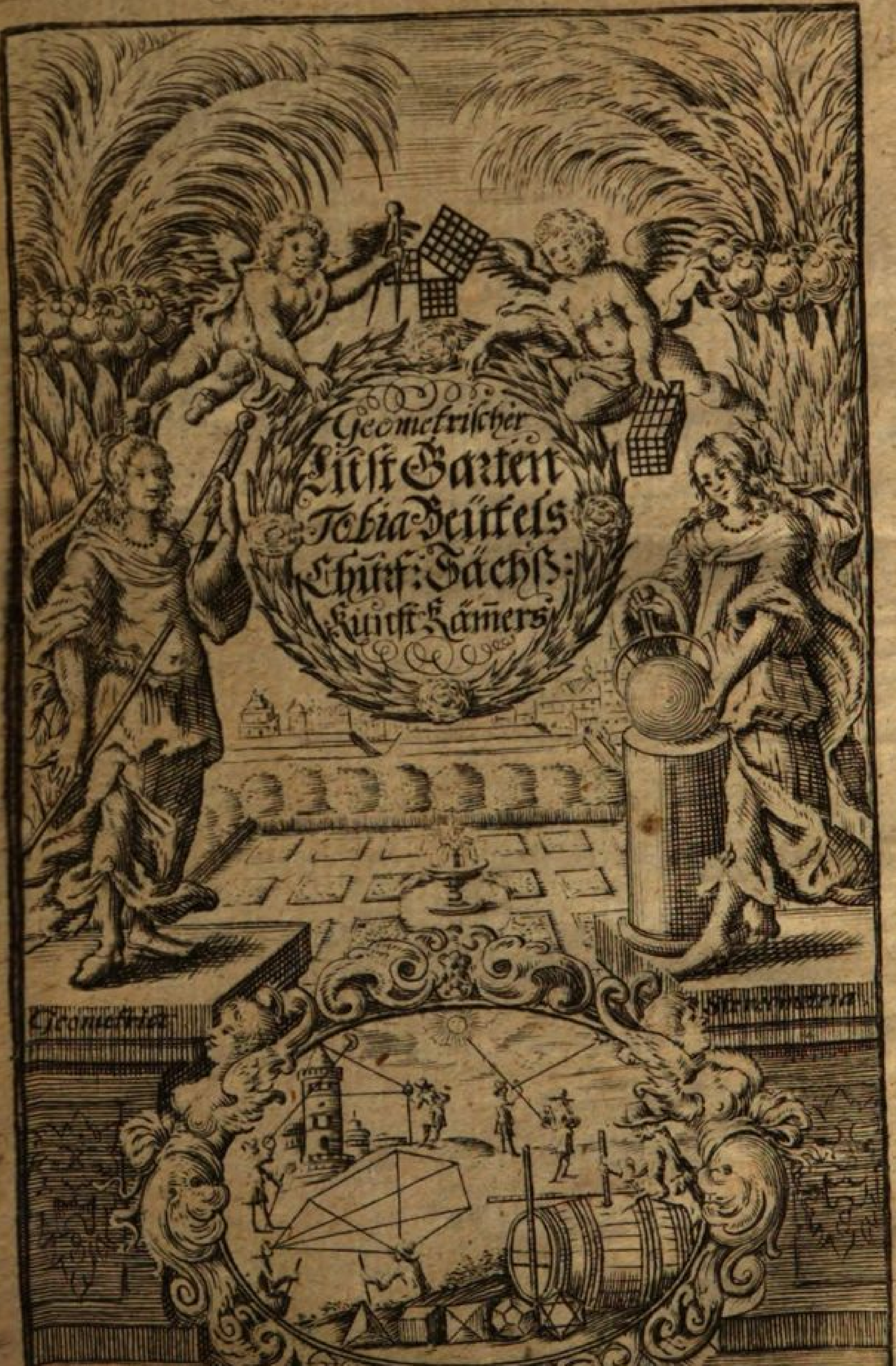

Geometrischer
Lust Garten
Tobia Beütels
Churf: Sächß:
Kunst Kämers
Geometria
Stereometria

Neu
Vermehrter und corrigirter, wie auch mit vielen auserlesenen schönen Quæstionibus
Geometrischer

Lust=Garten,

Darinnen die edle und höchst=nützliche schöne Kunst

GEOMETRIA

aus dem Euclide gepflantzt,
Abgetheilet in 2. Bücher, deren das erste de planis, das andere de solidis handelt,
Daraus man Feldmessen, den Gebrauch der Tabularum Sinuum, auch der Logarithmorum (so gantz herrl. vermehrt darzu kommen) Stereometriam, Visirkunst, Höhen, Tieffen, Weiten, Breiten, Felder, Wälder, Teiche, Wiesen, Gärten, Städte, Länder und cörperliche Dinge ausmessen kan,
Daran absonderlich eine herrlich schöne

Geometrische Gallerie

Mit lauter solvirten nutzbaren Quæstionibus, als ein annuthiger Spatzier=Gang angeleget,
Verfertiget von
Churfürstl. Durchl. zu Sachsen
Secretario, Mathematico und Kunst=K.
Tobias Beuteln.
Und zum siebenden mahl gedruckt
Mit Königl. Pohln. und Churfl. Sächs. allergnädigst:
PRIVILEGIO.

Leipzig, in Verlegung Joh. Christ. Tarnovii Erb. 1729

Kurtzer

Vorbericht.

WAs nachfolgends denen beyden Durchläuchtigsten Printzen zu Sachsen, rc. zuvor bey der dritten Edition einmahl dedicirt und zugeeignet, das soll nicht nur bey dieser Siebenden, sondern auch künfftig bey allen fernern Editionen dabey verbleiben, damit man iederzeit daraus sehe, wie sie nechst der Pietät zugleich auch herrliche gute Künste zu Ihrem unsterblichen Nachruhm geliebet, geübet und werth gehalten, und andere junge Herren, Fürstlichen, Gräflichen, Herrlichen und Adelichen Standes, nebenst andern generosischen, geschickten, tapfferen Ingeniis daran ein Exempel zu gleichmäßiger Ubung solcher herrlichen Künste nehmen mögen. Datum Dreßden Anno 1690.

Autor.

Im Nahmen JEsu!

Denen

Durchläuchtigsten Fürsten

und Herren,

Herrn Johann Georgen dem Vierdten,

Des Höchstlöblichsten Chur-fürstenthums Sachsen, Erb- und Chur-Printzen,

Und

Herrn Friedrich Augusto,

Beyden Herren Gebrüderen und Hertzogen zu Sachsen, Jülich, Cleve und Berg, Landgrafen in Thüringen, Marggrafen zu Meissen, auch Ober- und Nieder-Laußitz, Gefürsteten Grafen zu Henneberg, Grafen zu der Marck, Ravensberg und Barby, Herren zu Ravenstein, rc.

Meinen Gnädigsten Herren.

Durchläuchtigste Printzen,
Gnädigste Herren.

Es mag das uhralte hohe Königliche, Chur- und Fürstl. Hauß Sachsen gar füglich einem der allerschönsten, fürtrefflichsten und fruchtbarsten Gärten der gantzen Welt verglichen werden, indem schon vor und nach Christi Geburt, biß auf den grossen Wiedekind, darinnen viel hohe Königliche Stäm̃e, und nach demselben dergleichen hohe Christliche Potentaten, Chur- und Fürsten, und fürtreffliche Printzen, als die allerherrlichsten und fruchtbarsten Bäume gestanden und gepflantzt gewesen, daß dieser hohe Königliche, Chur- und Fürstliche Garten, an

seinen hohen fruchtbaren Bäumen, (bekañter massen) nun schon biß an die 2000. Jahr in seinem flore erhalten, und nächst dem Gedeyen, so GOTT der Allerhöchste zu dem Pflantzen und Begiessen desselben gegeben, so lange Zeit durch Scepter und Schwerdt, und durch die, wider gifftige Anfälle, darein gepflantzte grüne Raute, beschirmet worden, auch verhoffentlich biß an den Jüngsten Tag in dieser Welt durch göttl. Schutz ferner bestehen, und alsdenn nach dieser Zeit mit denen, so darinnen wie die Bäume an den Wasserbächen gepflantzt gewesen, und ihre Früchte zu rechter Zeit gebracht haben, in den ewigen himmlischen Paradieß-Garten versetzet werden wird.

Wann dann Sie, Durchläuchtigste Printzen, in diesem hohen Königlichen, Chur- und Fürstlichen Gar-

Garten (GOtt Lob!) schon dergleichen herrliche Bäume sind, die ihre rühmliche Früchte an wahrer Gottesfurcht und Hoch-Fürstlichen herrlichen Tugenden an sich haben, und von sich leuchten lassen, auch darunter absonderlich herrlichen guten Künsten ergeben sind, und dieselben nicht nur mit Lust üben und gnädigst lieben, sondern auch wohl verstehen, und unter solchen guten Künsten die Mathematischen nicht vor die geringsten, sondern vor die vornehmsten zu achten, welche auch bey denen Heyden schon vor alter Zeit dermassen hochgehalten, daß, wie man von den Egyptiern und andern Völckern lieset, bey ihnen keiner zum Priesterthum, bey denen Lacedämoniern keiner zum Regiment, und bey den Persern keiner zum Königreich würdig geachtet,

tet worden, der Mathesin nicht verstanden, welches wir Christen aus dem Grunde und Brunquell aller Weißheit der Heil. Schrifft noch besser als die Heyden daraus abnehmen können, wenn wir nur den Mosen aufschlagen, und darinnen ansehen, was vor ein vielfältiges Zählen unter dem Volcke GOttes, und Ausmessen in Austheilung der Lande vorgegangen, zu geschweigen der Patriarchen und Ertzväter Alter und Jahre, und der Zeit-Rechnungen, auch desjenigen selbst, was im Buch der Weißheit von GOtt gesagt wird:

Pondere, Mensura, Numero Deus omnia fecit.

Auch der Imperator in seinem Corpore Juris, wenn er Justitiam also definirt: Justitia est constans & perpetua voluntas JUS SUUM CUIQUE TRIBUENDI. Nothwen-

swendig Mathesin, und absonderlich ietzt-gedachte dreyfache Regul, nach welcher GOtt Himmel und Erden gemacht, mit einschleußt, ohne welche niemanden sein Jus gebührlich kan tribuirt werden; Sintemahl das jus tribuendi und einem ieden das Seinige rechtmäßiger Weise zuzutheilen geschehen muß, entweder im rechten GEWICHT, (wie zum Exempel, keiner Gold oder andere in der Schwere bestehende Dinge leicht ungewogen nimmt) oder im MAAS (deren unzählich viel, und darunter nach der herrlichen Geometria einem ieden sein gebührend Stücke Land oder Feld künstlich ausmessen, und richtig zuzutheilen, mit begriffen) oder in ZAHL, da man einem ieden das Seinige, was ihm GOTT und die Rechte gönnen, und von ein oder andern zu ersetzen ist, durch richti-

ge Rechnung tribuiren muß. Anderer Nothwendigkeiten der Mathesis durch alle Stände der gantzen Welt und auf Erden um Kürtze willen hier nicht zu gedencken, und darunter dessen mit zu geschweigen, wie nothwendig auch diese Dinge seyn, solche zu Erforschung des Himmels-Lauffs zu gebrauchen.

In welchen herrlichen Künsten denn Sie, Durchläuchtigste Printzen, schon (als obgedacht) rühmliche Erfahrung haben: Eure Chur-Printzl. Durchl bey ihrer Pietät und andern hohen Chur-Printzlichen Tugenden, nebenst der heilsamen Justitz ohne Zweiffel zu Austheilung Gericht und Gerechtigkeit, zugleich auch den Bedürffenden obgemeldten dreyfachen göttlichen Maaß-Stab (Pondere, Mensura, Numero) schon mit auf den

zwei-

weisen Salomons Gerichts-Stul (dahin Eu. Chur-Printzl. Durchl. höchst-geehrtester Herr Vater, der Durchläuchtigste, des heiligen Römischen Reichs Ertz-Marschall und Chur-Fürst zu Sachsen, auch Burg-Graf zu Magdeburg etc. Hertzog Johann Georg der Dritte, etc. Sie allbereit neulichst gesetzt, wenn Sie in den hohen Justitien-Rath, als Durchläuchtigster Chur-Printz denen Churfürstl. Herren Cantzler und Räthen gnädigst præsidirt und Session zu halten angefangen: Worzu Eu. Chur-Printzl. Durchl. ich hiermit unterthänigst viel Glück und Heil, und alles Chur-Printzl. hohe, zeitliche und ewige Wohlergehen, auch Land und Leute mit Gericht und Gerechtigkeit viel lange Zeit löblich und wohl regieren zu helffen, anerwünsche) mit sich genommen, und bey sich getragen.

Als habe, Durchlauchtigste Printzen, Euren Durchlauchtigkeiten aus unterthänigster Wohlmeynung gegenwärtigen meinen Geometrischen Lust-Garten bey dieser dritten Edition daher, weil sie solche gute Künste rühmlichst verstehen und gnädigst lieben, ich hiermit dediciren und zuschreiben wollen: Dieser ist gegründet auf die wahren Euclideischen principia und fundamenta; Sintemahln (wie E. Chur-Printzl. Durchl. neulichst aus meinem unterthänigsten Bericht gnädigst ersehen) es mit denen mathematischen principiis die Beschaffenheit hat, daß wie einer, der ein rechter Theologus seyn will, zum Fundament die Bibel, der Jurist das Corpus Juris, der Medicus Galenum und Hippocratem, also auch der Mathesin übt, zum Fundament Euclidem haben muß,

wel-

welcher in dergleichen fest gegründeten unumstößlichen Propositionibus, Problematibus, und Theorematibus bestehet, denen kein Mensch widersprechen kan, also, daß die hierinnen gegründete Disciplinen und Künste, ob sie wohl der Euclides als ein Heyde bey sich in zerbrechlichem Gefäß getragen, unzweiffentlich als gute Gaben von GOtt dem Allmächtigen herrühren, und etwan von den Ertz-Vätern (wie denn Abraham, als beym Josepho zu lesen, den Egyptiern Arithmeticam und Astronomiam gelehrt) mit unter die Heydnischen Philosophos kommen, massen man dem Aristoteli Schuld giebt, daß derselbe ebenfalls viel von des Salamonis Weißheit aus manuscriptis, so in seine Hände gerathen, gezogen, und in seine Bücher mit einverleibt haben solle: Um wel-

ches willen, und weil dieser mein Tractat in der Geometria also auf unumstößliche richtige principia mathematica gegründet, auch gantz methodice beschrieben worden, derselbe bißhero gar weit hin und wieder verführet; und sonderlich bey jungen Herrschafften, Herrlichen, Adelichen, und andern dergleichen Personen gebraucht worden, die solche von GOtt herrührende herrliche Künste lieben, wie man mich neulichst berichtet, daß er in Frantzösische Sprache übersetzt sey. Mehr aber, Durchläuchtigste, gnädigste Printzen und Herren, wird solcher, wegen Dero Durchlauchtigste Namen als tapfferer, Kunst- und Tugend-liebender Printzen, die selbst solche herrliche Künste verstehen, und gnädigst lieben, geachtet werden:

Deßwegen ich unterthänigst bitte, solches in Gnaden zu vermercken, und meine gnädigste Printzen und Herren zu verbleiben, als wie ich nächst Göttlicher Empfehlung Zeit Lebens bin

Eurer Durchlauchtigkeiten

Datum Dreßden,
Esto mihi den 1.
Martii Ao. 1685.

Unterthänigster
gehorsamster

Tobias Beutel, S.M. und KK.

Vorrede über diesen Lust-Garten, und Anreitzung zur Ubung dieser herrlichen schönen Kunst Geometriæ.

Wie hoch, günstiger Leser, die edle Kunst Geometria unter der Mathesi vor Alters fast von allen Völckern gehalten worden, bezeugen gnugsam die Historien, und aller Mathematicorum scripta.

Bey den Egyptiern wurde keiner zum Priester, bey den Lacedæmoniern keiner zum Regiment, und bey den Persis keiner zum Könige erwählet, der Mathesin, und darunter insonderheit Arithmeticam und Geometriam nicht verstanden, denn diese Völcker hielten davor, daß solche Leute vel ob desidiam, vel fatalem genii & indolis tarditatem, und als degeneres mundi incolæ, nomina seculo inficianda, hostes bonæ mentis, propudia, portenta & abortus literarum (wie solches alles anführet Herr Doctor Laurenberg in der Dedication seiner Institutionum Arithmeticarum an Hertzog Friedrichen zu Hollstein) von solchen Ehren-Aemtern abzuhalten wären.

Darum auch Plato hat pflegen über sein Auditorium zu schreiben: οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Nemo Geometriæ ignarus introeat, das ist, niemand solle in sein Auditorium eingehen, der Geometriam nicht verstünde. Fast dergleichen lieset man auch von dem Xenocrate Chalcedonensi, daß er einen Unerfahrnen der Geometriæ, so in sein Auditorium gehen wollen, mit diesen Worten abgewiesen: Abi Philosophiæ ansam non habens.

Quintilianus hat im 1. Buch am 17. Cap. beschrieben, wie diese herrliche Kunst sonderlich teneræ ætati oder der Jugend, deren animos und Ingenia zu acuiren, und zu andern Sachen dadurch desto hurtiger und fertiger zu machen, auch sonst vielen andern Ständen nöthig und nützlich sey.

Weder der geistliche noch weltliche Regier- oder Haußstand können dieser artium entbehren, und daß ich ietzo hier nicht von der Arithmetica sage, welches schon an seinem Ort geschehen, sondern bey der Geometria, die ich ietzt vor mir habe, bleibe; Wo wolte der Geistliche, ein Exempel zu geben, die Müglichkeit, sonderlich wider einen Unglåu-

gläubigen und Heyden erweisen, daß in den Kasten Noä so vielerley Thiere hätten gehen können, wenn solches nicht per demonstrationes Geometricas geschehen solte?

Wie wolten ferner Fürsten und Herren die Abtheilung ihrer Lande wissen, oder zu Kriegs-Zeiten ihre Lager, Schantzen und Festungen abstechen, messen, eintheilen und bauen lassen, auch alle andere Regenten, hohe und niedrige Officirer und Befehlichshaber, Richter und Beamte, in streitigen Sachen der Gräntzen, Reine und Mahlsteine, Felder und Wälder Justitiam distributivam administriren, und dergleichen Streit-Sachen entscheiden können, wenn sie nicht Geometriam hätten.

Welcher Hauß-Vater und Landmann wolte wissen, wie weit seine Aecker, Gehöltze, Trifften und Fluhren giengen, oder ob ihm daran etwas abgepflüget, oder sonst entzogen, wenn es Geometria nicht lehrete?

Ja, welcher Künstler wolte etwas perfectes und in rechter proportion verfertigen, wenn er denselben nicht seine gewisse Maaß geben solte? Wie denn zugleich auch fast alle andere mechanische Künste, und nur

ge-

gemeine Handwercke aus der edlen Geometria herfliessen, und die Kunst- und Meisterstücken nach derselben ihre Geschicklichkeit haben müssen, da denn der Werckmann, seiner Gewohnheit nach, und wie er es etwa in seinen Lehr-Jahren, oder auf der Wanderschafft begriffen, ein Ding zwar hinmacht, der tausende aber nicht bedenckt oder versteht, daß es alles eben aus diesem fundamento der Geometriæ, und zwar ursprünglich aus der dreyfachen Regul und Richtschnur des grossen Baumeisters Himmels und der Erden, nehmlich pondere, mensura, numero DEVS omnia fecit, GOtt hat alles mit Zahl, Maaß und Gewicht erschaffen, herfleußt: Wie denn der allweise und allmächtige grosse HErr und Schöpffer aller Dinge so wohl Macrocosmum die grosse Welt, als Microcosmum die kleine Welt, den Menschen, nach solcher Regul proportioniret und erschaffen: An einem Menschen findet sich eine solche Symmetria membrorum, daß man sich darüber verwundern muß, wie man darüber besehen kan Vitruvium und Durerum.

In Summa, wenn wir nechst GOttes

Wort die edle Kunst Geometriam nicht hätten, so würden wir eben in solcher Confusion und Ungeschicklichkeit unter einander leben, wie die rauhesten Indianer, denn wir würden solcher gestalt auch nicht Astronomiam, welche nicht allein ihr Fundament ex observatione motuum, sondern auch aus deren dimensione und Ausmessung nimmt, haben, und Zeit und Jahre darnach recht unterscheiden können.

Darum GOtt billich hertzlich dafür zu dancken, daß er uns nechst seinem heiligen Göttlichen Wort auch dergleichen schöne Künste und Gaben verliehen.

Mit was vor Danck aber wir solches erkennen, und wie werth die Geometria bißhero bey uns gehalten, oder wie fleißig sie geübt worden, das ist leider! mehr als zu viel am Tage, also, daß ich wohl mit Wahrheit sagen kan, daß der tausende nicht einmahl versteht, was Geometria sey.

Bißweilen ist der Mangel an bequemen, deutlichen u. leichtverständigen Compendiis und Handbüchern, darinnen solche artes kurtz und methodice tractirt und beschrieben werden. Diesem letztern zu helffen, hab ich in

An-

Ansehung meines Berufs und Bestallung (indem mein gnädigster Churfürst und Herr bey dero Kunstkamer mir dieselbe unter andern vornehmlich auf das studium mathematicum richten lassen, und weil ich auch an der Kunstkammer dergleichen Officin und Werckstatt, und dabey solche adminicula habe, die man anderer Orten so nicht haben kan) diesen gegenwärtigen Tractatum Geometricum nicht ohne sonderbare Mühe und Fleiß aufs kürtzeste elaboriret, und dem Lande zum besten geschrieben, und also eingerichtet, daß iederman, Adel und Unadel, auf Universitäten Studirende, oder zu Hause unter der Privat-Instruction oder sonsten vor sich lebende, und darunter insonderheit junge Leute, denselben zur Unterweisung gebrauchen können, und zwar so habe ich in dispositione desselben darauf gesehen, daß wie der allerscharffsinnigste und fürtrefflichste Mathematicus Euclides (daraus ich meine fundamenta genommen) seine funffzehen Bücher in 3. Theile unterscheidet, indem er in den ersten 6. Büchern Geometriam, in den folgenden 3. Arithmeticam, und in den übrigen letzten (darzu er in dem zehenden

Bu-

Buche mit darzu gehörigen Linien den Anfang macht) Stereometriam tractirt, und aber Arithmeticam ich schon zuvor in Druck gegeben, daß ich also auch nun vollends die übrige beyden Theile, nehmlich Geometriam und Stereometriam daraus practice beschreiben möchte, welches also durch GOttes Hülffe geschehen, da ich nehmlich in diesem eintzigen Tractatu des Geometrischen Lust-Gartens (den ich in zwey Bücher getheilt) Geometriam und Stereometriam beschrieben und gelehrt, und jedes Buch davon besondern in 6. Theile unterschieden, also, daß um solcher guten Ordnung und Disposition willen dasjenige, was daraus geübt wird, desto besser behalten werden kan.

Will nun einer hierüber auch noch den Euclidem darneben durchlauffen, und in den Propositionibus desselben über die Problemata auch die Theotemata mit ihren Demonstrationibus noch absonderlich üben, steht es zu eines ieden Beliebung; Ich habe hier so viel geschrieben, und in diesem Lust-Garten, dem Publico zu Dienst, so viel schöner Geometrischer Früchte gepflantzt, daß einer daraus derselben gar gnugsam brechen kan, und daß ich hier mehr einzuverleiben nicht vor nöthig erachtet, denn derjenige, so zuförderst Arithmeticam und hernach auf diese Maasse Geometriam geübt, nicht allein die Nutzbarkeit, so eine iede dieser Künste vor sich selbst hat, daraus empfinden, sondern auch hernach mit GOttes Hülffe zu Ubung aller anderer Artium geschickter seyn wird.

Davon künfftig ein mehrers.

GOtt allein die Ehre!

Das
Erste Buch
DE PLANIS.
Oder
Von flachen Figuren.

Die edele Geometria wird vornehmlich in 2. Theile unterschieden, der erste Theil de Planis oder Superficiebus, davon diß erste Buch handelt, wird propriè Geometria, und der andere Theil de corporibus oder Solidis, davon das andere Buch handelt, wird Stereometria genannt.

Der erste Theil
Des ersten Buchs
begreifft in sich
DEFINITIONES,
Das ist:
Kurtze Erklärungen derer Dinge, so in der Geometria vorkommen.

1. Geometria.

Geometria ist eine Scientz wohl zu messen, hat den Nahmen vom Griechischen composito γεωμετρεῖν, zu teutsch Erdmessen, denn γῆ heist in Griechischer Sprache Terra, Erde, und μετρεῖν mensurare messen, wird aber allhier per Synecdochen in seiner Bedeutung amplirt, weil Geometria nicht allein von der Erdmessung handelt, sondern von Messung einer iedweden Grösse.

2. Subjectum Geometriæ.

Subjectum Geometriæ ist magnitudo oder quantitas continua, das ist, eine iede einzelne Grösse, so ihre Maaß in die Länge, in die Länge und Breite, oder in die Länge, Breite und Dicke hat.

3. Punctum.

Punctum Geometricum ist ein untheilbares Düpfflein, und wird hier kein Punctum Physicum, so man mit der

Krei-

Kreide oder Feder macht, sondern dergleichen Punct verstanden, quod mente tantum concipitur, so allein mit dem Gemüth gefasset wird, und in der Geometria das allerkleineste quantitativum und Anfang ist, als wie in der Arithmetica die unität, und in physicis atomon, oder das allergeringste Ståublein.

4. Linea.

Linea ist eine Långe oder Breite, es sind aber bey denen Mathematicis dreyerley Linien, recta, circularis und mixta oder curva.

5. Lineæ Parallelæ.

Parallel-Linien sind, so auf einen ebenen Platze in gleicher Weite von einander liegen.

6. Superficies.

Superficien sind, die allein Lången und Breiten haben.

7. Superficies plana.

Eine ebene Flåche liegt zwischen gleichen Linien, und wird sonsten von denen Mathematicis nur planum genannt.

8. Extrema Superficierum.

Das äuserste von den superficiebus sind Linien.

9. Rectilineus angulus.

Ein rechtlinischer Winckel wird gemacht von zweyen geraden Linien, ein krumlinichter aus zweyen krummen, und ein mixtus oder vermischter aus einer krummen und rechten Linien.

10. Rectangulus.

Wenn eine gerade Linie auf einer andern geraden oder rechten Linien stehet, und machen im Anrühren die Winckel auf beyden Seiten gleich, so sind solche beyde Winckel winckelrecht.

11. Angulus obtusus.

Ein stumpffer Winckel ist der, so grösser ist, als ein rechter Winckel.

12. Angulus acutus.

Ein scharffer Winckel ist der, so kleiner ist, als ein rechter Winckel.

13. Terminus.

Das extremum oder äuserste, damit etwas beschlossen, oder geendet, wird Terminus genannt.

14. Fi-

14. Figura.

Eine Figur ist, welche mit einem oder mehr Enden beschlossen.

15. Circulus.

Ein Circul ist eine ebene flache Figur mit einer gebogenen Linie peripheria circumferentia, oder Umkreiß genannt, in welchen alle Linien vom Mittelpunct biß an den Umkreiß gezogen, einer Länge sind.

16. Centrum circuli.

Der Mittelpunct des Circuls wird centrum circuli genannt.

17. Diameter.

Diameter circuli ist eine gerade Linea, so mitten durchs centrum gehet, und mit beyden Enden die circumferentz berühret, auch den Circul in 2. gleiche Theile theilet; Semidiameter ist die Helffte derselben, vom centro biß an die circumferentz gezogen.

18. Segmentum circuli,

Ein Theil oder Stück des Circuls ist

eine Figur mit einer geraden Linea, und einem Theil von der circumferentz des Circuls beschlossen.

19. Figuræ rectilineæ.

Rechtlinische Figuren sind die, so von geraden Linien beschlossen.

20. Triangulum æquilaterum.

Eine Figur mit drey gleichen Seiten wird genannt æquilaterum triangulum.

21. Isosceles.

Ein Triangel, so nur 2. gleiche Seiten hat, wird Isosceles genannt.

22. Scalenum.

Ein Triangel, so 3. ungleiche Seiten hat, wird Scalenum genannt.

23. Orthogonium sive rectangulum.

Ein Triangel, so einen rechten Winckel hat, wird genannt orthogonium oder rectangulum.

24. Amblygonium.

Ein Triangel, so einen weiten Winckel hat, wird ein stumpff-wincklichter Trian-

Triangel obtusum oder amblygonium genannt.

25. Oxygonium.

Ein Triangel, so drey scharffe Winckel hat, wird oxygonium scharffwincklich genannt.

26. Quadratum.

Ein Quadrat ist eine Figur, mit vier gleichen Seiten und vier rechten Winckeln.

27. Oblongum.

Eine länglicht Vierecke ist das, so vier gleiche Winckel hat, aber nicht gleiche Seiten.

28. Rhombus.

Eine schräge Vierung, so vier gleiche Seiten, aber keinen rechten Winckel hat, wird Rhombus genannt.

29. Rhomboides.

Eine schräge verlängte Vierung, so sie 2. Seiten und Winckel gegen einander über gleich hat, wird Rhomboides genannt.

30. Trapezia.

Alle andere ungeſchickte Vierungen, auſſer der ietzt erzehlten, werden Trapezia genannt.

31. Parallelogrammum.

Parallelogrammum iſt eine vierſeitige Figur, deren 2. gegen einander über geſetzte Seiten parallel ſind, oder in gleicher Weite von einander ſtehen.

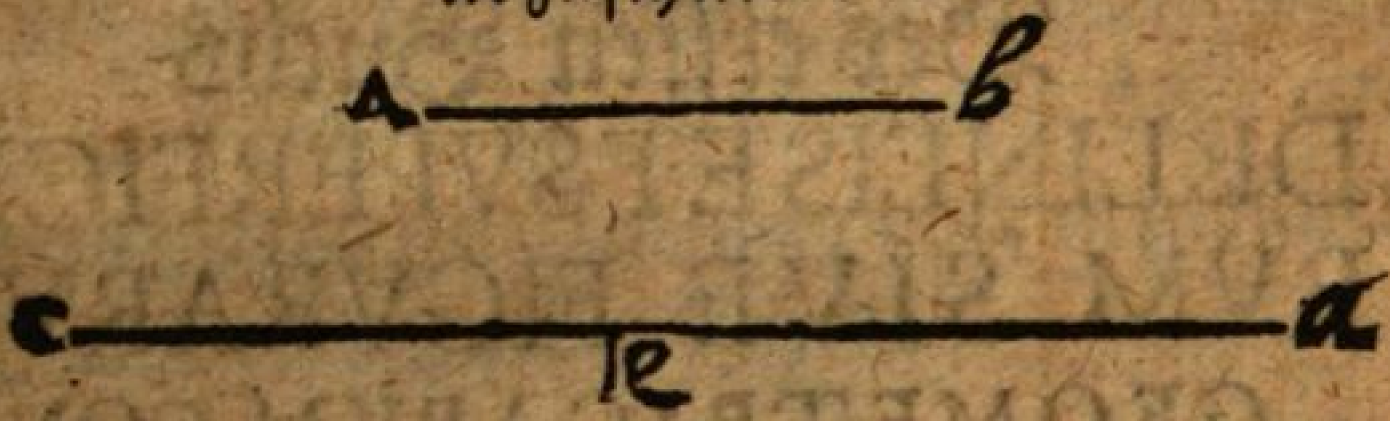
32. Multilateræ figuræ.

Vielſeitige Figuren ſind, ſo mit mehr denn vier Linien umfangen.

Der andere Theil
Des ersten Buchs
DE LINEIS ET SUPERFICIERUM SIVE FIGURARUM GEOMETRICARUM CONSTRUCTIONE,
Von Linien und Aufreissung flacher und Geometrischer Figuren.

Die 1. Fürgabe.

Eine kleinere Lineam von einer grössern abzuschneiden.

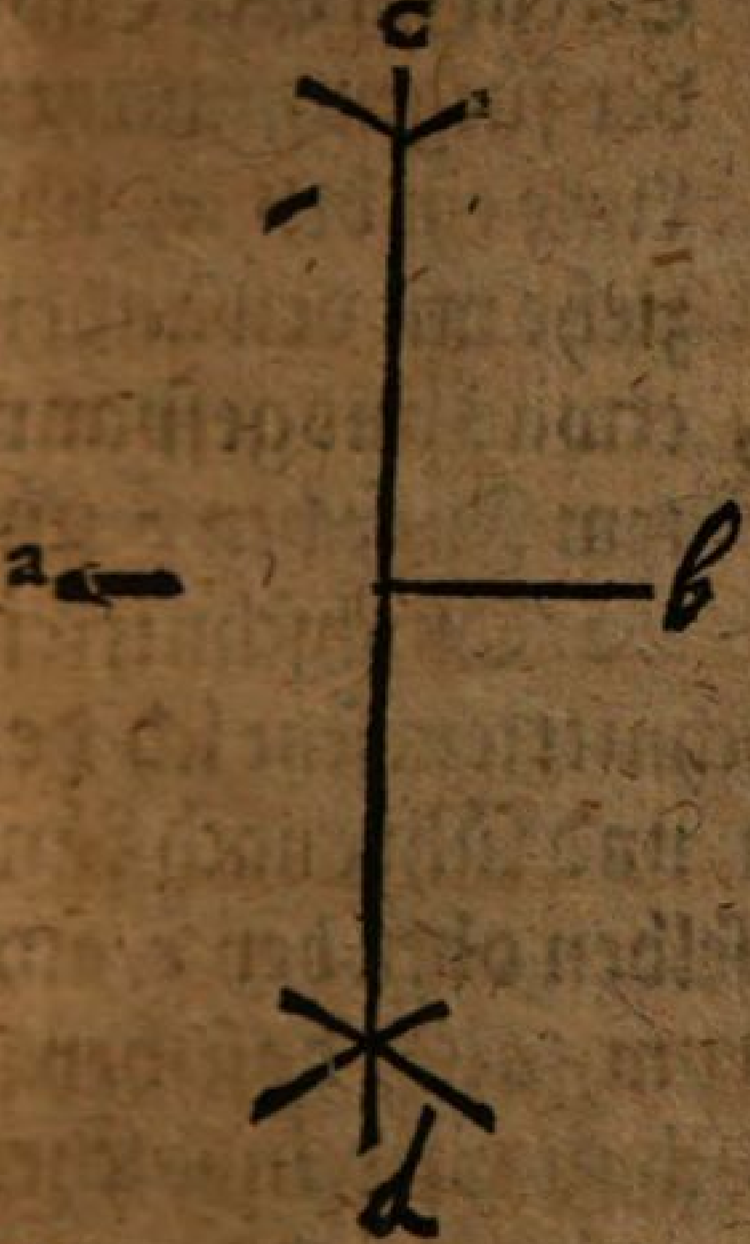


MAn nimmt die Länge der kleinern Linien *ab* mit dem Circul ab, setzt darauf den einen Fuß des Circuls an dem einen Ende der grössern Linien ein bey *c*, und zeicht mit dem andern Fuß herum bey *e*, so ist von *c* biß *e* ein Stück der kleinern Linien gleich abgeschnitten, vermöge der 3. Propos. des 1. Buchs Euclidis.

Die 2. Fürgabe.

Eine fürgegebene gerade Lineam in 2. gleiche Theil zu schneiden.

DEn Circul an beyden Enden der fürgegebenen geraden Linien *ab* aufgesetzt,

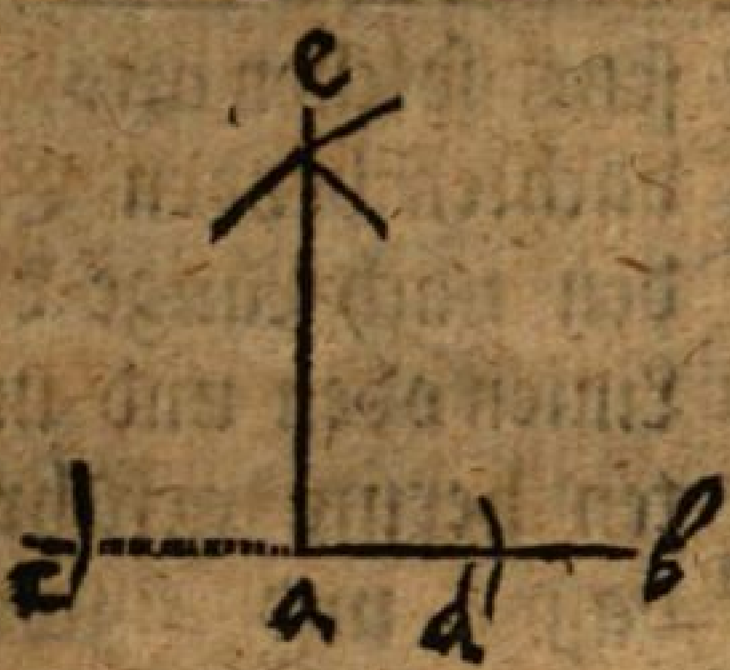


setzt, solchen aus gedachten beyden Enden nach Länge der Linien oben und unten herum geführt, daß *c* und *d* zwey Durchschnitlein des Circuls werden, auf solche Durchschnitte ein Linial gelegt, und durch dieselben über die Lineam *a b*, eine blinde Lineam *c d* gezogen, so wird dieselbe Linea *a b* in 2. gleiche Theil zerschnitten, nach der 10. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Die 3. Fürgabe.

Auf eine fürgegebene gerade Lineam eine Perpendicular-Lineam stellen.

DIe fürgegebene Linea ist *a b*. Wenn die Perpendicular-Linea auf dieselbige zu Ende gestellet werden soll, so erlängere ich die fürgegebene Lineam *a b* durch eine blinde Lineam biß über *c*, und setze den Cir-

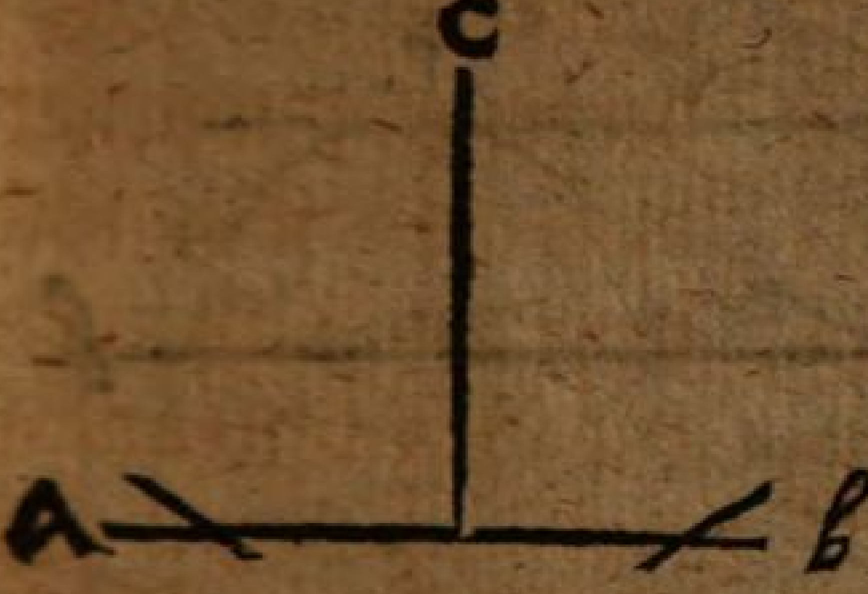


Circul an dem Ende der fürgenommenen Linie ein bey *a*, und ziehe mit den andern etwas ausgespanntem Fusse bey *c* und *d* 2. Durchschnitlein *c d*, in solche Durchschnittlein setze ich den Circul aufs neue ein, und führe nach Länge der Linien *c d* denselben oben bey *e* aus beyden Enden *c d* herum, also, daß bey *e* wiederum ein Circulschnit wird, in solchen und auf den Punct *a* ein Linial geleget, und die Lineam *a e* gezogen, so ist solche die begehrte Perpendicular-Linea. Von dergleichen handelt die 11. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Die 4. Fürgabe.

Auf eine gerade Lineam aus einem über derselben fürgegebenen Punct eine Perpendicular-Lineam zu stellen.

DIe Linea ist *a b* der Punct *c*, man setzt nur den Circul mit dem einen Fusse in den Punct *c* ein, mit dem andern denselben



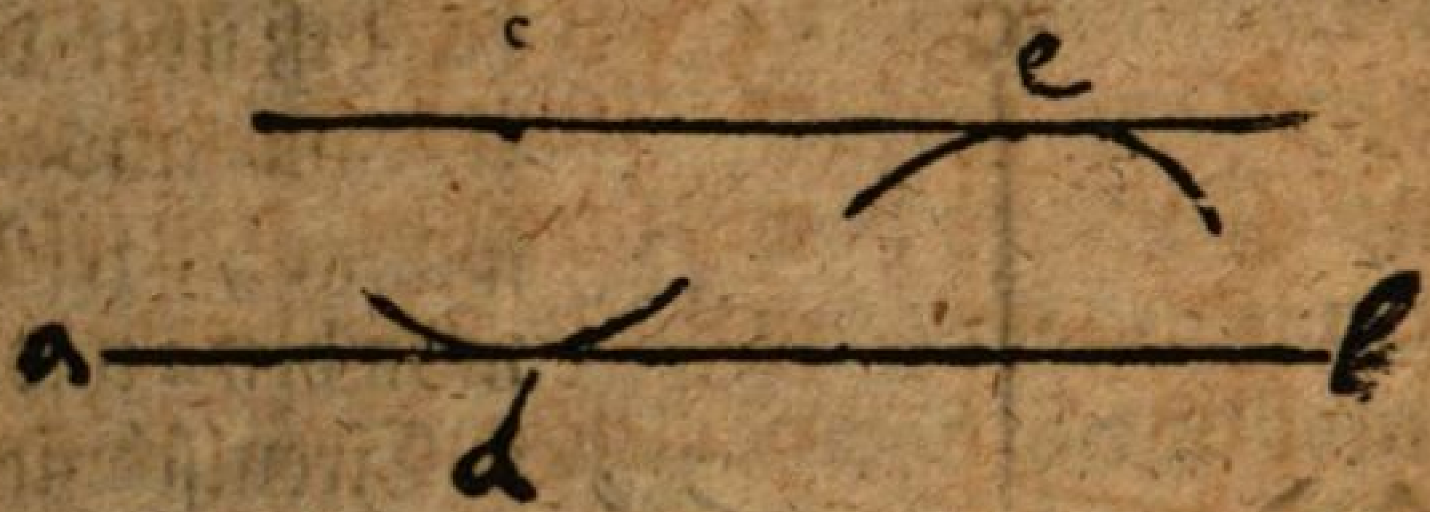
ben biß über die Lineam ausgespannt, zeicht man bey *a* und *b* 2. Circulschnittlein, in solche setzt man den Circul aufs neue ein, und zeicht unten zwey

durchschneidende Circulstücklein bey *d*, auf derselben Mittel und oben in den Punct *c* das Lineal angelegt, und eine Lineam biß auf die unterste Lineam *a b* gezogen, so ist der Fürgabe ein Genügen gethan, nach der 12. Proposition des 1. Buchs Euclidis. Wäre aber die Linea *a b* zu kurtz, oder der Punct zu weit seitwärts gesetzt, so könte man die vorgegebene unterste Lineam eine blinde Lineam erlängern, und darnach operiren.

Die 5. Fürgabe.

Mit einer vorgegebenen geraden Linie eine andere durch einen gegebenen Punct parallel zu ziehen.

Die



DJe fürgegebene Linea ist *a b*, eine andere mit derselben parallel zu ziehen, mag man davon einen Punct nehmen, weit oder enge, nachdem man die Parallel-Lineam haben will, dieser sey allhier bey *c*, mit dem Circul die Weite vom Punct biß zur Linea *ab* durch Anrührung des kleinen Circulbogens in *d* genom̃en, hernach den Circul auf der Linea *a b* an einem andern Orte in *b* aufgesetzt, und bey *e* gleicher gestalt einen kleinen Circulbogen gemacht, darauf über diesen und durch den fürgegebenen Punct *c* eine Lineam gezogen, so ist dieselbe mit *a b* parallel, vermöge der 31. Proposit. des 1. Buchs Euclidis.

Die 6. Fürgabe.

Eine vorgegebene gerade Lineam in etliche gleiche Theile zu theilen.

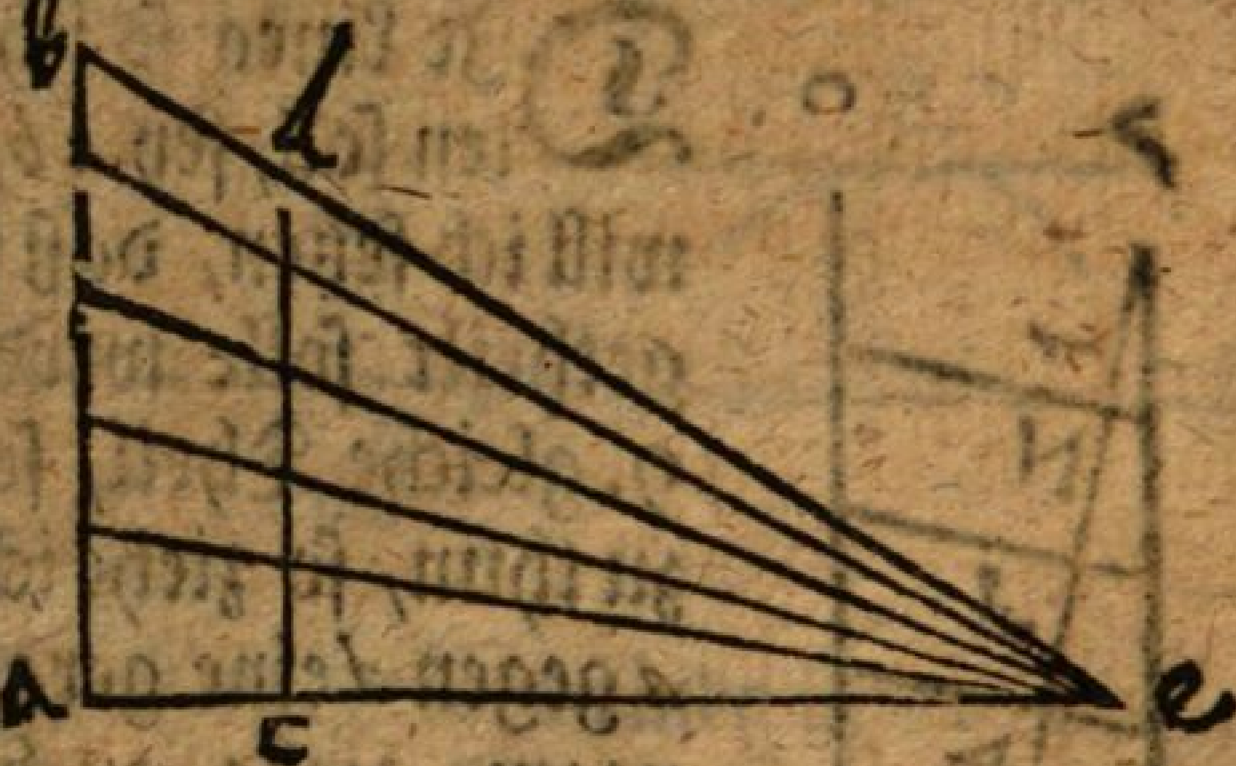
Die

DJe Linea, so ich theilen soll, sey *a b*, nun will ich setzen, daß solche getheilt solle werden in 9. gleiche Theil, solches zu thun, so ziehe ich aus *a* gegen *d* eine gerade Lineam, ziehe auch eine aus *b* gegen *c*, so mit *a d* parallel lauft, nun theile ich *a d* in 9. Theile weniger eins, das ist in 8. anfahende bey *a*, theile auch *b c* in so viel Theil von *b* gegen *c*, und ziehe solche Theile über die Lineam *a b* zusammen, so schneidet sich gemeldte Linea *a b* in begehrte 9. Theil nach der 10. Proposition des 6. Buchs Euclidis.

Die 7. Fürgabe.

Nach einer fürgegebenen abgetheileten geraden Linea eine andere in gleiche Proportion zu theilen.

DJe fürgegebene abgetheilete Linea sey

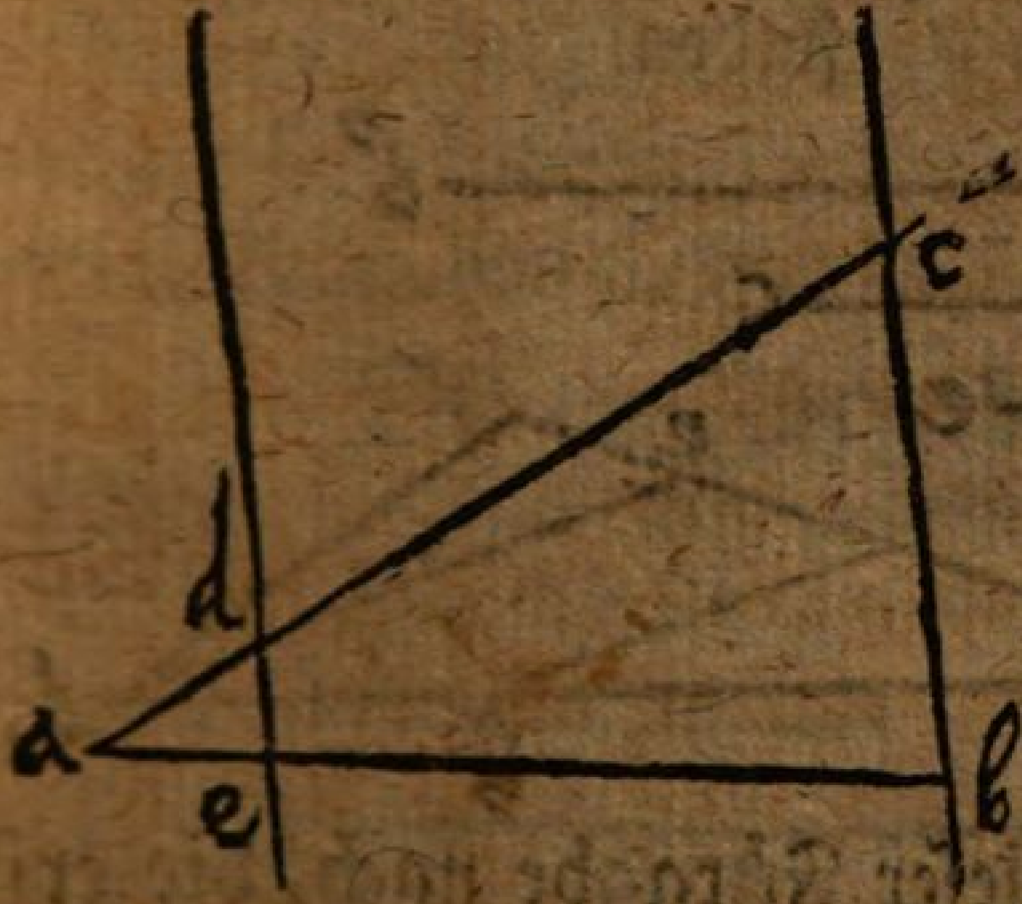


ab, diese ist in 5. unterschiedene ungleiche Theile vertheilt, daß nun die Linea *cd* begehrter massen eben auch eine solche Abtheilung bekomme, so thue ihm also: Ich stelle beyde Linien auf eine andere Lineam *ac* perpendicular, ziehe *ab* und *ae* mit einer andern Linea *be* zusammen, daß die Linea *dc* gleich oben am Ende damit berührt werde, nun ziehe ich aus der Linea *ab* von allen Puncten derselben biß in den Puncte *e* Linien, diese theilen die Lineam *cd* in begehrte Theile, welches seinen Beweiß und demonstration hat aus der 4. Proposition des 6. Buchs Euclidis.

Die

Die 8. Fürgabe.

Von einer fürgegebenen Linea ein Theil oder Stück abschneiden, wie man es begehrt.

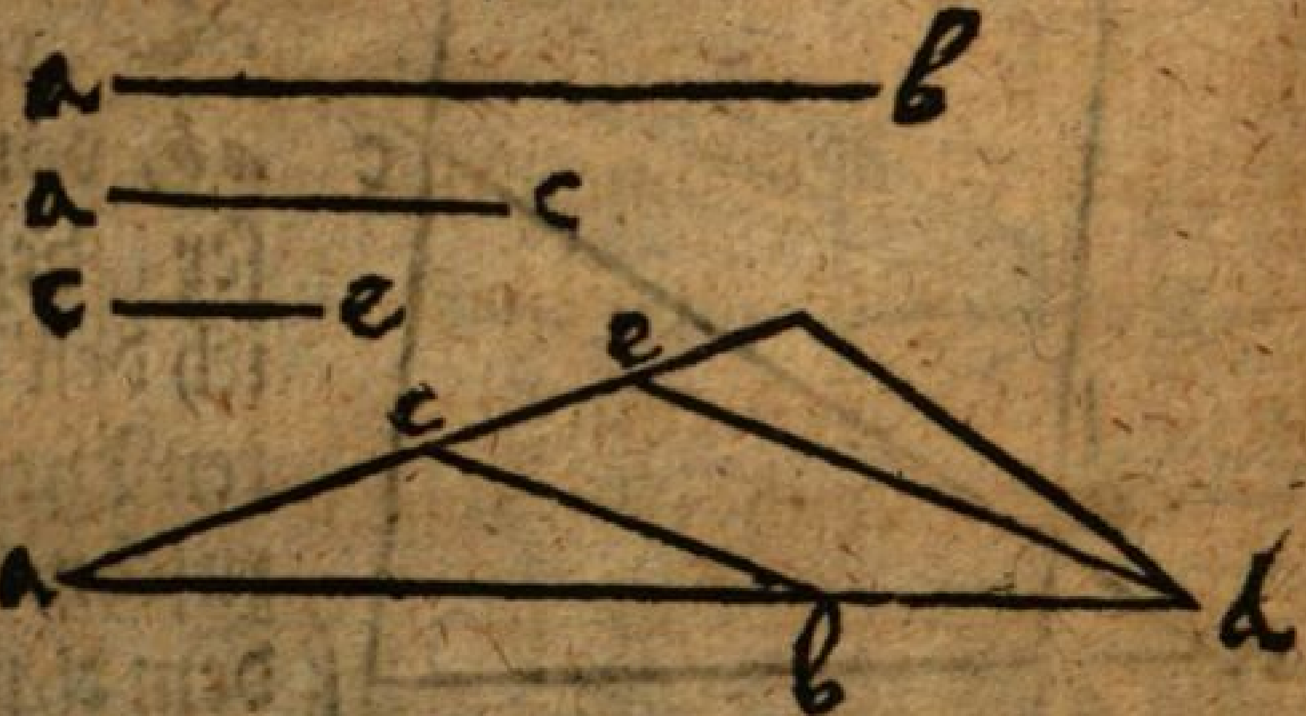


DIe Linea sey *ab*, von dieser begehre ich den fünften Theil abzuschneiden, dem thue ich also: Ich ziehe eine andere Lineam lang oder kurtz nach Beliebung an die fürgegebene, die ist *ac*, auf solche mache ich 5. gleiche Theile, von *a* anfahende, vom Ende des letzten Theils, als in *c*, ziehe ich eine Lineam herab, biß in *b* ans Ende der fürgegebenen und hernach mit derselben aus dem ersten Theile der obigen Linea, als aus *d*, eine andere *de* mit *bc* parallel gezogen, so schneidet mir solche parallel-Linea *de* den fünfften Theil der untersten Linea *ab* in *e*, und ist gethan nach der 9. Prop. des 6. Buchs Euclidis.

Die

Die 9. Fürgabe.

Zu zweyen fürgegebenen geraden Linien die dritte in gleicher proportion zu finden.

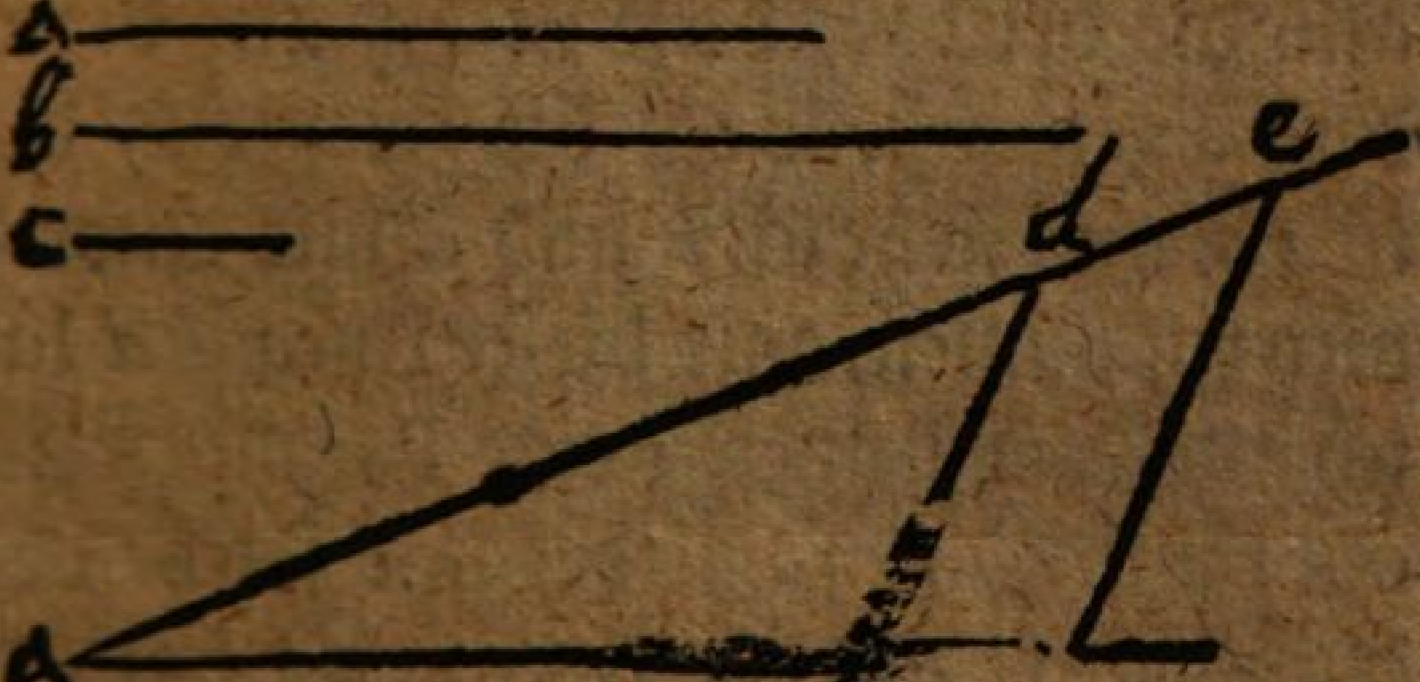


WEnn dieser Fürgabe nach, die erste Linea *ab* lang wäre 12. die andere *ac* 6 und ich begehrte darzu die dritte *c e*, in solcher Proportion, daß wie sich *a b* die erste gegen *ac* der andern hielte, sich also auch *ac* die andere gegen die dritte *c e* halten solte, so würde solche dritte Linea *c e* lang seyn 3. In Linien arbeitet man hierinnen, und findet die dritte in proportione also: Erst wird die Linea *ab* aufgerissen, an solche wird *ac* zweymal, als von *a* biß *c* und von *b* biß *d* gefüget, darauf beyde Linien durch die Lineam *bc* zusammen geschlossen, die Lineam

neam *a c* aus *c* erlängert, und hernach aus *d* mit *b c* eine Parallel-Lineam *d e* gezogen, solche schneidet oben in *e* die begehrte dritte Lineam *c e* begehrter massen ab, und ist also der Sachen ein Gnügen gethan, nach der 11. Prop. des 6. Buchs Euclidis.

Die 10. Fürgabe.

Zu drey fürgegebenen geraden Linien die vierdte in gleicher Proportion zu finden.



Die erste Linea sey *a* 12. die andere *b* 16. die dritte *c* 3. Hierzu begehr ich die vierdte, gegē welche sich *c* die dritte verhalten sol, wie sich *a* die erste, gegen *b* die andere verhält, durch Zahlen kan ich dieselbe per regulam Detri also finden, wenn ich sage: 12. giebt 16. was 3.? antwort 4. Wiewohl die

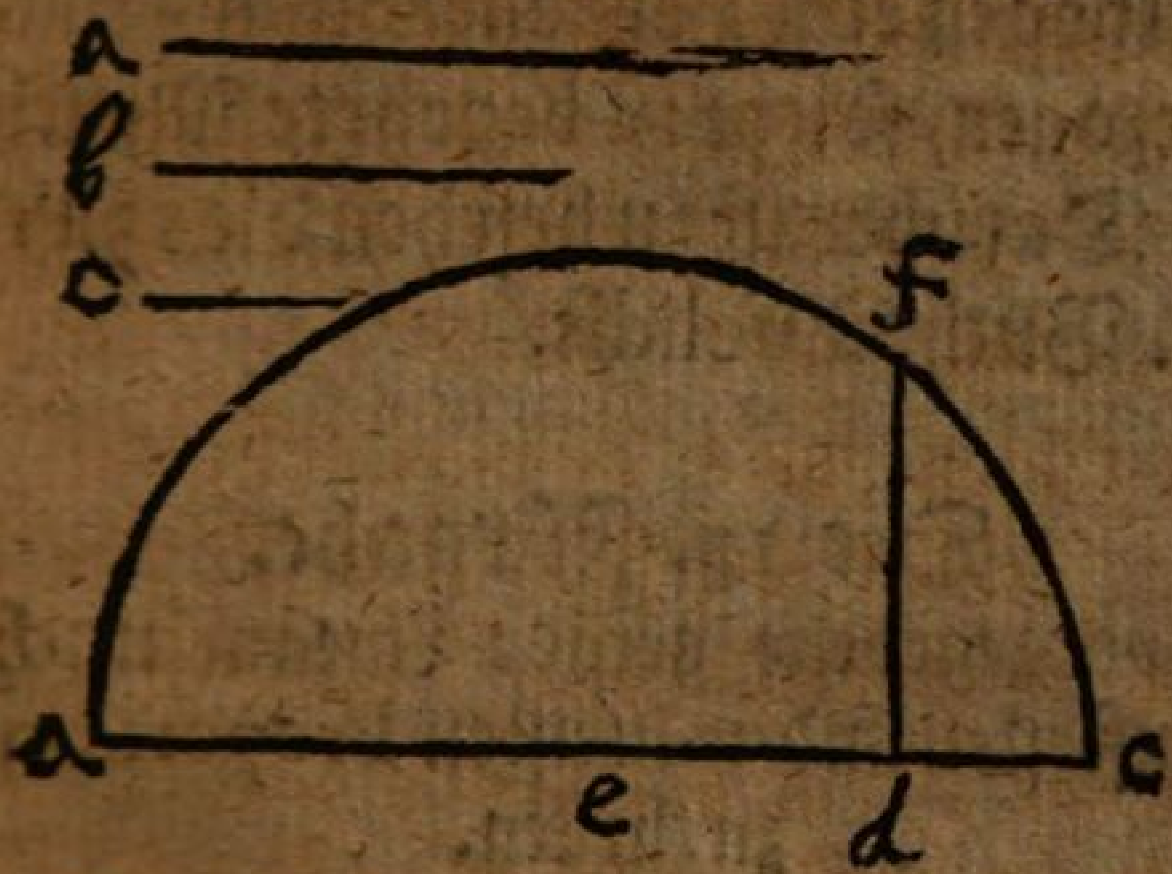
die Regul detri aus dergleichen proportionibus ihr fundament hat, und also hier nicht von Zahlen, sondern von Linien anzufangen.

In Linien wird also gearbeitet, ich stosse 2. Linien ungefährlicher Länge und Weite an einander, auf der einen zeichne ich ab die Länge der ersten Linea *a*, diese ist *a b*, an solche ziehe ich vollends hinaus die dritte *c*, diese ist *b c*, auf die andere Lineam stelle ich die zweyte *b*, diese ist *a d*, nun ziehe ich *b* und *d* mit einer Linien zusammen, mit dieser Linea *b d* lasse ich aus dem Puncte *c* eine Parallel-Lineam lauffen, so schneidet mir solche oben die begehrte vierdte Lineam *d e* nach der proportion ab, wie solches Euclides lehret in der 12. Proposition des 6. Buchs.

Die 11. Fürgabe.

Zwischen zweyen fürgegebenen rechten Linien die dritte zu finden, so man mediam proportionalem nennet.

Bey



BEyde Linien sollen allhier seyn *a* und *c*, nun will ich *a* geben 16. *c* 4. Theil, und wie sich *a* hält gegen *b*, so soll sich *b* gegen *c* halten, wie viel muß ich demnach solcher Mittel-Linea *b* geben? Antwort 8.

Durch Rechnung finde ich es also: Ich multiplicire *a* 16. mit *c* 4. thut 64. hieraus die Quadrat-Wurtzel gezogen, ist 8. vor begehrte Mittel-Linea *b*.

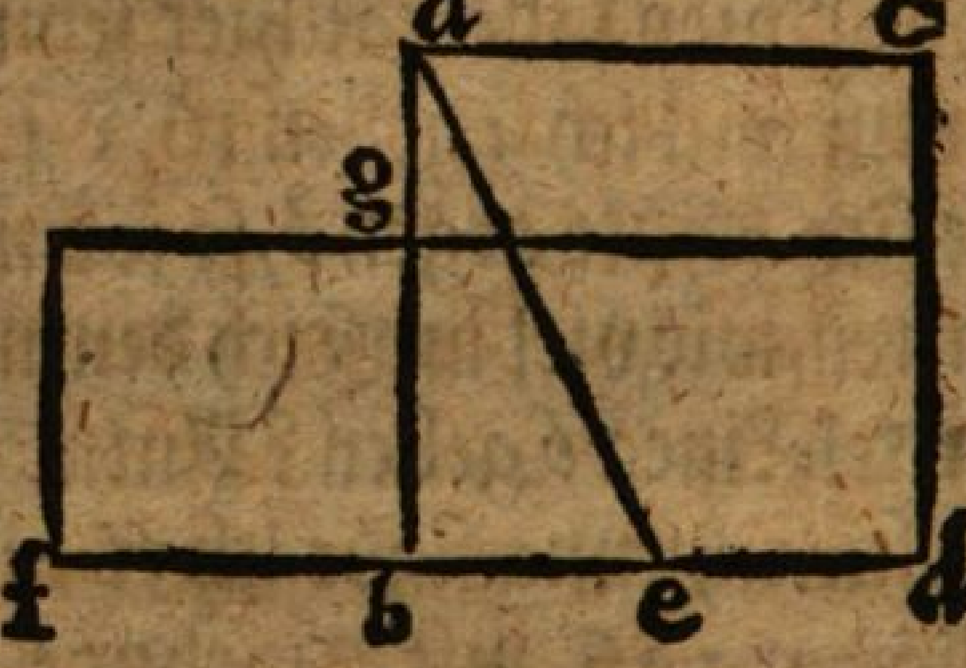
Mit dem Circul und Lineal aber derogestalt: Ich reisse die erste Lineam *a* biß *d*, an *d* biß *c* stosse ich die kleine Lineam *c*, hierauf in *a c* das Mittel gesucht, komt in *e*, in dieses den Circul gesetzt, solches aus *a* biß *c* herum gezogen, hernach aus *d* biß an den

Cir-

Circulbogen eine Perpendicular-Lineam *df* gezogen, solche ist begehrte Mittel-Linea *b*. Darüber ist zu besehen die 13. Prop. des 6. Buchs Euclidis.

Die 12. Fürgabe.

Eine vorgegebene gerade Lineam nach der äusersten und mittelsten Proportion zu theilen.



DJe Linea sey *a b*, solche nach der äusersten und mittelsten Proportion zu theilen, hat die Meynung: Ich soll dieselbe theilen in 2. ungleiche Theil, also daß das gröste Theil sich gegen das kleineste halte, wie sich die gantze Linea gegen das gröste Theil hält, dem thu ich also: Ich stelle solche lin. *ab*, auf eine andere lin. *bd* win-

ckel-

ckelrecht, mache daraus ein Quadrat *a b c d*, wie hernach in der 26. Fürgabe gelehret wird, theile die unterste Seite desselben *b d* in 2. gleiche Theile in *e*, aus *e* biß *a* eine Lin. gezogen, und deren Länge unten aus *e* biß *f* angefüget, hernach auf das äuserste Theil dieser Linien, nemlich auf *b f* wieder ein Quadrat gemacht, oder nur die Länge *b f* genommen, und auf die fürgegebene Lineam *a b* in *g* getragen, so wird solche Linea *a b* in *g* begehrter massen zuschnitten, diß lehrt die 11. Prop. des 2., u. 30. Proposition des 6. Buchs Euclidis mit mehrern.

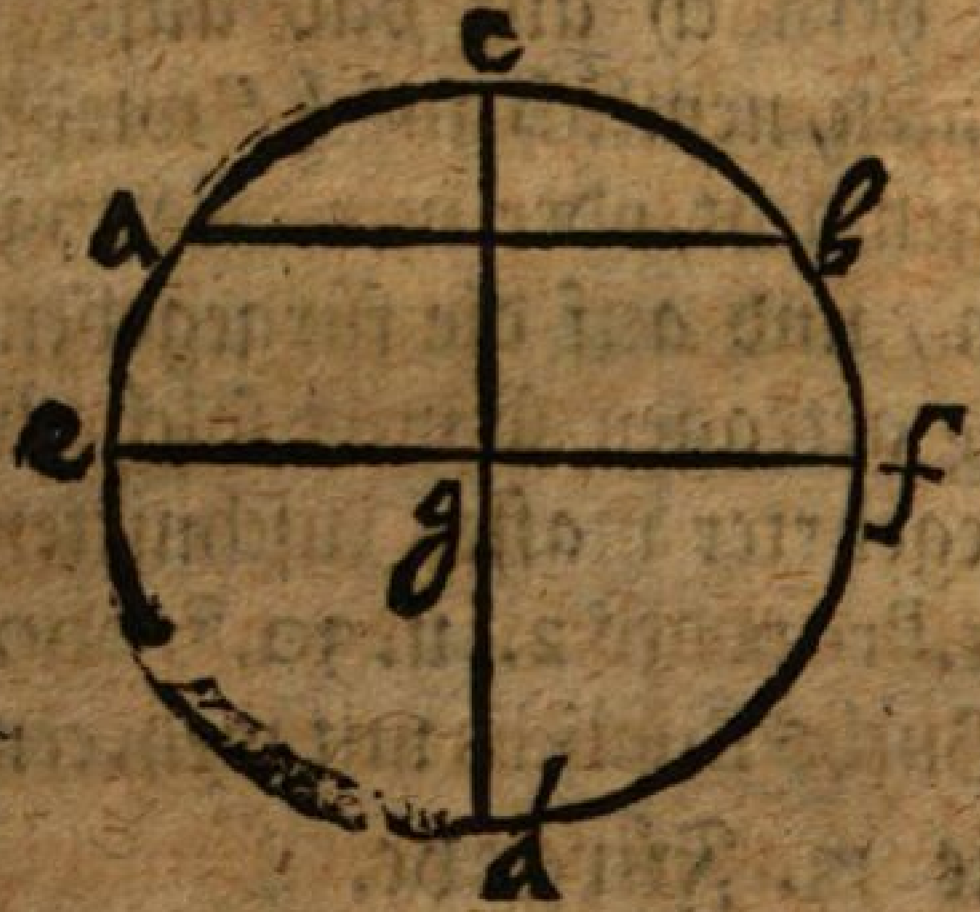
Die 13. Fürgabe.

Eines fürgegebenen Circuls Centrum zu finden.

Hier hab ich ohne Noth zu seyn erachtet, erst absonderlich zu beschreiben, wie man eine Circul-Lineam aufreissen solle, weil ein ieder, der nur einen Circul in die Hand nimmt, denselben mit dem einen Fusse aufs Papier setzt, und mit dem andern nach Beliebung weit oder enge ausge-

 span-

spannten Fusse herum zeucht, bald eine solche Lineam oder Circul aufreissen kan. Schreite derohalben hiervon ab, und hingegen zur Fürgabe.



Das unbekannte centrum eines aufgerissenen Circuls zu finden, so thue ich ihm also: ich ziehe erst in Circul an die circumferentz nach Beliebung eine Lineam *a b*, solche theile ich nach der andern Fürgabe dieses ersten Theils, in 2. gleiche Theile durch die Lineam *c d*, diese Lineam *c d* theile ich wieder in 2. gleiche Theile durch die Lineam *e f*, so weiset in *g* der Durchschnitt, wo solche Linien einander durchschneiden, des Circuls centrum.

Die

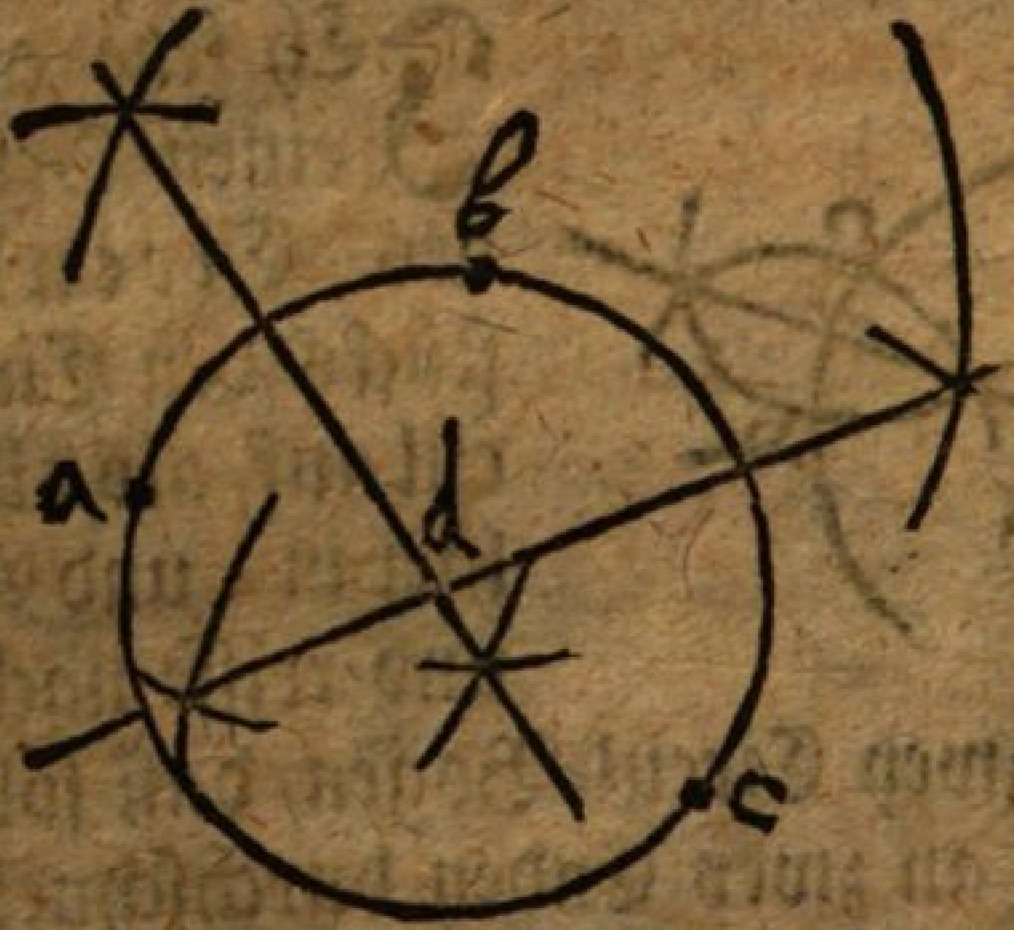
Die 14. Fürgabe.

Zu einem Circul-Stück oder Segmento circuli das centrum zu finden.

Ich setze an einen Orte des Circul-stücks den Circul auf, als allhier in *a* und *b*, und reisse nach Beliebung zwey Circul-Bogen, daß solche einander an zwey Enden durchschneiden, durch solche ziehe ich eine Lineam. Weiter setze ich den Circul in eben solcher Weite aufgespannet an einem andern Orte des Circulstücks auch auf in *c d*, und ziehe wieder 2. dergleichen Circulbogen, wie vorige einander durchschneidend, durch solche wieder eine Lineam gezogen, so wird solche die erste Lineam durchschneiden in *e*, und daselbst ist des gantzen Circuls (von welchen dieses Stück abgeschnitten) centrum.

Die 15. Fürgabe.

Durch drey fürgegebene Puncta, so nicht in einer geraden Linie stehen, einen Circul zu ziehen.



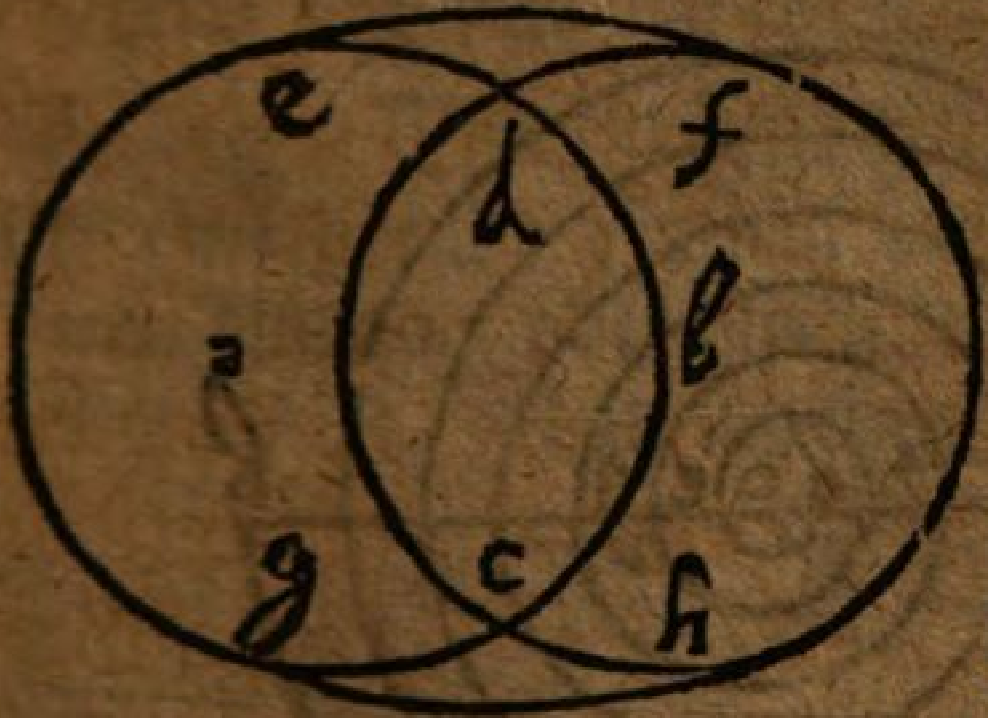
DIE Puncta seyn *abc*, dabey procedire ich also: ich bilde mir ein, als weñ von dem Punct *a* biß *b*, und von *b* biß *c* zwey gerade Linien gezogen wären, diese theile ich nach der andern Fürgabe durch zwey Linien, jede durch eine durchgehende perpendicular-Linie in 2. gleiche Theile, wo nun solche perpendicular-Linien einander durchschneiden, als in *d*, da habe ich ein centrum, in solches den Circul mit einem Fusse eingesetzt, und biß in einen der dreyen Puncten ausgespannet, und alsdenn herum gezogen, so werden solche 3.

Pun=

Puncta richtig in die peripheriam des Circuls kommen.

Die 16. Fürgabe.

Eine ablänglichte oder Oval-Rundung aufzureissen.



Solches zu thun zeicht man 2. Circul einer Grösse in einander, also, daß einer des andern centrum berührt und durchschneidet, wie hier in *a b* geschehen, darauf den Circul nach der Länge des diametri eines Circuls aufgespannet, und denselben, wo solche Circul, als in *c d* einander durchschneiden, eingesetzt, und auf beyden Seiten die Stücken *e f*, und *g h*, daran und herum gezogen, so ist begehrte Oval-Rundung fertig.

Die 17. Fürgabe.

Eine Schnecken-Lineam oder Rundung aufzureissen.

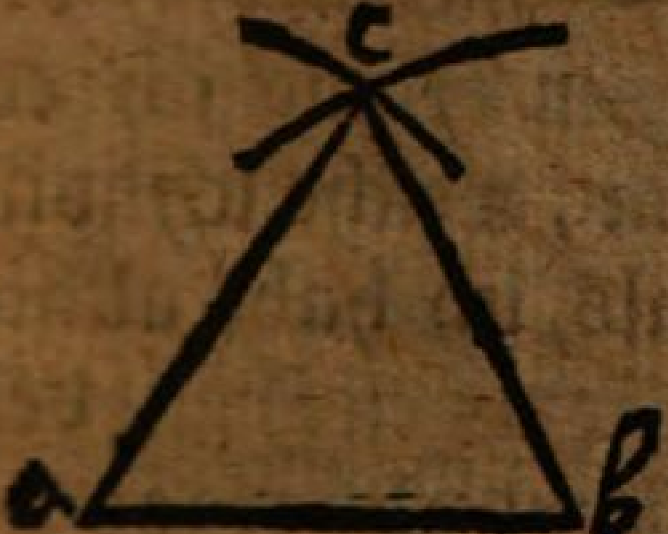
JCh reisse erst eine gerade Lineam auf, die ist hie *ab*, solche theile ich in etli-

che gleiche Theile, deren sind hier 13., den mittelsten Theil theile ich wieder in 2. gleiche Theile, bey *c*, nun setze ich den Circul ein in *c*, spanne solchen auf biß *d*, und ziehe von unten herum biß *e*, hernach setze ich den Circul ein in *d*, spanne solchen auf biß *e*, und ziehe oben herum biß

biß *f*, darauf rücke ich den Circul wieder mit einem Fusse in *c*, und mit dem andern biß *f*, und ziehe biß *g*, und also allezeit Wechsels Weise, bey dergleichen Fürgabe aber ist sich nicht aufzuhalten. Wer darzu Beliebung trägt, mag Albrecht Dürers Geometrie lesen.

Die 18. Fürgabe.

Auf eine gerade Lineam einen Triangulum æquilaterum oder gleichseitigen Triangel zu machen.

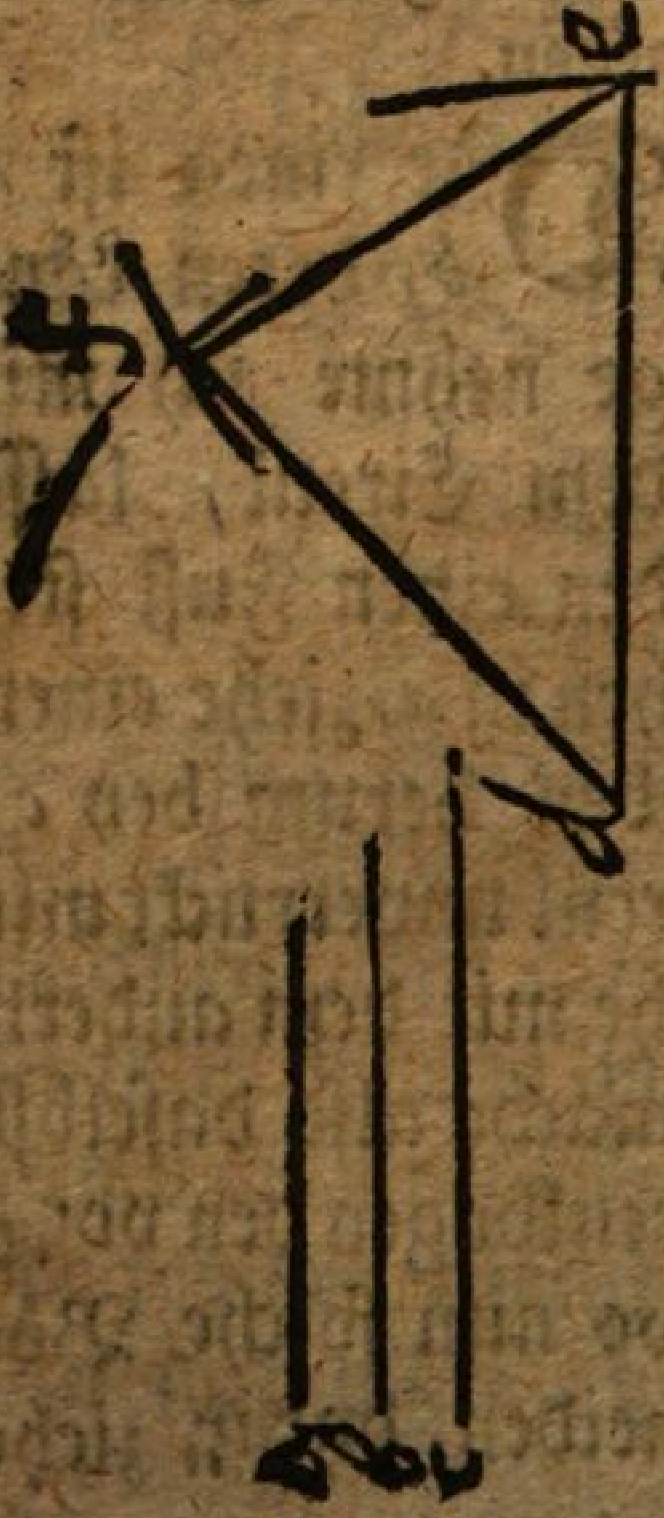


DJe Linea ist *a b*, deren Länge nehme ich mit dem Circul, lasse den einen Fuß stehen in *a*, ziehe einen kleinen Circulbogen oben herum bey *c*, hernach setze ich den Circul unverruckt mit einem Fusse ein in *b*, ziehe mit dem andern auch herum bey *c*, und mache also daselbst wieder einen kleinen Circulbogen den vorigen durchschneidend, wo nun solche Bögen einander durchschneiden, dahin ziehe

ich aus *a* und *b* die Linien *ac* und *bc* zusammen, so ist der gleichseitige Triangel fertig, vermöge der 1. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Die 19. Fürgabe.

Aus dreyen geraden Linien (darunter aber allezeit vermöge der 22. Prop. des 1. Buchs Euclidis zwey zusammen genommen, länger seyn müssen, als eine allein) einen Triangel zu machen.

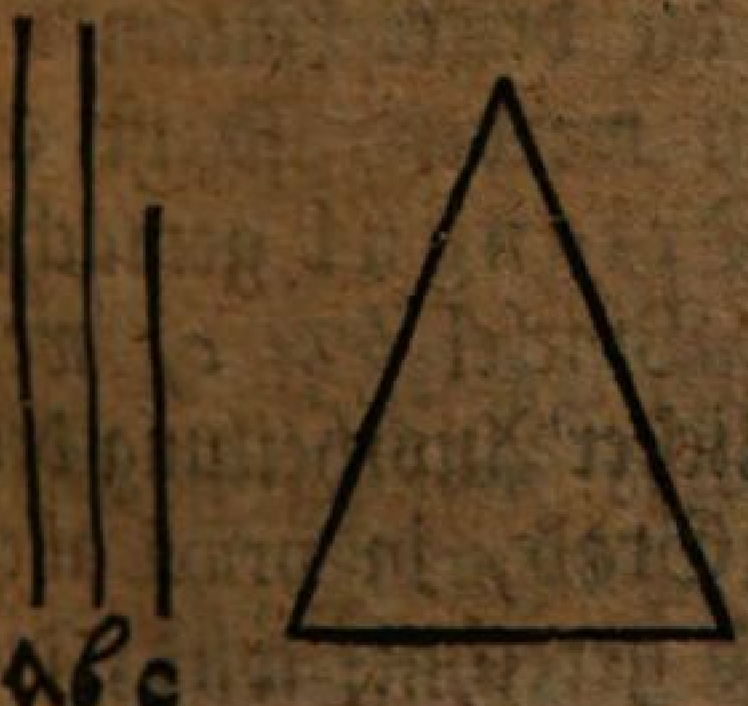


DIe Linien seyn hier *a*, *b*, *c*, von denen nehme ich erst eine, welche ich will, (als, ich habe allhier genommen *c*) mit dem Circul ab, trage solche also fort, daß ich den Circul mit dem einen Fusse in *d* einsetze, und bey *e* den andern Fuß des Circuls herum ziehe, und daselbst einen kleinen Cir-

Circulbogen mache, an solchen ziehe ich aus *d* biß *e* gemeldete Lineam *c*, und lasse solche die Basin seyn, hernach nehm ich die andern beyden Linien mit dem Circul iede besondern ab, trage die eine auf die gezogene Lineam in *d*, und ziehe wie im vorigen Triangel herum bey *f*, hernach trage ich die andern auf aus *e*, und ziehe gleicher Gestalt herum bey *f*, daselbst beyde Linien zusammen gezogen, so ist der Triangel fertig, welcher, weil er 3. ungleiche Seiten hat, ein Scalenum genannt wird.

Die 20. Fürgabe.

Einen Isoscelem oder Triangel, so nur 2. gleiche Seiten hat, zu machen.

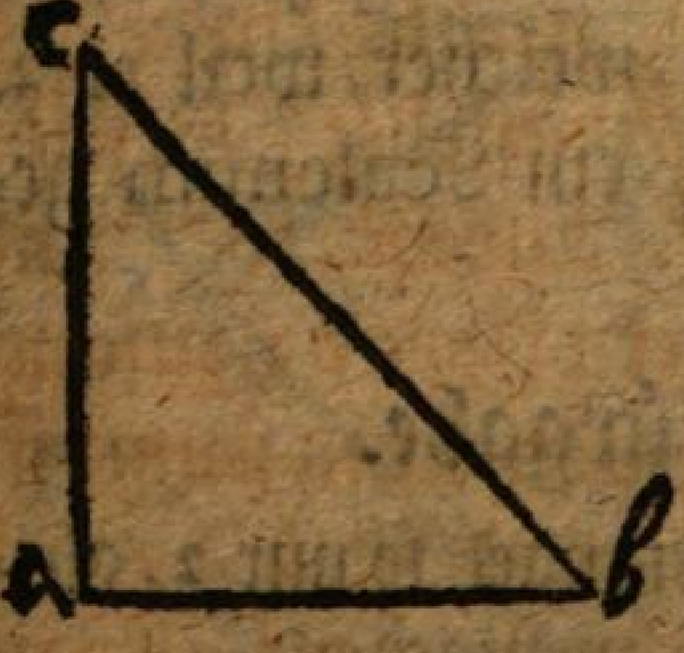


Wenn unter dreyen zwey Linien einer Länge seyn, und die dritte entweder kürtzer oder länger, wie beystehende

hend *a b c*, (iedoch daß zwey zusammen genommen, auch allezeit länger als eine alleine) und daraus ein Triangel gemacht wird, so ist solcher ein Isosceles.

Die 21. Fürgabe.

Einen Orthogonium oder rectangulum und rechtwincklichten Triangul zu machen.



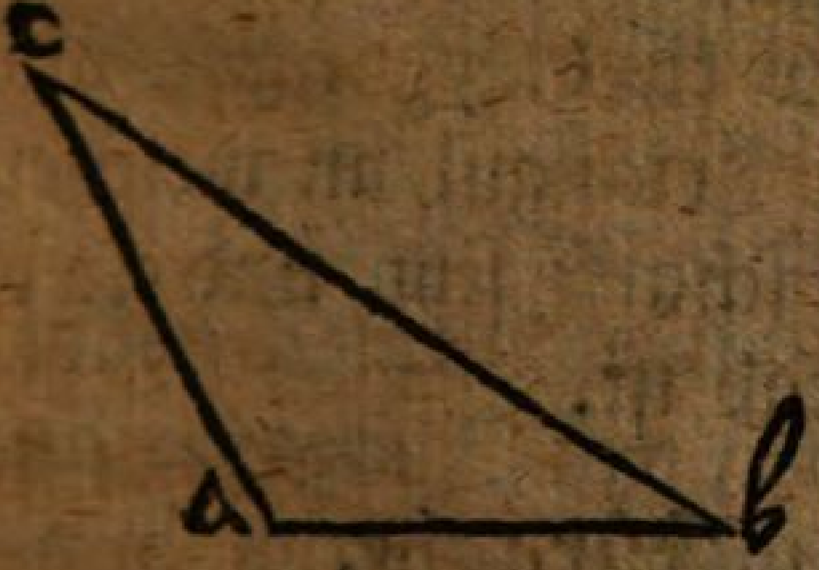
Wenn auf eine gerade Lineam *a b*, vermöge der dritten Fürgabe, eine andere gerade Linea *a c* perpendiculariter gestellet, und beyde durch die dritte Lineam *b c* zusammen gezogen werden, so ist ein rechtwincklichter Triangul gemacht, daran der rechte Winckel *b a c*, welcher nach gewöhnlicher Austheilung des Circuls in 360. Grad, in praxi allezeit auf 90. Grad gerechnet wird; die

andern

andern beyden Winckel an diesen Triangul sind scharffe Winckel.

Die 22. Fürgabe.

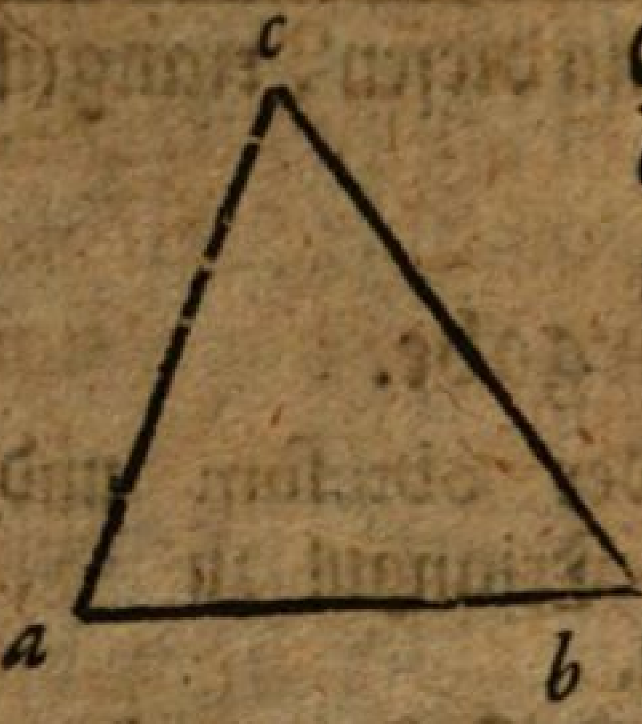
Einen amblygonium oder obtusum und stumpffwincklichten Triangul zu machen.



Wenn auf eine gerade *ab* eine andere kurtze gerade Linea *a c* gestellet, dieselbe auswärts und hernach mit einer andern Linea *b c* zusammen gezogen wird, hat man einen stumpffwincklichten Triangul, und ist *b a c* der stumpffe Winckel, welcher in praxi allezeit über 90. Grad seyn muß, die andern zwey sind scharffe Winckel.

Die 23. Fürgabe.

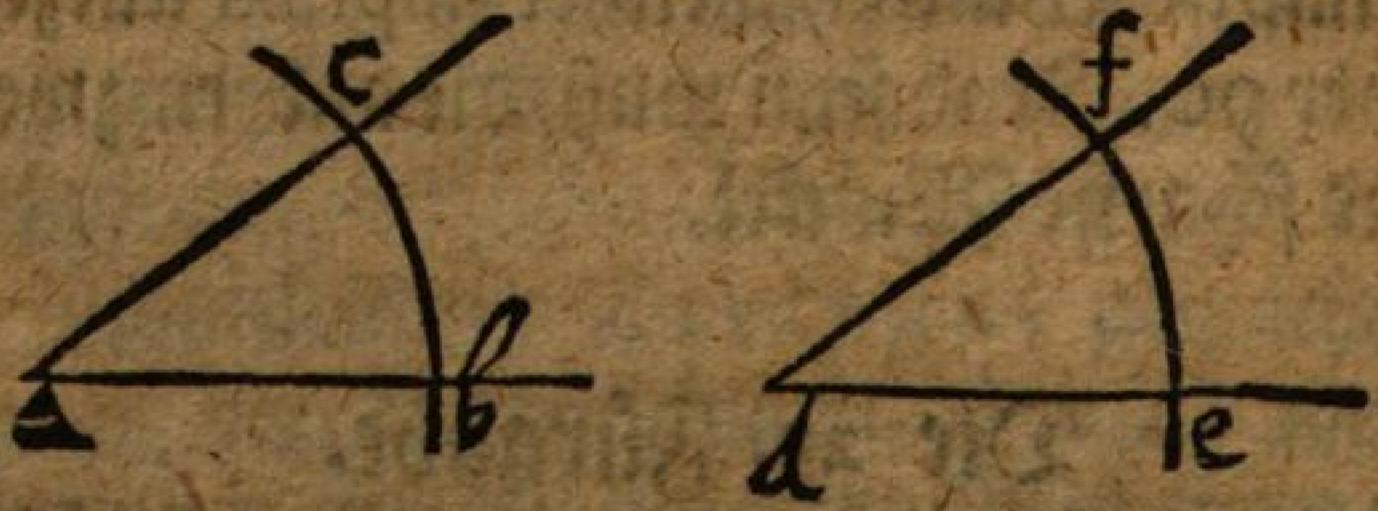
Einen oxygonium oder scharffwincklichten Triangel zu machen.



WEnn auf eine gerade Lineam *a b*, zwey andere gerade lange Linien *a c*, und *b c*, gestellet, und dieselben eingezogen, und oben in *c* zusammen gefüget werden, so wird daraus ein Oxygonium oder scharffwincklichter Triangul, an welchem alle drey Winckel scharff seyn, und ein ieder unter 90. Grad ist.

Die 24. Fürgabe.

Auf eine fürgegebene gerade Lineam einen Winckel zu machen, so einem andern fürgestellten Winckel gleich.



DEr Winckel ist *b a c*, die fürgegebene Linea *d e* in den Punct des Winckels

bey

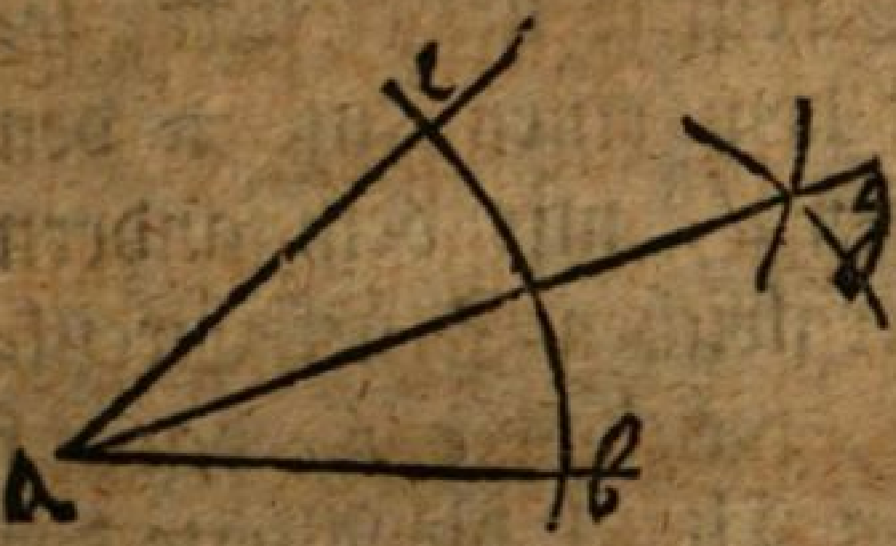
bey *a* setze ich den einen Fuß des Circuls ein, ziehe mit dem andern Fuß nach Beliebung durch beyde Linien ein Stück eines Circulbogens bey *b c* herum; Nun behalte ich den Circul so unverruckt, setze denselben mit dem einen Fuß in den Anfang der Linien *d*, mit dem andern Fusse ziehe ich dergleichen Stück Circulbogen, wie *b c*, welches *e f*, darauf nehm ich mit dem Circul die Weite der beyden Durchschnitte *b c*, trage solche aus *e* gegen *f*, bey *f* mache ich ein Gemerck oder Pünctlein, in den Durchschnitt, durch solches ziehe ich die Lineam *d f*, so ist der Winckel *e d f* dem Winckel *b a c* gleich.

Notandum.

Wo bey den Geometris ein Winckel durch 3. Buchstaben angezeichnet wird, als allhier *b a c*, so ist allezeit der mittelste Buchstabe, wie allhier *a*, der Winckel.

Die 25. Fürgabe.

Einen Winckel in zwey gleiche Theil zu theilen.

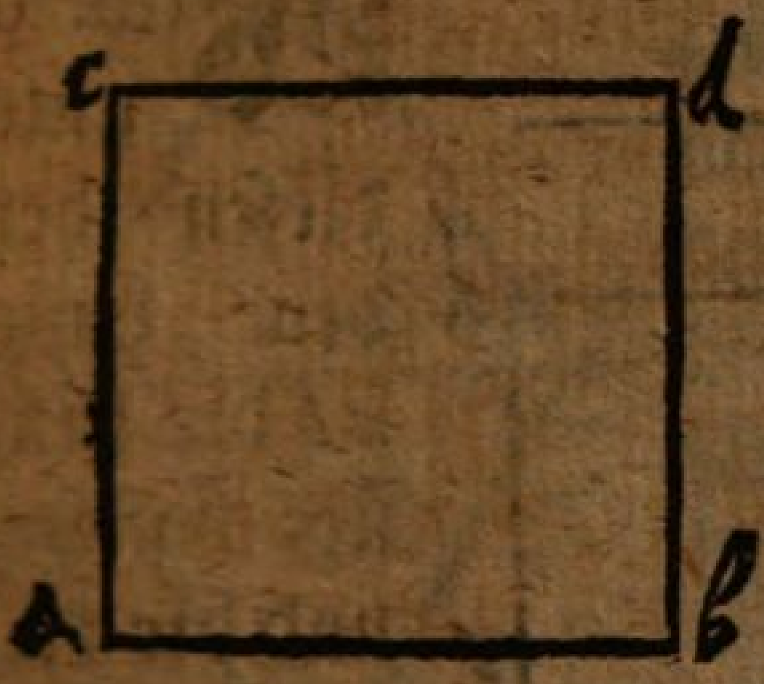


Aus den zweyen Puncten *b c*, so ich mit dem Circul gemachet, ziehe ich zwey Circulbögen, daß dieselben einander durchschneiden in *g*, darauf aus dem Winckel *a* biß ins Mittel der durchschnittenen Circulbögen eine Lineam *a g* gezogen, so theilet solche den Winckel *b a c* in zwey gleiche Theil.

Die 26. Fürgabe.

Auf eine fürgegebene gerade Lineam ein Quadrat oder Winckelrechte Vierung zu machen.

WEnn auf beyder Enden der fürgegebenen Linea *a b* zwey andere *a c*, *b d*, glei-



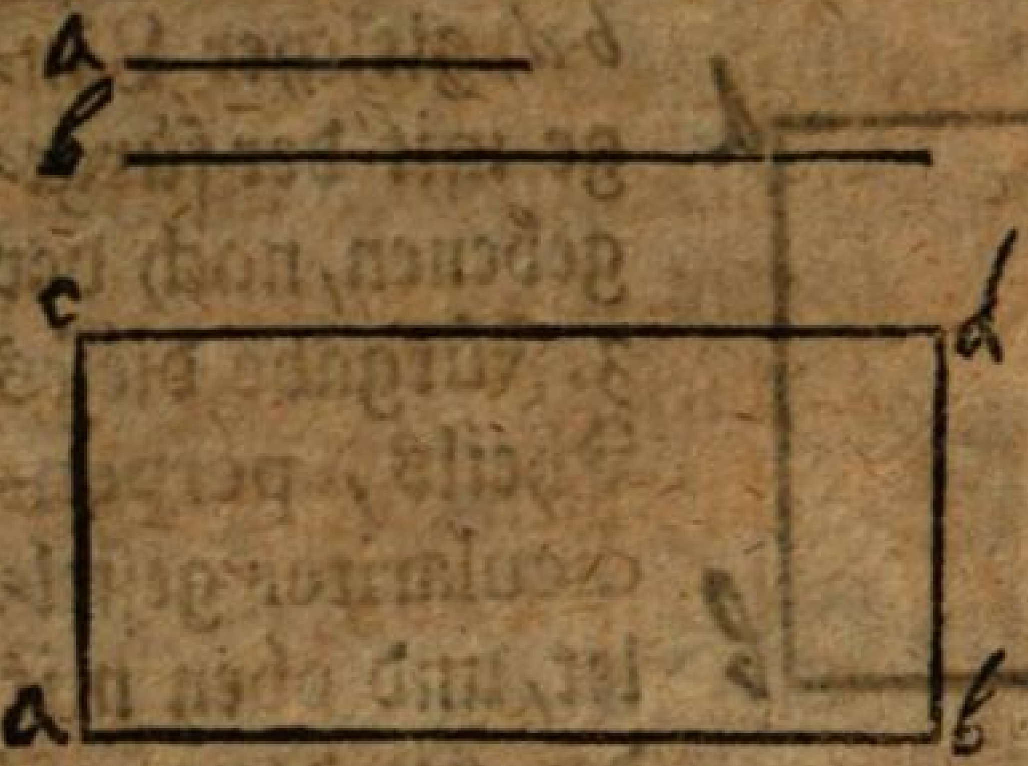
b d, gleicher Länge mit der fürgegebenen, nach der 3. Fürgabe dieses Theils, perpendiculariter gestellet, und oben mit der vierdten *c d* zusammen gezogen werden, so ist das Quadrat oder Winckelrechte Vierung gemacht, vermöge der 46. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Wie auch ein Quadrat leicht durch Hülffe eines aufgerissenen Circuls zu machen, weiset hinten die 35. Fürgabe dieses andern Theils.

Die 27. Fürgabe.

Aus zweyen fürgegebenen geraden, aber der Länge nach ungleichen Linien ein rectangulum oder länglicht Winckelrecht Viereck zu machen.

Wenn

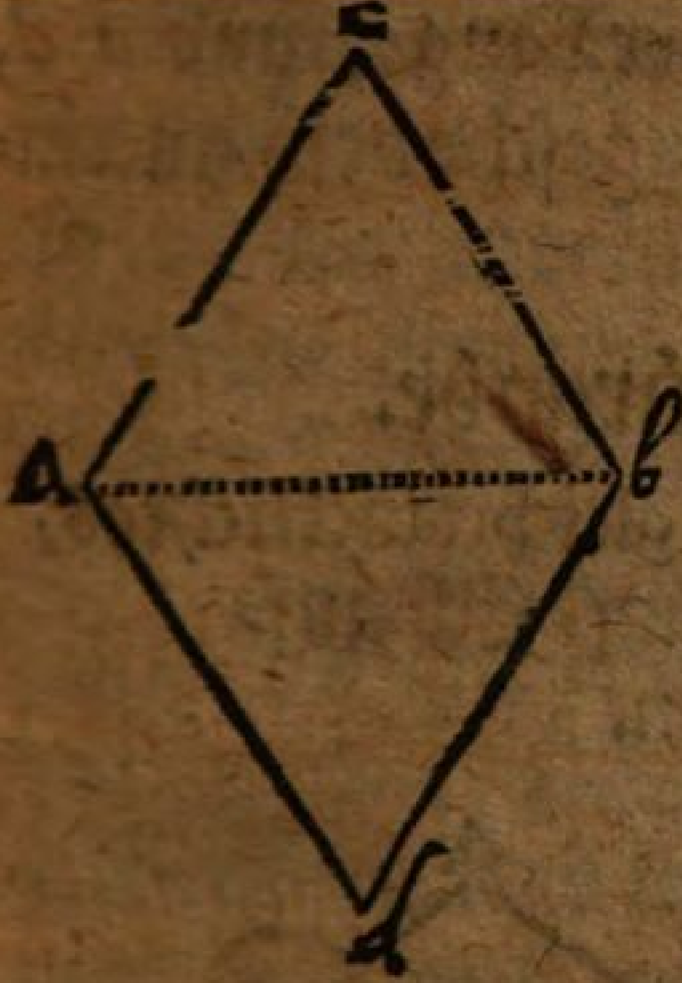


Wenn ich unter diesen beyden Linien *a b* die längste nehme und die kleineste 2. mahl als an beyden Enden Winckelrecht darauf stelle, hernach solche oben zusammen ziehe, so ist das rectangulum fertig.

Die 28. Fürgabe.

Einen Rhombum oder Schräge Vierung, so vier gleiche Seiten, aber keinen rechten Winckel hat, zu machen.

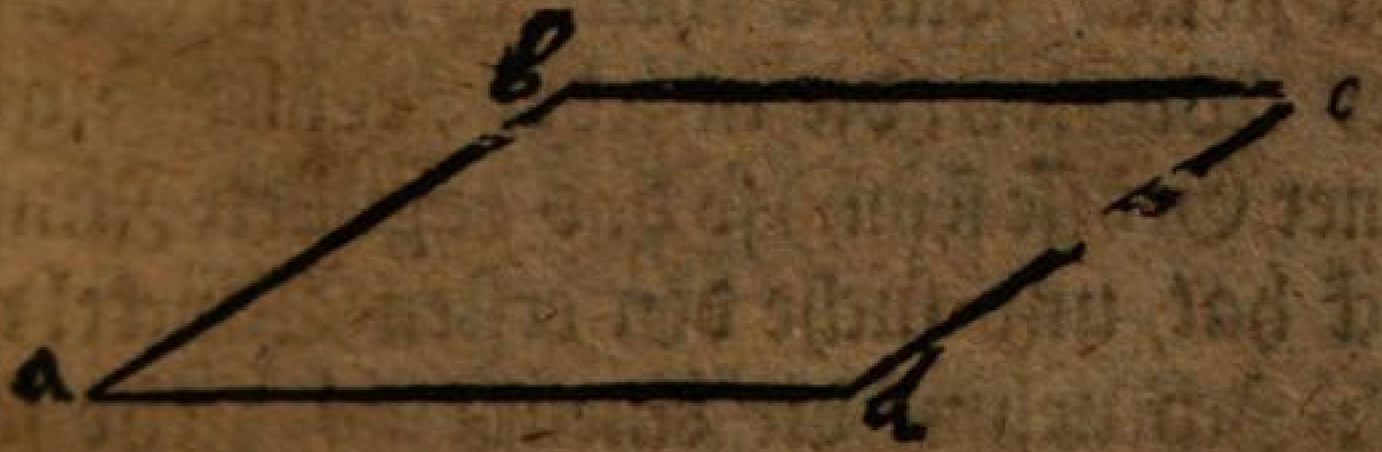
Ich ziehe eine gerade Lineam *a b*, mache darauf, nach der achtzehenden Fürgabe dieses Theils, zwey gleich-



seitige Triangul, nemlich oben und unten einen, so schliessen dieselben beyde zusammen einen Rhombum *a b c d*.

Die 29. Fürgabe.

Einen Rhomboidem oder Schräge verlängte Vierung, an der ie zwey Seiten und zwey Winckel gegen einander über gleich seyn, aufzureissen.

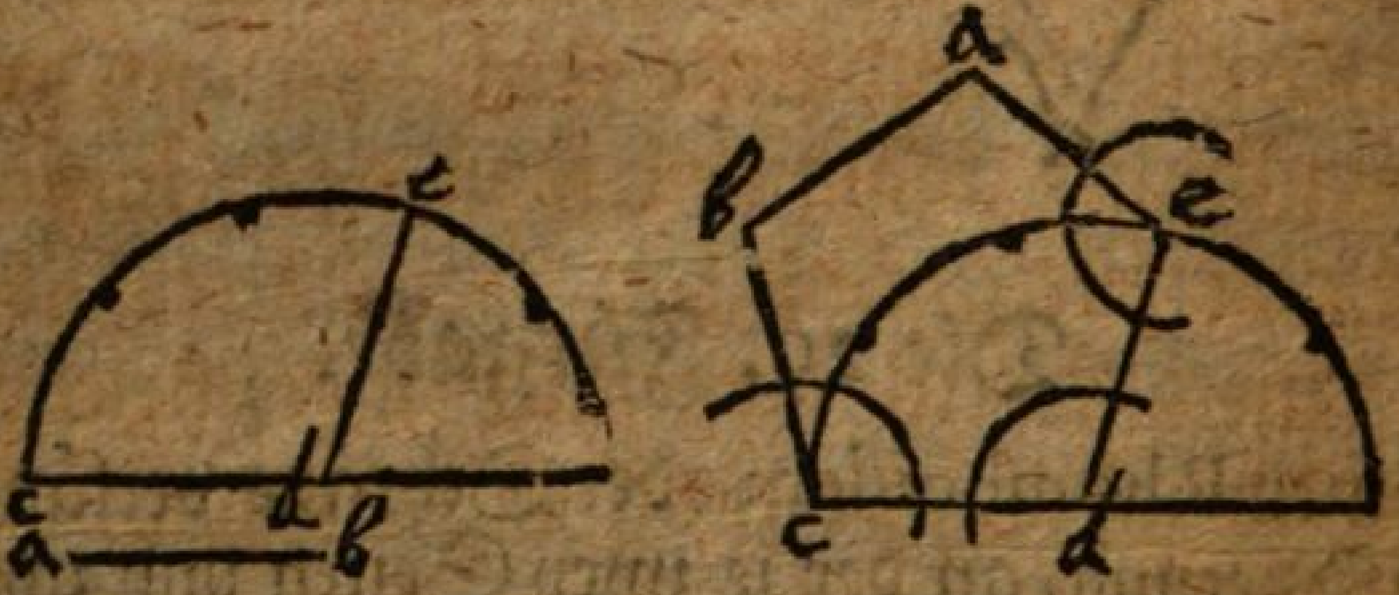


Ein Rhomboides ist leicht zu machen, wenn man zweymahl parallel

lel-Linien *a b c d* gleicher Länge, und *a d*, *b c*, auch gleicher Länge geschoben, an einander füget.

Die 30. Fürgabe.

Ein gleichseitiges und gleichwincklichtes, oder regulirtes Fünf-Eck aufzureissen.



Es sey mir fürgegeben die Linea *a b*, darauf soll ich ein gleichseitiges Fünff-Eck stellen, solches thue ich durch Hülffe der Winckel, (die in ieder regular-Figur einer Grösse seyn,) so das regulirte Fünff-Eck hat, und suche den ersten Winckel also: Ich nehme die Lineam *ab*, ziehe solche noch eins so lang, als sie zuvor ist, schliesse darum einen halben Circul, diesen halben Circul theile ich in 5. gleiche Theil,

Theil, und ziehe aus dem Mittel der erlängerten Linie, als aus dem centro biß an den andern Punct der circumferentz eine Lineam *d e*, so giebt mir solche den Winckel des Fünffecks, der ist *c d e*. Nun stelle ich auf die Enden der Linien als auf *c* und *e*, nach der 25. Fürgabe, wieder 2. Winckel und Linien, so diesen gleich, und ziehe solche hernach mit einer Linien zusammen, so ist das Fünffeck *a b c d e* fertig, und kan, weil es regular, in einem Circul dergestalt eingeschrieben werden, daß alle fünff Ecken den Circul berühren.

Die 31. Fürgabe.

Ein gleichseitig und gleichwincklicht, oder regulirt Sechs-Eck aufzureissen.

Ein Sechs-Eck aufzureissen, fuch ich auch erst den einen Winckel desselben, und theile den halben Circul (weil das Sechs-Eck sechs Winckel hat) in 6. Theil, ziehe

ziehe vorgegebene Lineam auch biß an den zweyten Punct, so ist *f g h* der Winckel des Sechs-Ecks.

Ich dürffte hier dieselben halben Circul auch nicht eben in sechs Theile vertheilen,

sondern in Figuren, wo die Zahl der Winckel gerade, mag ich nur die Helffte der Puncten und also nur einen nehmen.

Auf die Enden der Linien in *f* und *h*, den gefundenen Winckel und fürgegebene Lineam gestellet, wie beym 5. Ecken gelehret, und hernach weiter biß zuletzt, so

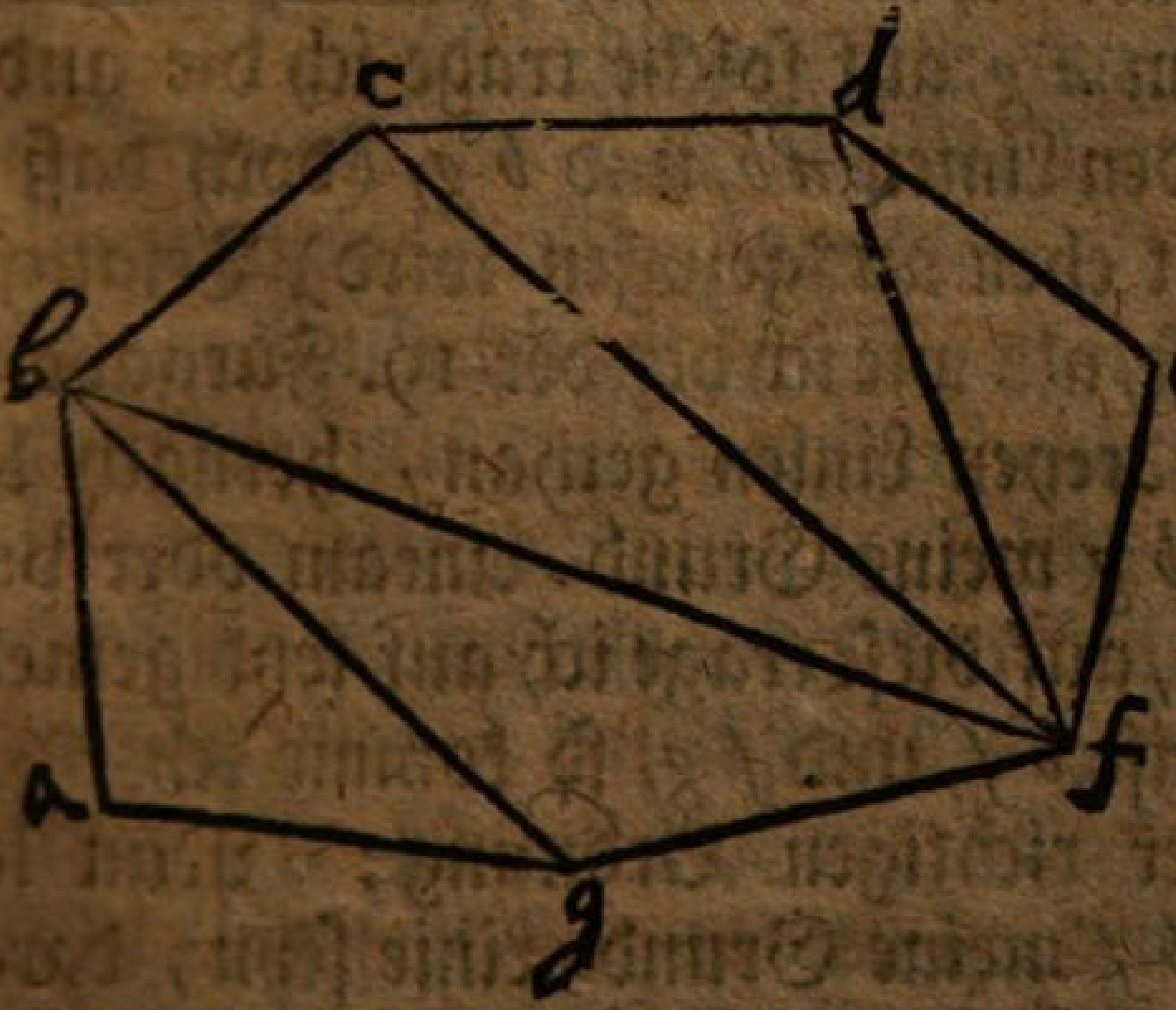
ist das Sechs-Eck *f g h i k l* fertig, wie hier vor Augen steht. Und also bey allen andern multilateribus und

und regulirten figuris, iedoch, daß ich allezeit so viel Theile nehme, als die Figuren Ecken haben.

Diß ist auch in Herrn Schwenders seligen Geometria, als ein inventum Wolff Schmids zu finden, man hat aber noch nähere Wege, nemlich durch bekannte gradus der Winckel und Instrumenta.

Die 32. Fürgabe.

Eine iede fürgegebene regular- und irregular-Figur mit dem Circul lernen abtragen.



Solches zu thun, vertheilt man die Figur

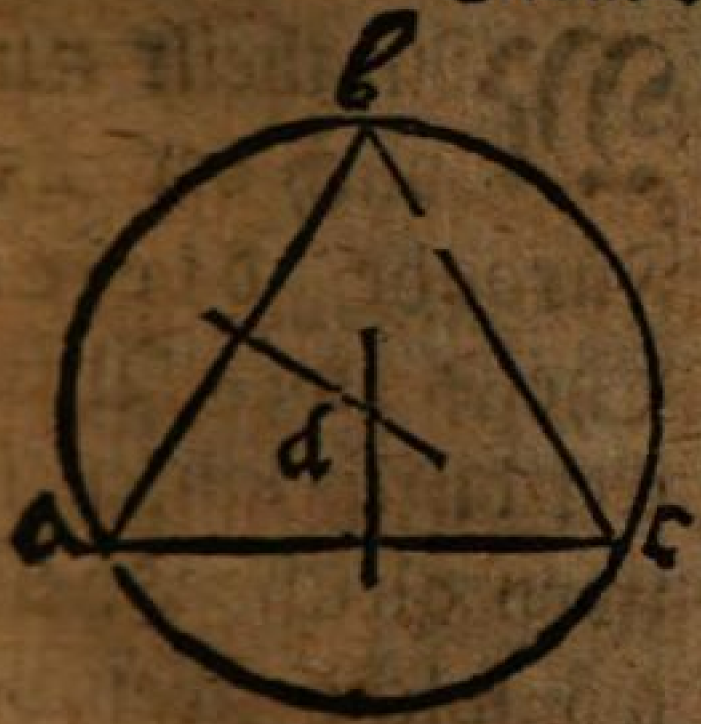
gur durch blinde Linien in so viel Triangul, als die Figur mit sich bringet, dabey zu wissen, daß ein Viereck zwey Triangul, ein Fünffeck drey Triangul, ein Sechseck vier Triangul, ein Siebeneck 5. Triangul, und in Summa, eine iede vielseitige Figur gleich so viel Triangul hat, als der Seiten oder Ecken derselben seyn, weniger zwey.

Wenn nun die vorgegebene Figur gebührlicher massen in Triangul vertheilet worden, so trag ich einen nach dem andern ab, als ich will allhier erst nehmen die Lineam *a g*, auf solche trage ich die andern beyden Linien *a b*, und *b g*, (doch daß *b g* nicht eben ausgezogen wird) Trianguls weise, als wie ich bey der 19. Fürgabe mit den dreyen Linien gethan, hernach lasse ich *b g* meine Grund-Lineam oder basin seyn, auf diese trage ich auf ietzt gemeldte Weise *b f*, und *f g*, so komme ich *f g*, in seiner richtigen Ordnung: Nun lasse ich *b f* meine Grund-Linie seyn, darauf trage ich *f c* und *b c*, hernach nehme ich zur

basi *fc*, und stelle darauf *cd*, und *fd*, und endlich stell ich auf *fd* die übrigen beyde Linien, *de*, und *fe* auch vollends Triangul weise, so ist die gantze Figur *abcdefg* abgetragen, wie hier vor Augen steht.

Die 33. Fürgabe.

Um einen fürgegebenen Triangul einen Circul beschreiben.



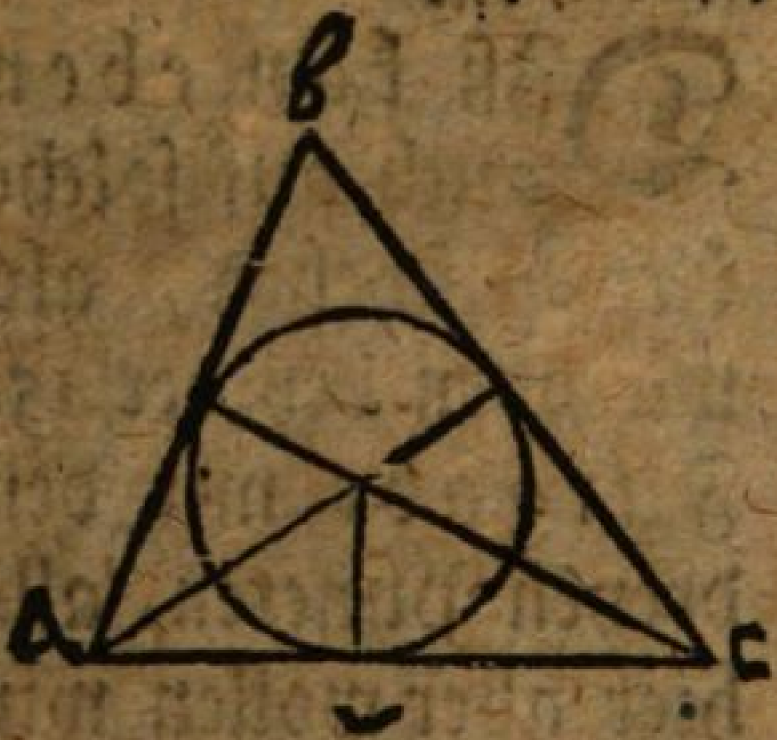
Diß kan eben auch auf solche Art geschehen, als wie oben bey der 15. Fürgabe mit den dreyen Puncten, allhier aber wollen wir es also machen: der Triangul sey *abc*, an demselben theile ich zwey Seiten, welche ich will, iede mit einer perpendicular-Linea in zwey gleiche Theile, wo solche perpendicular-Linien einander durchschneiden, nehmlich in *d*, daselbst ist des Circuls centrum, in solches den einen Fuß des Circuls eingesetzt, den andern an den äusersten Enden oder Ecken, der Winckel

des

des Triangels herum gezogen, so ist der Sachen ein Genügen gethan, nach Ausweisung der 5. Prop. des 4. Buchs Euclidis, und diß geht an bey gleichseitig und ungleichseitigen Triangeln.

Die 34. Fürgabe.

In einen fürgegebenen Triangul einen Circul zu beschreiben.



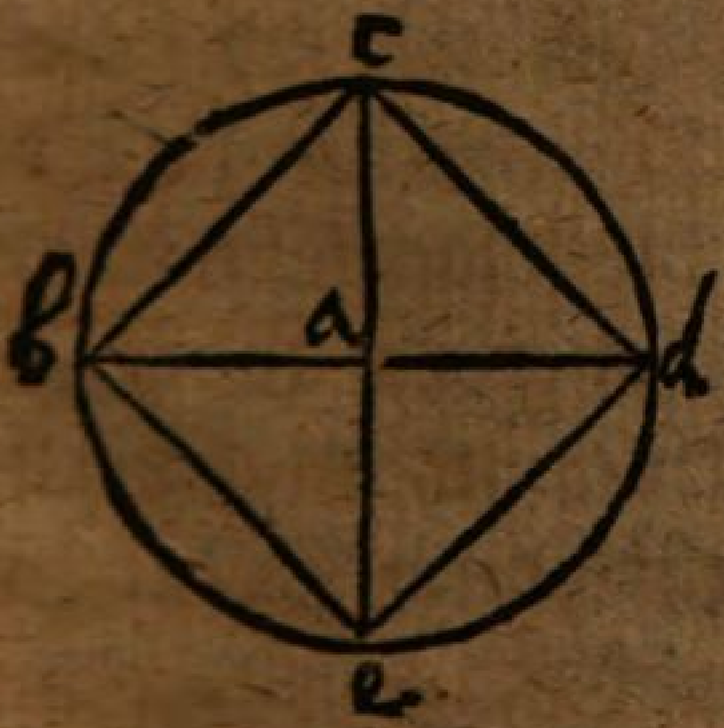
MAn theilt nur nach der 25. Fürgabe dieses Theils zwey Winckel durch Linien in zwey gleiche Theil, wo solche zwey Linien einander durchschneiden, als allhier in *d*, daselbst ist des Circuls centrum, aus solchen biß *e* eine perpendicular-Lineam herab gefället, und darauf den Circul mit dem einen Fusse eingesetzt in *d*, und mit dem andern ausgesperret biß *e*, und alsdenn herum gezogen, so wird der Circul dergestalt eingeschrieben, daß er alle drey Seiten berühret, solches lehret die

die 4. Proposition des 4. Buchs Euclidis.

Ein mehrers von dergleichen hat die 2. und 3. Proposition gemeldten 4. Buchs Euclidis.

Die 35. Fürgabe.

In einen fürgegebenen Circul ein Quadrat zu beschreiben.



Diß lehret die 6. Proposition des 4. Buchs Euclidis, und ist gar leicht, denn man zeicht nur durch des Circuls centrum *a* zwey Linien Creutzweiß durch einander biß an die circumferentz, daß solche in gedachten centro einander Winckelrecht durchschneiden, hernach von *b* biß *c*, von *c* biß *d*, von *d* biß *e*, und von *e* biß *b* Linien gezogen, so schliessen solche das Quadrat *b c d e*.

Die 36. Fürgabe.

Um ein Quadrat einen Circul zu beschreiben.

WEñ zwey diagonal-Linien Creutzweiß über einander in die vier Ecken des Quadrats gezogen werden, so geben dieselben, wo sie einander durchschneiden, nehmlich in e des Circuls centrum, in dieses den Circul mit einem Fusse eingesetzt, mit dem andern biß auf eine Ecke ausgespannt, und herum gezogen, so wird begehrter massen der Circul um das Quadrat beschrieben.

Diß lehret die 9. Proposition des 4. Buchs Euclidis.

Ein mehrers von dergleichen weiset die 7. und 8. Proposition gedachten 4. Buchs Euclidis.

Die 37. Fürgabe.

In einem Circul ein gleichseitig Fünff-Eck zu beschreiben.

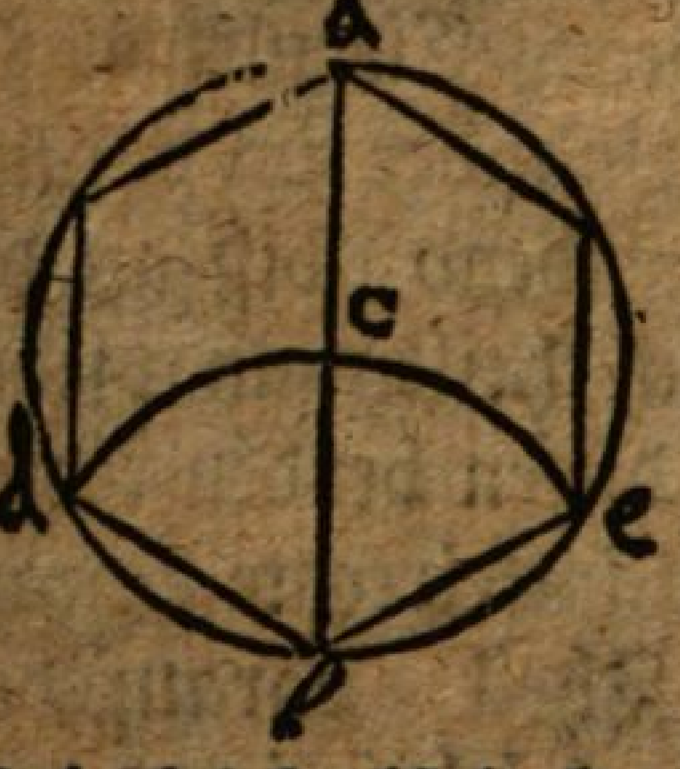
Diß lehret Euclides in der 11. Proposition durch Hülffe eines TriangULs in der 10. Proposition des 4. Buchs beschrieben. Es kan aber auch auf diese Art geschehen: man zeicht durchs centrum *a* des fürgegebenen Circuls 2. Linien *b d*, und *c e* (einander im centro winckelrecht durchschneidend) biß an die circumferentz, hernach theilt man wieder die Helffte einer von diesen beyden Linien durch eine andere Winckelrechte Lineam *f g*, in zwey gleiche Theil, darauf den Circul aufgespannt aus *h* biß *d*, und aus *d* herum geführt biß *i*, so hat man an *d i* einen fünfften Theil des Circuls, solchen kan man fünffmahl auf der circumferentz herum führen, und hernach Linien an alle fünff bemerckte Enden ziehen, und in den Circul einschreiben.

Die 38. Fürgabe.

In einen fürgegebenen Circul ein gleichseitig und gleichwincklicht Sechs-Eck zu schreiben.

DIß geschicht nach der 15. Proposition des 4. Buchs Euclidis also:

Ich ziehe durchs centrum des Circuls eine Lineam, oder diametrum *a b*, und setze den Circul mit einem Fusse ein in *b*, spanne solchen auf biß ins centrum *c*, und ziehe ein Stück eines Circulbogens herum bis an die circumferentz in *d e*,

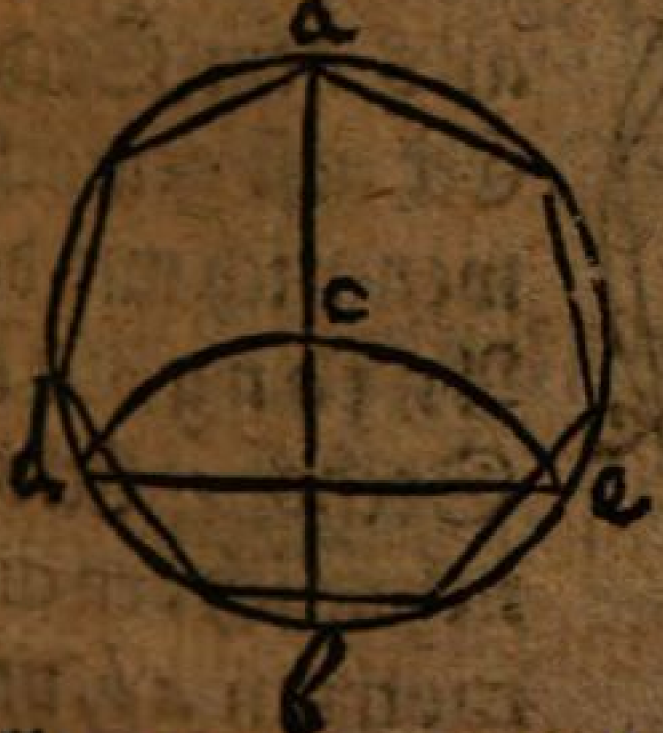


so hab ich alsobald 2. Theile des Sechs-Ecks, nemlich *d b*, und *b e*, derselben einen noch 4. mahl auf der circumferentz des Circuls herum getragen, und von einem Punct zum andern Linien gezogen, so ist das Sechs-Eck fertig.

Die 39. Fürgabe.

In einem Circul ein gleichseitig, oder gleichwincklicht Sieben-Eck zu beschreiben.

Ich ziehe eine Lineam oder diametrum durchs centrum *c*, setze darauf den Circul ein in *b*, spanne solchen aus bis ins centrum *c*, und führe solchen biß an die circumferentz herum in *d* und *e*, aus *d* biß *e* eine Lineam gezogen, so ist derselben Helffte ein Theil des Sieben-Ecks, so ich zum siebenden mahl auf der circumferentz herum tragen, und darauf von einem Punct zum andern Linien ziehen kan, alsdenn ist das Sieben-Eck aufgerissen.



Die 40. Fürgabe.

In einem Circul ein gleichseitig, oder gleichwincklicht Neun-Eck zu beschreiben.

DAs Acht-Eck ist vorbey gegangen, weil solches leicht aus dem Vier-Eck kan gemacht werden, wofern ich nur die Helffte des Bogens einer Seite des Vier-Ecks zu einer gantzen Seite des Acht-Ecks nehme. Das Neun-Eck wird aus dem Sechs-Eck also gemacht, wenn ich nur den Anfang des Sechs-Ecks, nehmlich den diametrum *a b*, und das Circul-Stück *c d* reisse, und aus *a d e* einen Triangul mache, hernach die drey Circul-Stück *a d*, *d e* und *a e*, iedes in drey gleiche Theil theile, und hernach von einen zum andern Linien ziehe, so ist das Neun-Eck fertig.

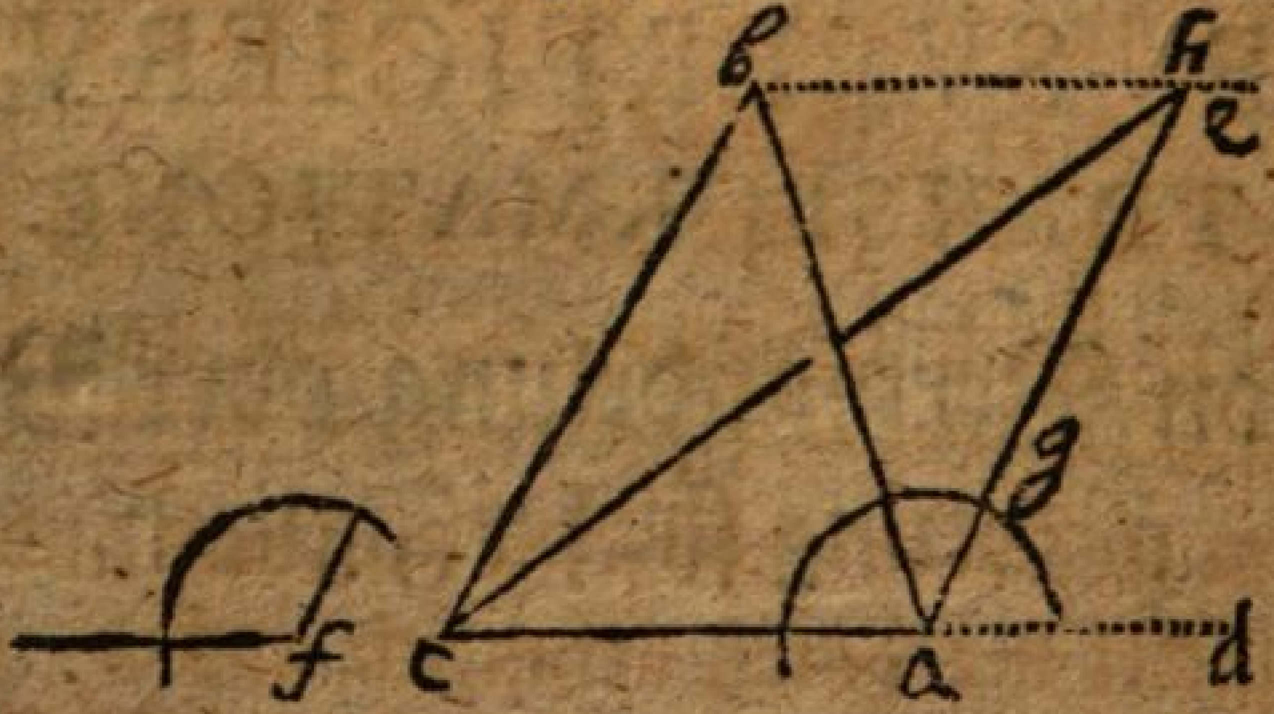
Das Zehen- und Funfzehn-Eck kommen aus dem Fünff-Eck, darum dieselben, und andere allhier auch übergangen werden.

Der

Der dritte Theil
Des ersten Buchs
DE SVPERFICIERVM TRANSFORMATIONE.
Von Verwandelung oder Veränderung flacher Figuren.

Die 1. Fürgabe.

Aus einem ieden fürgegebenen Triangul einen andern Triangul zu machen, der einen rechten oder scharffen, oder stumpffen fürgestellten Winckel habe, wie man solches begehrt.



Zu Veränderung der Figuren, oder dieselben in andere Formen zu bringen, ist dienlich die 38. 41. 42. und 45. Proposition des 1., und 14. Proposition des 2. Buchs Euclidis.

Dieser ersten Fürgabe ein Genügen zu thun, so sey der fürgegebene Triangul *abc*, an solchen erlängere ich unten die basin durch eine blinde Lineam biß in *d*, und ziehe von *b* biß *e* eine Lineam, mit unten

unten erlängerter parallel, nun trage ich den fürgestellten Winckel *f*, nach der 24. Fürgabe des andern Theils, auf den Triangul in *a*, und ziehe aus *a* durch *g* biß an die Lineam *b e* in *b* eine Lineam, diese schliesse ich mit einer andern aus in *c b* gezogen, zusammen, so habe ich den Triangul *a c h*, so gleich *a b c*.

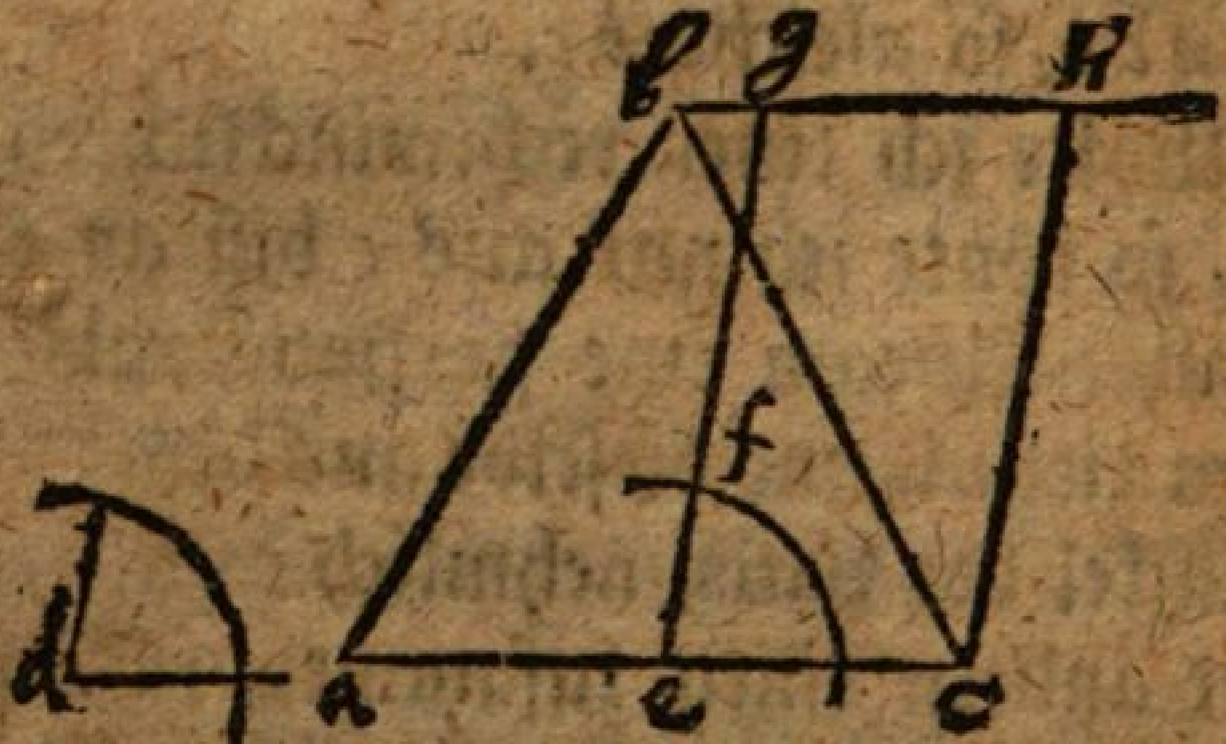
Wolte ich einen rechtwincklichten haben, so könte ich nur aus *c* biß an obige parallel-Lineam eine perpendicular-Lineam ziehen, und dieselbe aus dem andern Winckel der basis, nehmlich aus *a*, mit einer andern Linea zusammen schliessen, so hätte ich einen rechtwincklichten Triangul, so dem fürgegebenen auch gleich, denn die Triangul, so zwischen gleichen parallel-Linien, und auf gleichen basibus stehen, sind gleicher Grösse, nach der 38. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Die 2. Fürgabe.

Aus einem Triangul eine ablänglichte Vierung oder parallelogrammum nach einem

fürgegebenen Winckel zu machen, am Inhalt dem fürgegebenen Triangul gleich.

DEr fürgegebene Triangul ist *a b c*, der Winckel *d*, an den Triangul



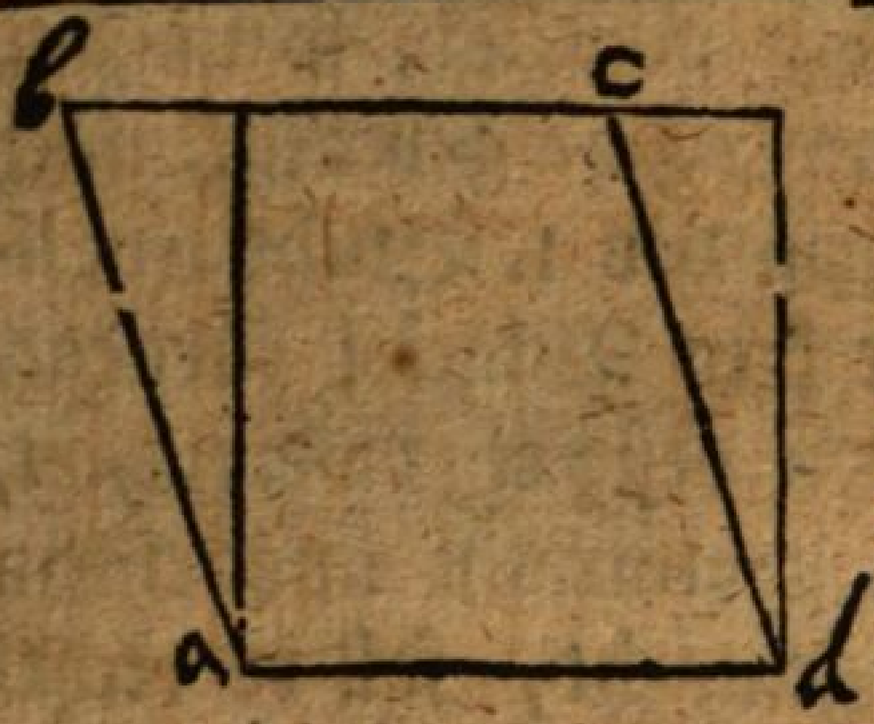
ziehe ich oben an *b* eine parallel-Lineam mit der basi *a c* gleichlauffend, und theile die basin *a c* in 2. gleiche Theil bey *e*, hierauf trage ich den Winckel *d* nach der 24. Fürgabe des andern Theils an Triangul auf in *e* in der Helffte der basis, und ziehe aus *e* durch *f* biß *g* eine Lineam *e g*, hernach ziehe ich aus *c* biß *h* eine

eine andere mit *e g* parallel, so ist das parallelogrammum *e g b c* gemacht, nach der 43. Proposition des 1. Buchs Euclidis. Wird aber kein Winckel fürgegeben, so ist die Arbeit desto eher verrichtet, und ein parallelogrammum aus einem Triangul leicht gemacht, soll es rechtwincklicht seyn, lehret solches zu machen folgende Fürgabe.

Die 3. Fürgabe.

Aus einer geschobenen Vierung eine recht wincklichte Vierung zu machen.

HIerbey ist nicht mehr zu thun, als daß ich an der geschobenen Vierung *a b c d*, oben die Lineam *b c* erlängere, und hernach auf die Lineam *a d* zwey perpendicular-Linien aus *a* und *d*, biß an die obige erlängerte parallel-Lineam ziehe, so ist aus einer geschobenen eine recht-wincklichte



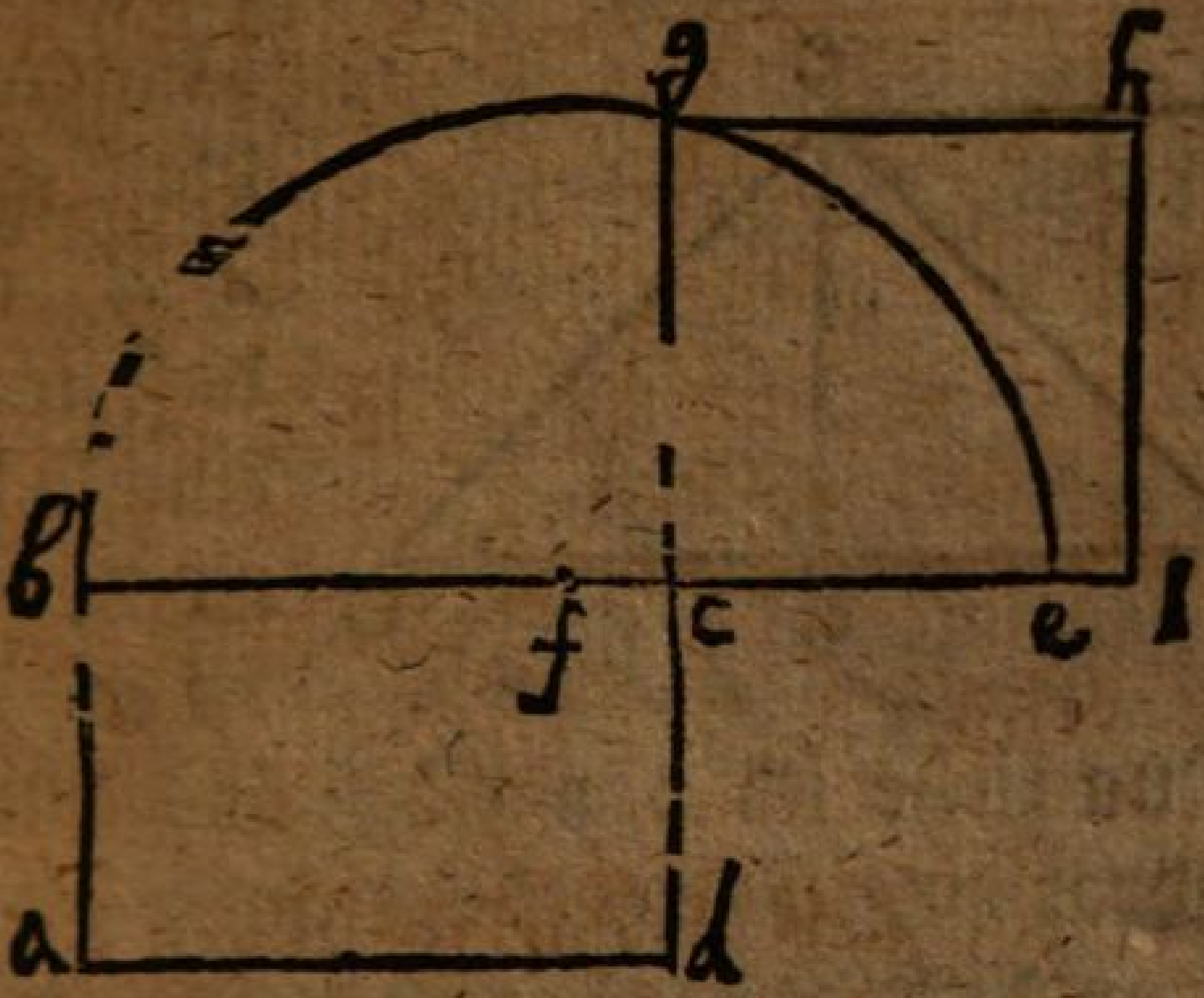
Vierung gemacht, und dieselbe, vermöge der 35. Proposition des 1. Buchs Euclidis, der geschobnen am Inhalt gleich.

Die 4. Fürgabe.

Aus einer rechtwincklichten, ablänglichten Figur ein Quadrat zu machen, am Inhalt der rechtwincklichten Figur gleich.

Diß lehret die 14. Proposition des 2. Buchs Euclidis, die rechtwincklichte Figur ist allhier *a b c d*, an deren eine lange Seite *b c* füge ich eine der kürtzern von *c* biß *e*, so habe ich die erlängerte Seite *b e*, an dieser suche ich das Mittel in *f*, in dieses setze ich den Circul mit einem Fusse ein, mit dem andern spanne ich auf biß in *b*, und ziehe oben einen halben Circulbogen herum biß in *e*, darauf aus dem Punct

c biß

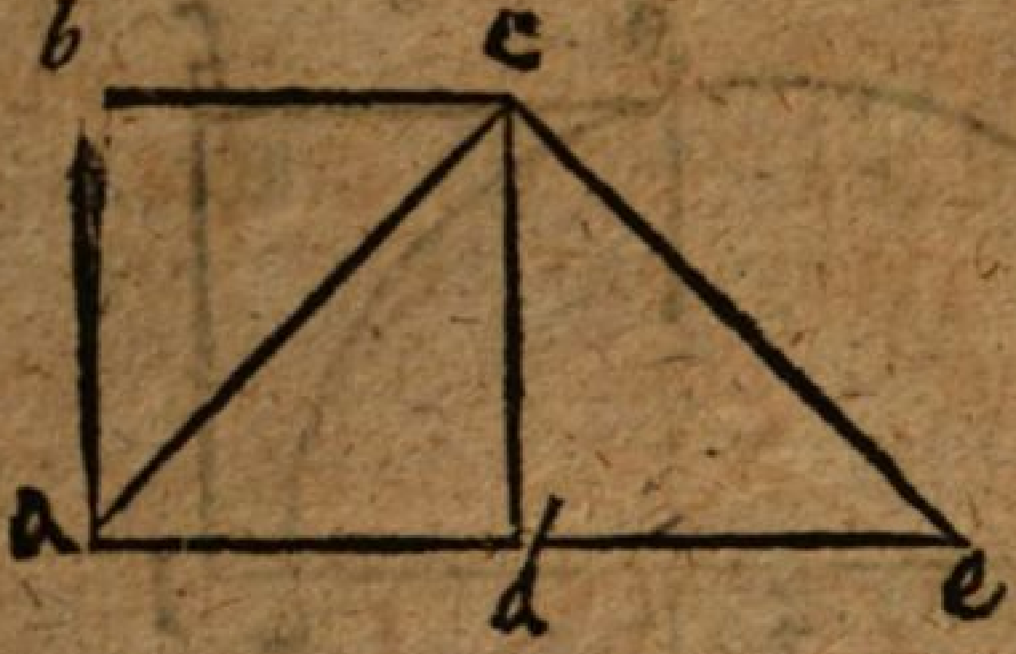


c biß an die circumferentz eine perpendicular-Lineam gezogen, so ist solche eine Seite des Quadrats, daraus wird hernach das Quadrat, nach der 26. Fürgabe des andern Theils, verfertiget.

Die 5. Fürgabe.

Aus einem Quadrat einen Triangul zu machen, so dem fürgegebenen Quadrat am Inhalt gleich.

DAs Quadrat sey *a b c d*, an denselben



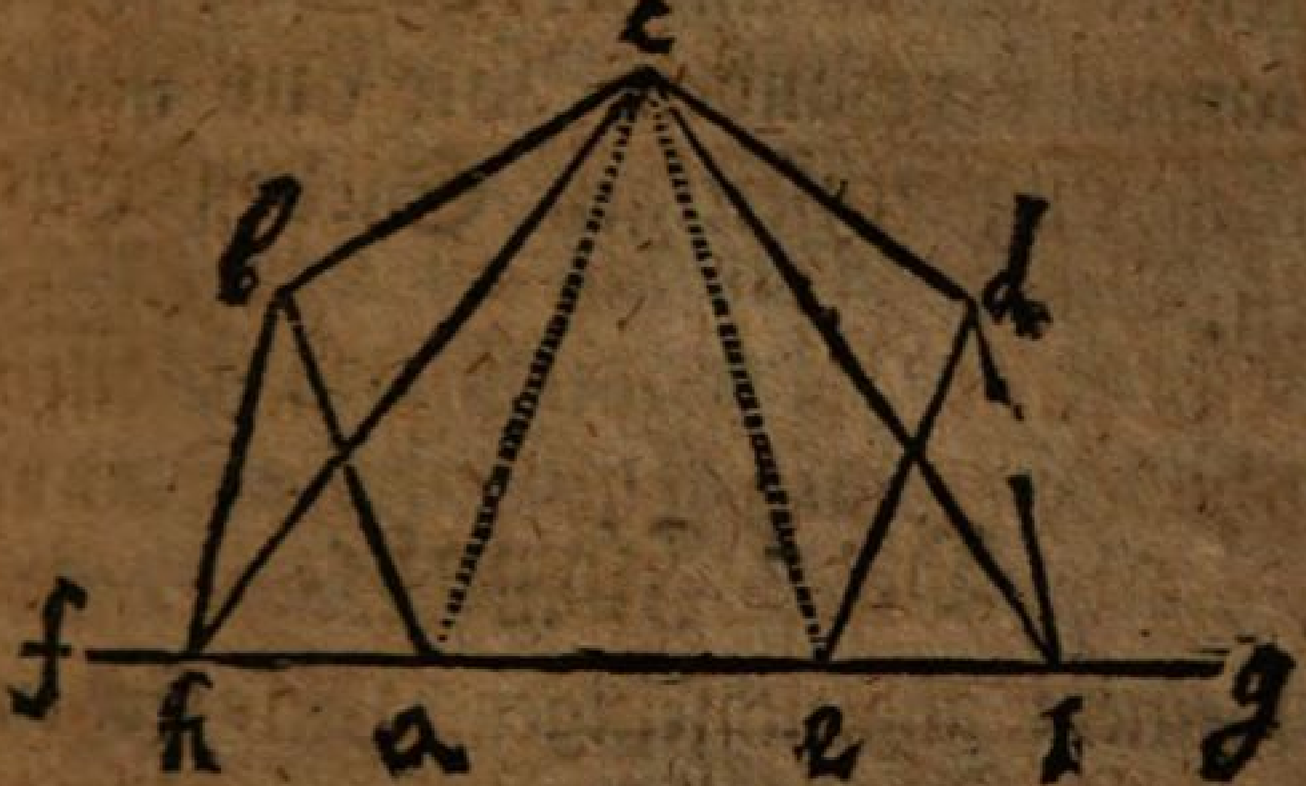
selben erlängere ich die Lineam *a d*, also, daß sie noch eins so lang werde biß in *e*.

Nun ziehe ich von *a* biß in *c* durchs Quadrat eine diagonal-Lineam *a c*, und füge an dieselbe aus *e* biß *c* eine andere, so ist der Triangul *a c e* gemacht, am Inhalt dem Quadrat *a b c d* gleich, wie solches aus der 43. Proposition des 1. Buchs Euclidis zu demonstriren, vermöge welcher man auch oben die Lineam *b c* mit der untersten parallel gezogen erlängern, und die Linien *a c* länger nehmen könte, als *c e*, und also einen Triangul machen von dreyen ungleichen Seiten.

Die

Die 6. Fürgabe.

Aus einem Fünff-Eck einen Triangul zu machen, so mit dem Fünff-Eck gleiches Inhalts.



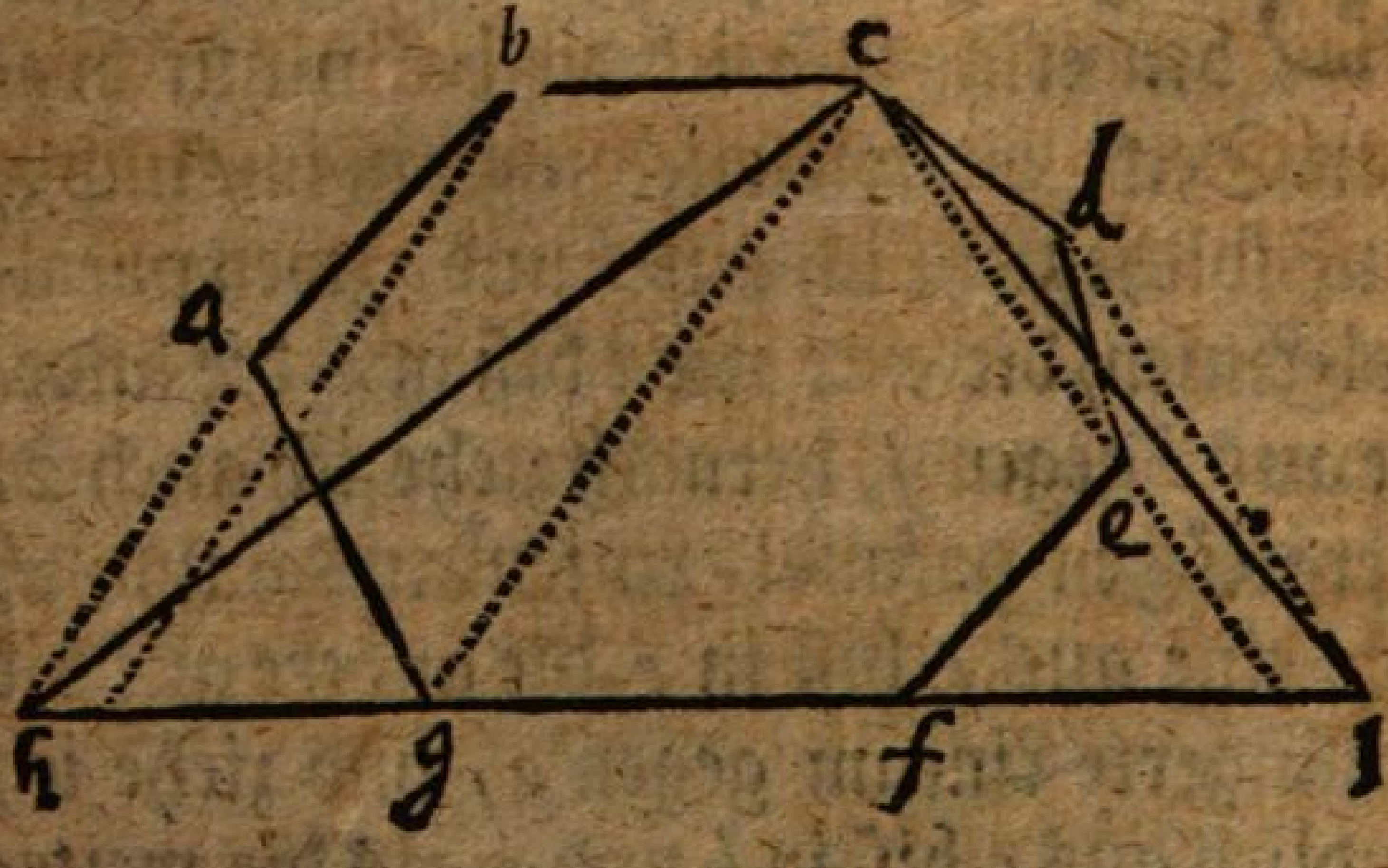
DAs Fünff-Eck sey *a b c d e*, an demselben erlängere ich die basin auf beyden Seiten nach Beliebung biß in *f* und *g*, auf solche ziehe ich aus *b* und *c* zwey parallel-Linien, die eine aus *c* biß in *a*, die andere aus *b* gegen *f*, hernach ziehe ich auch 2. dergleichen parallel-Linien aus *c* und *d*, die eine aus *c* biß in *e*, die andere auf die erlängerte Lineam gegen *g*, und ziehe ich endlich aus *c* biß in *h* und *i*, als die weitesten Puncta der parallel-Linien noch 2. Lini-

Linien, so schliessen solche den Triangel *chi*, welcher am Inhalt eben so groß ist, als das Fünff-Eck.

Auf diese Art kan man alle Eck-Figuren regulares und irregulares in einen Triangul verwandeln, wie aus nachfolgenden ungleichseitigen Sieben-Eck zu sehen.

Die 7. Fürgabe.

Aus einem ungleichseitigen Viel-Eck einen Triangul zu machen.



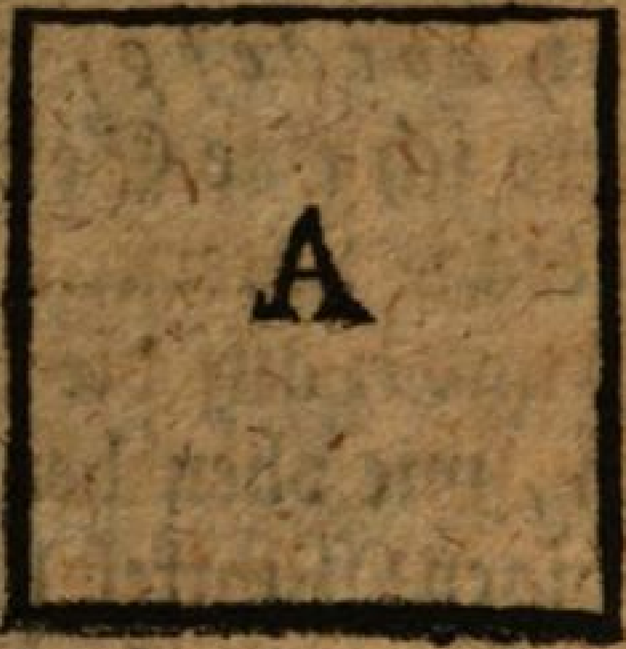
Das

DAs Sieben-Eck sey *abcdefg*, an demselben erlängere ich eine Seite, welche ich will, ist allhier die unterste *gf*, und ist erlängert biß in *h* und *i*, auf die Lineam *h* und *i* ziehe ich, wie oben beym Fünff-Eck, aus dem obigen Winckel Parallel-Linien herab, und wo die letzten auf der Linea *hi* hinfallen, daselbst beschliesse ich den Triangul *chi*, so ist derselbe am Inhalt eben so groß, als das ungleiche Sieben-Eck.

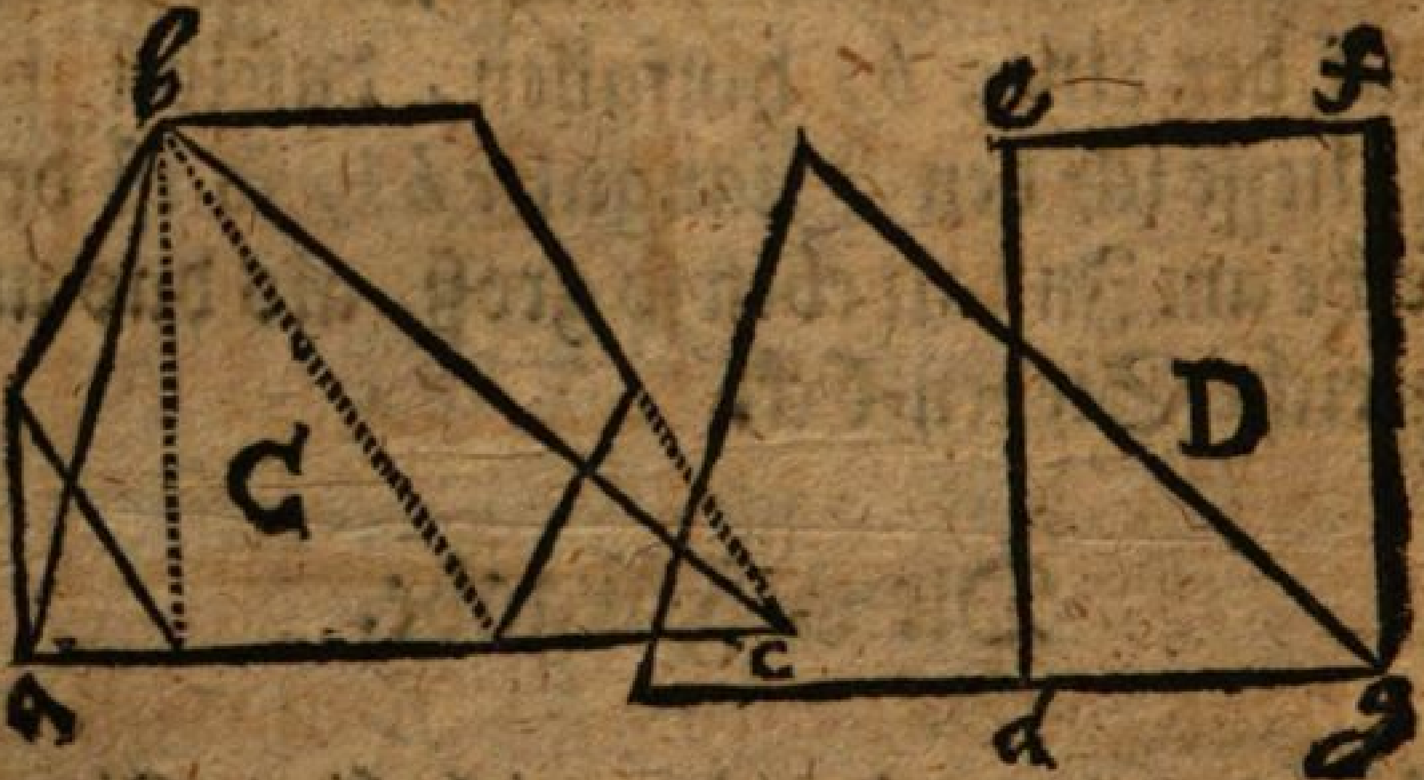
Die 8. Fürgabe.

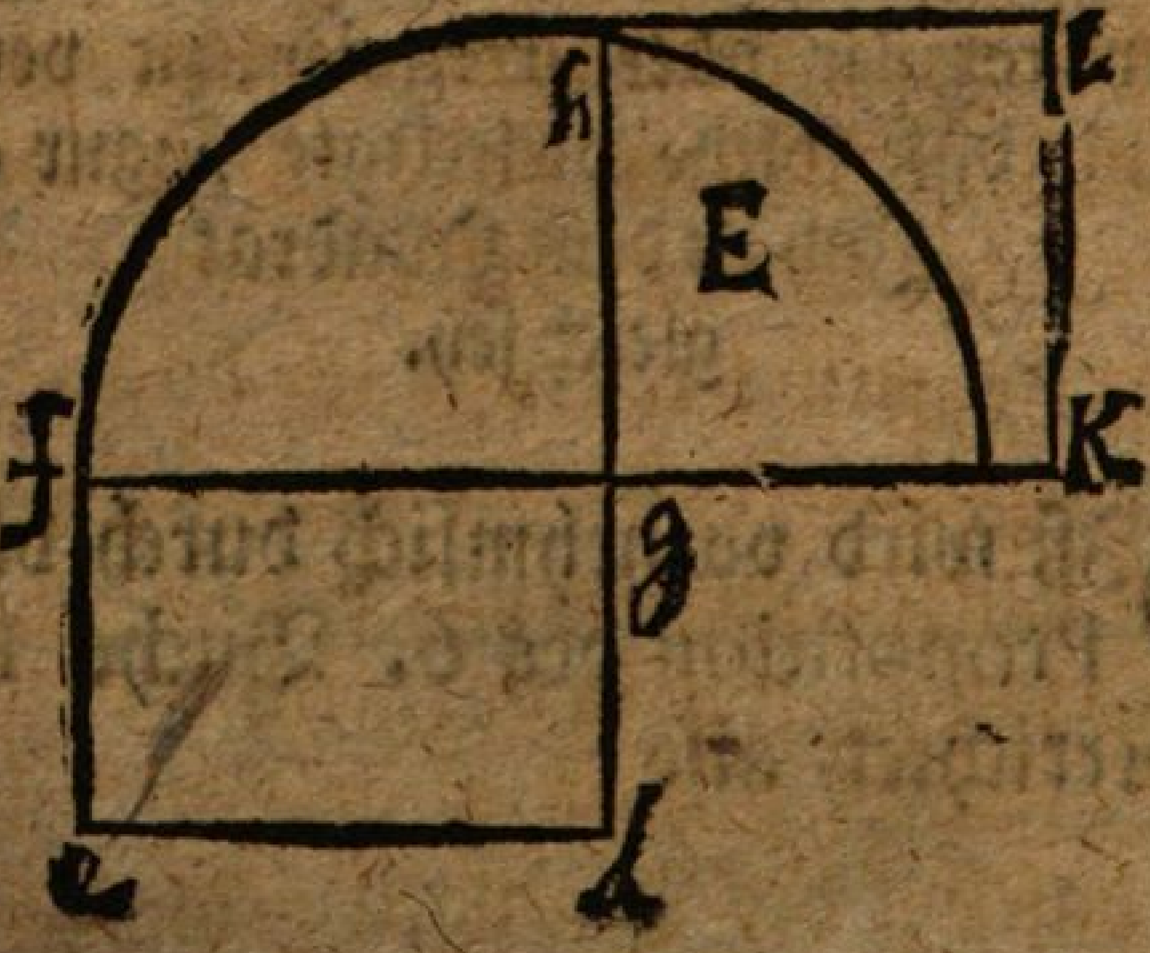
Ein Quadrat in eine vieleckigte Figur, sie sey regular oder irregular, zu verwandeln, daß solche vieleckigte Figur am Inhalt dem Quadrat gleich sey.

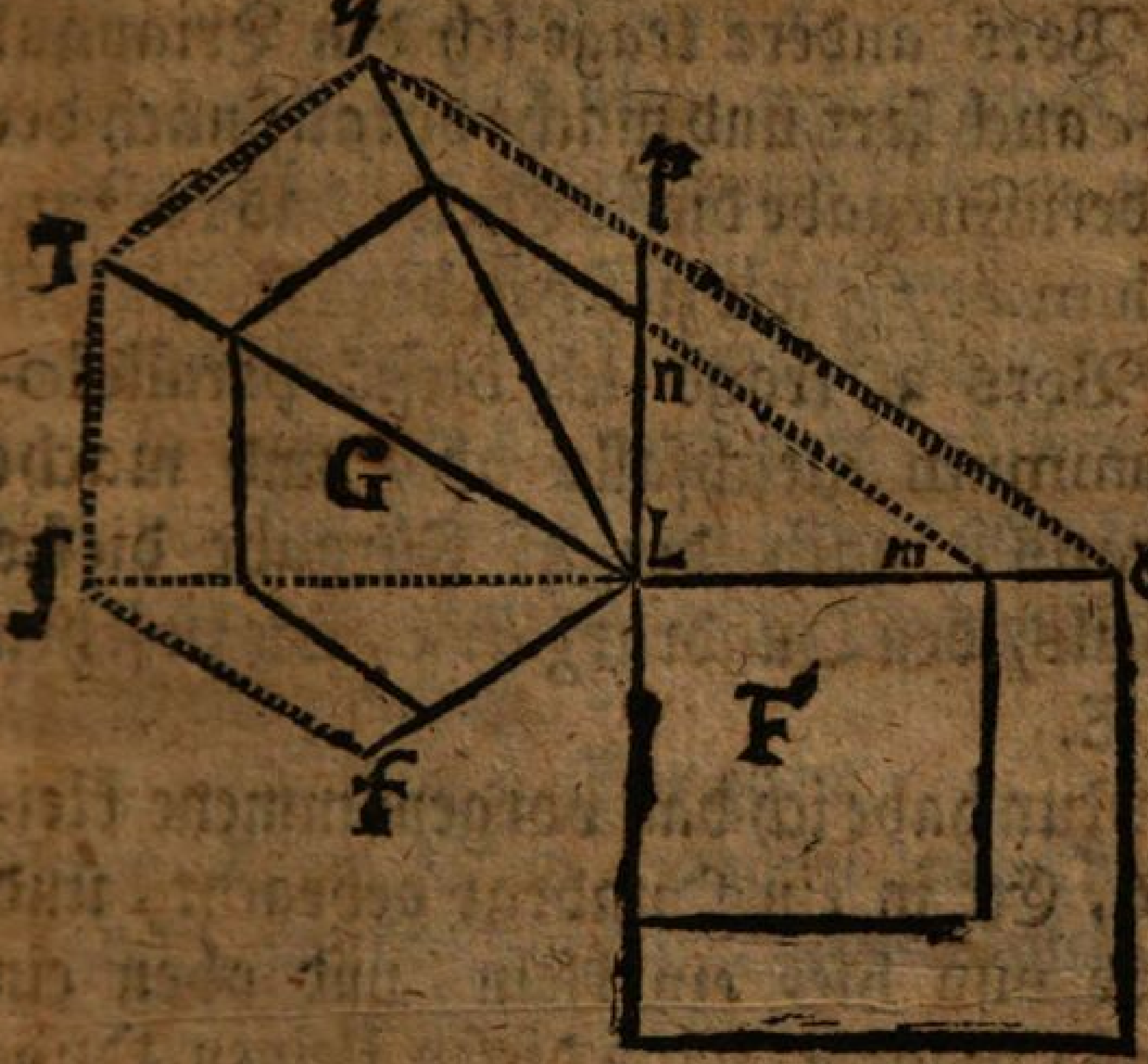
DIß wird vornehmlich durch die 25. Proposition des 6. Buchs Euclidis verrichtet, also:


A

B


b
e
f
C
D
a
c
d
g


h
l
E
K
g
e
d



Das Quadrat sey A. Nun reisse ich mir erst eine Eck-Figur auf, wie ich solche begehre, groß oder klein, regular oder irregular. Allhier habe ich genommen ein regular Sechs-Eck B, dabey gebahr ich weiter also: 1. trage ich das Sechs-Eck, nach Unterricht der 32. Fürgabe des ersten Theils, weiter, und bringe es in einen Triangel, wie in vorgehender 7. Fürgabe gelehret, solches ist geschehen bey C, und daselbst der Triangul gemacht *a b c*.

Vors

Vors andere trage ich den Triangul *abc* auch fort, und mache darauf, nach der andern Fürgabe dieses Theils, das rectangulum *defg*, wie zu sehen bey D.

Vors 3. trage ich dieses parallelogrammum gleichfalls ab, und mache daraus, nach der 4. Fürgabe dieses Theils, den Quadrat *ghik*, wie zu sehen bey E.

Nun habe ich das vorgenommene kleine 6. Eck in ein Quadrat gebracht, und habe nun hier ein klein, und oben ein groß Quadrat. Aus diesen kleinen Quadrat, so am Inhalt dem fürgenommenen Sechs-Eck gleich, kan ich das zuerst vorgegebene grössere Quadrat nach Erfoderung der Fürgabe in ein regular 6. Eck verwandeln, dergestalt:

Vors 4. ich schliesse das kleine Quadrat ins grosse an zweyen Seiten ein, wie geschehen in F. und füge darauf

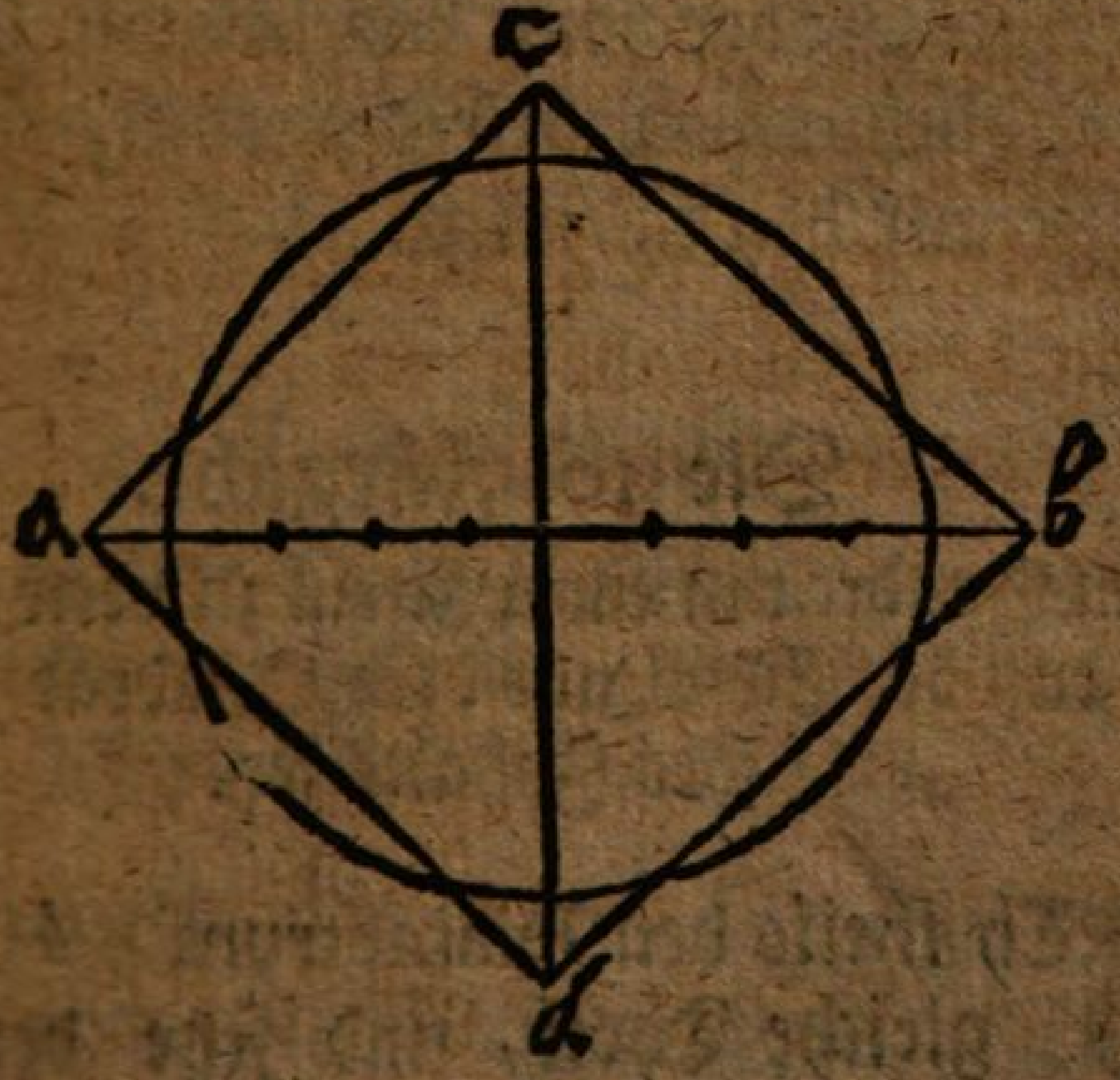
Vors 5. die vorgenommene Eck-Figur mit einer Ecke an die Ecke des Quadrats

bey

bey L, und ziehe aus der Ecke L durch alle Ecken des 6. Ecks Linien, wie zu sehen bey G, hernach ziehe ich auch eine Lineam von m biß n, und lasse hierauf aus *o* biß *p q r ſ t* um das kleine 6. Eck Parallel-Linien lauffen, so habe ich dadurch eine grössere 6. Eck, nemlich L *p q r ſ t l* zu wege gebracht, welches am Inhalt dem fürgegebenen Quadrat gleich ist.

Die 9. Fürgabe.

Einen Circul in ein Quadrat zu verwandeln, daß dasselbe mit dem Circul gleiches Inhalts sey.



Der

DEr Diameter des Circuls wird getheilet in acht gleiche Theil, an solchen Diametrum ausserhalb des Circuls bey *a* und *b* auf ieder Seite noch einen Theil gefüget, also, daß die Linea *ab* 10. solche Theil lang werde.

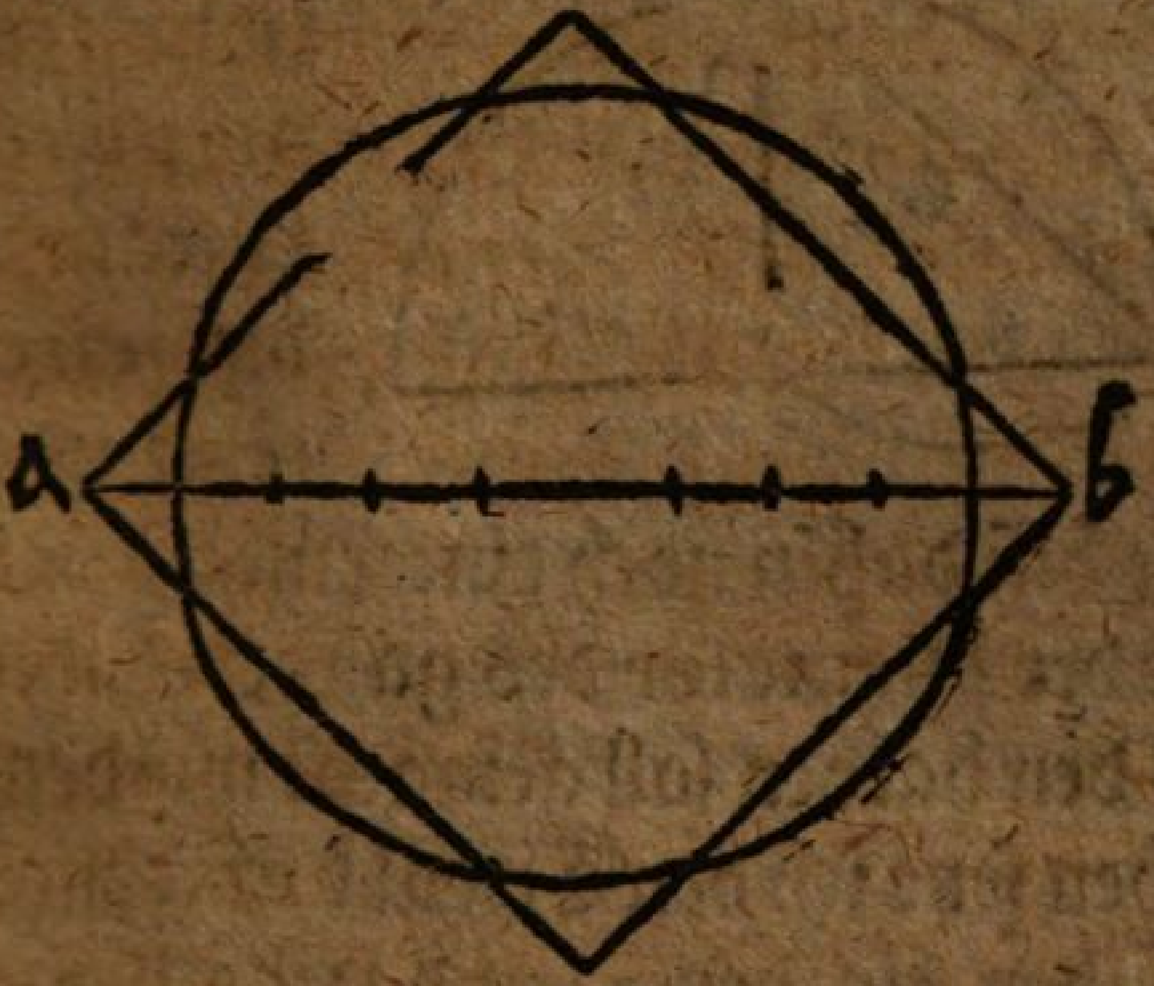
Darauf durch das centrum des Circuls noch eine dergleichen Lineam *cd* winckelrecht durch diese und den Circul gezogen, und darauf die Lineam *ac*, *cb*, *bd*, und *da*, und also das Quadrat gemacht, so ist die Arbeit gethan, kan aber aus Euclide, oder sonst mathematice nicht gründlich demonstriret werden, sondern trifft nur bey nahen zu.

Die 10. Fürgabe.

Ein Quadrat in einen Circul zu verwandeln, daß der Circul mit dem Quadrat gleiches Inhalts sey.

JCh theile den Diametrum *ab* in 10. gleiche Theil, und setze den Circul

cul mit dem einen Fusse in die Mitte des

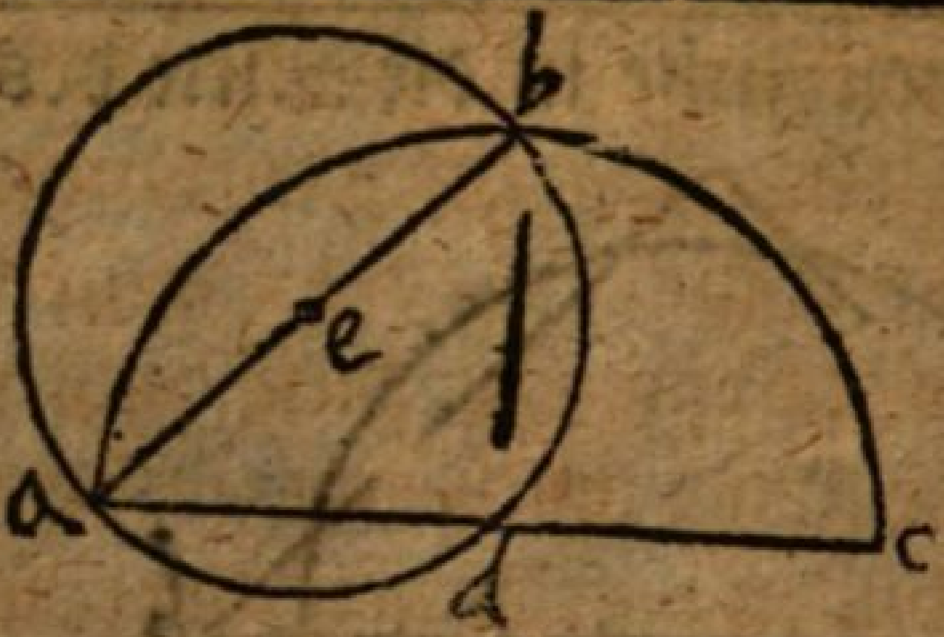


Diameters, und führe solchen mit dem andern Fusse bey *a* und *b* herum, also, daß bey *a* und *b* an ieder Seite ein Zehentheil gelassen werde, so ist der Circul dem Quadrat gleich verfertiget.

Die II. Fürgabe.

Einen halben Circul in einen gantzen zu verwandeln, daß der gantze mit dem halben gleiches Inhalts sey.

DEr halbe Circul ist *a b c*, dessen Diametrum theil ich in 2. gleiche Theil bey



bey *d*, aus *a* ziehe ich eine perpendicular-Lineam biß an die circumferentz in *b*, und ziehe biß dahin noch eine Lineam *a b*, diese ist der Diameter des gantzen Circuls, so aus den halben soll gemacht werden, derohalben setze ich den Circul auf dem Mittel desselben ein bey *e*, und ziehe bey *a* und *b* den Circul herum, so ist der kleine gantze Circul dem halben am Inhalt gleich verfertiget.

Die 12. Fürgabe.

Einen gantzen Circul in einen halben zu verwandeln, also, daß der halbe Circul mit dem gantzen gleiches Inhalts sey.

WEnn ich durch den gantzen Circul bey vorhergehender Figur den Diametrum *a* gezogen, so theile ich die eine

Helffte

Helffte des Circuls in 2. gleiche Theil bey *d*, und schliesse allda einen Triangul *a b d*, so ist die Linea *a d* oder *b d*, iede die Helffte des Diameters zum halben Circul, solche demnach noch eins so lang gezogen, und biß in *c* erlängert, darauf den Circul bey *d* eingesetzt, und aus *a* biß *c* den halben Circulbogen *a b c* herum gezogen, so ist der halbe Circul fertig, und dem gantzen an Inhalt gleich.

Item, ich mache einen Circul noch so groß ex 48. primi Euclidis, und theile solchen per Sectionem maximam (per centrum) die Helffte des Duppelgrossen wird gleich seyn dem gantzen, so einfach groß.

Der vierdte Theil
Des ersten Buchs
DE SVPERFICIERVM ADDITIONE, SVBTRACTIONE, MVLTIPLICATIONE ET DIVISIONE.

Oder

Von Zusammensetzung, Abziehung, Vermehrung, und Theilung flacher Figuren.

ADDITIO.

DJese Addition, wie auch nachfolgende Subtraction und Multiplication ist vornehmlich gegründet auf die 47. Proposition des 1., und 31. Prop. des 6. Buchs Euclidis, und kan insonderheit die 47. Proposition gedachten 1. Buchs Euclidis, wegen ihres fürtrefflichen Nutzens in der Geometria nicht genugsam gepriesen werden, sie lautet aber also:

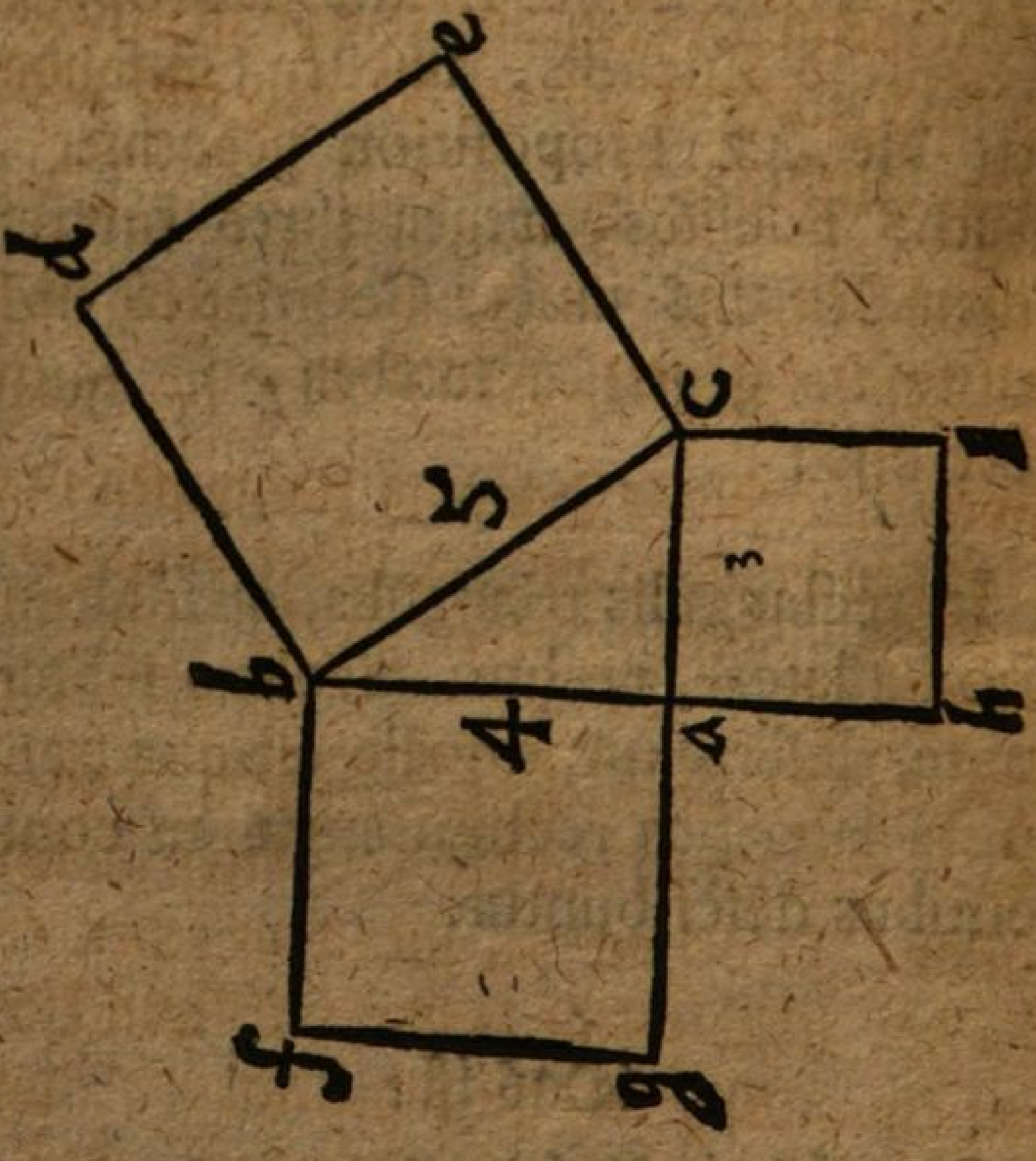
In rectangulis triangulis, quadratum, quod à latere, rectum angulum subtendente, describitur, æquale est quadratis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur.

Das ist:

In rechtwincklichten Triangulen (*abc*) ist das Quadrat (*bcde*) welches auf die Seite (*bc*) beschrieben, die den rechten Winckel (*bac*) überzogen ist, gleich den

 bey-

beyden Quadraten (*abfg* und *achi*) so aus den andern beyden Linien (*ac* und *ba*) gemacht werden, die den rechten Winckel beschliessen, die hat Euclides demon-



striret in Linien, und Pythagoras erfunden in Zahlen, da er der einen Linea *a c* oder *a b* (nachdem ich eine dieser beyden

die

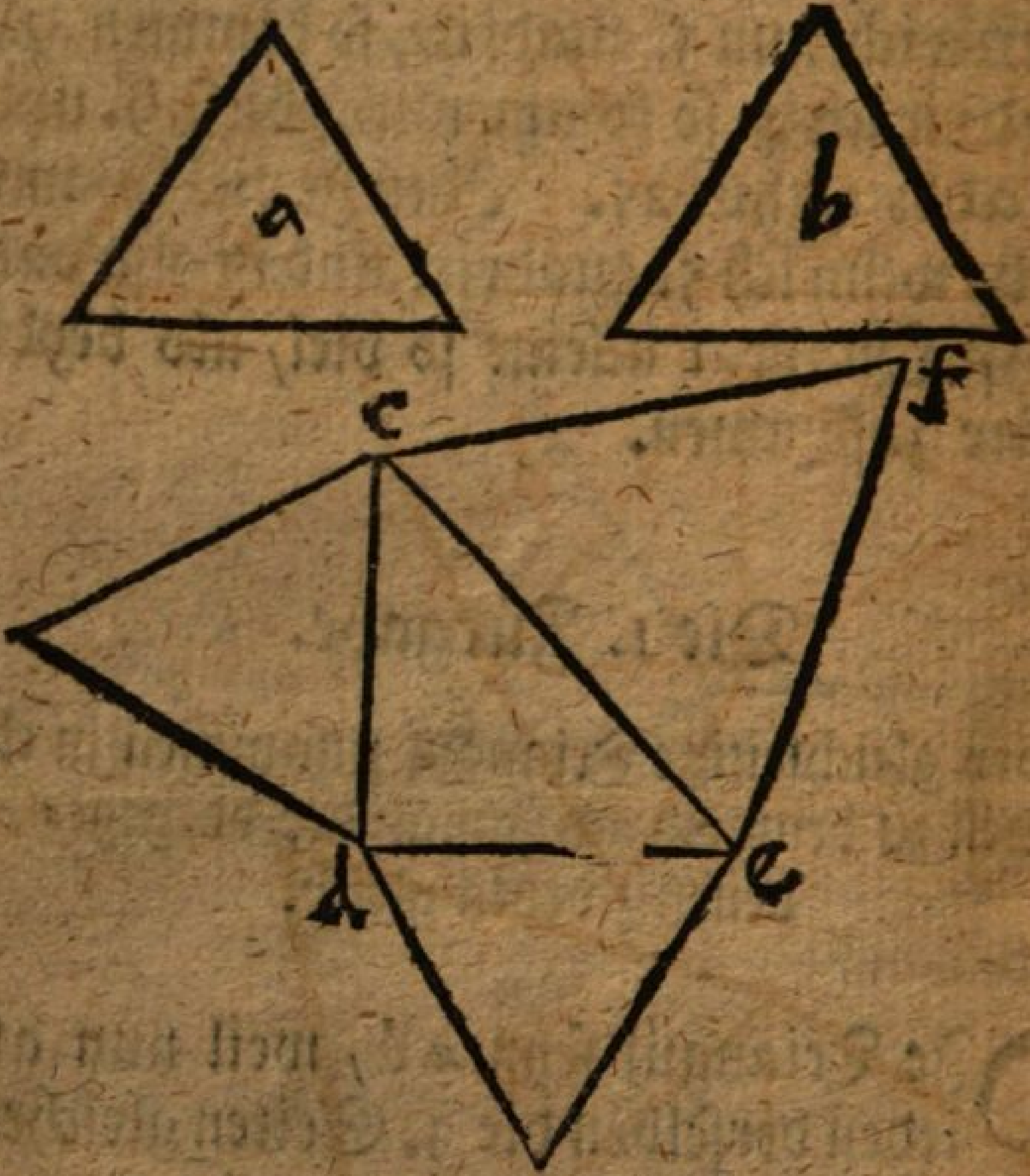
die längste oder kürtzeste seyn lasse) 3. der andern 4. und der dritten 5. gegeben. Wenn ich nun 3. quadrire, so kommen 9., quadrir ich 4. so kommen 16., diese 9. und 16. addirt, thut 25. Eben so viel kommt auch, wenn ich 5. quadrire, und ist also das grosse Quadrat alleine so viel, als beyde kleine zusammen.

Die 1. Fürgabe.

Zwey gleichseitige Triangul zusammen in einen zu bringen, am Inhalt der vorgegebenen zweyen gleich.

DIe Triangul seyn *a b*, weil nun an ieden derselben die 3. Seiten gleicher Länge, so nehme ich nur von ieden eine Seite, stelle solche beyde rechtwincklicht auf einander, wie zu sehen an *c d*, darauf ziehe ich eine Lineam von *c* biß *e*, und mache auf solche den gleichseitigen Triangul *c e f*, so ist derselbe am Inhalt gleich so groß, als die vorgegebenen bey-

de kleinen. Diß hat seine demonstra-



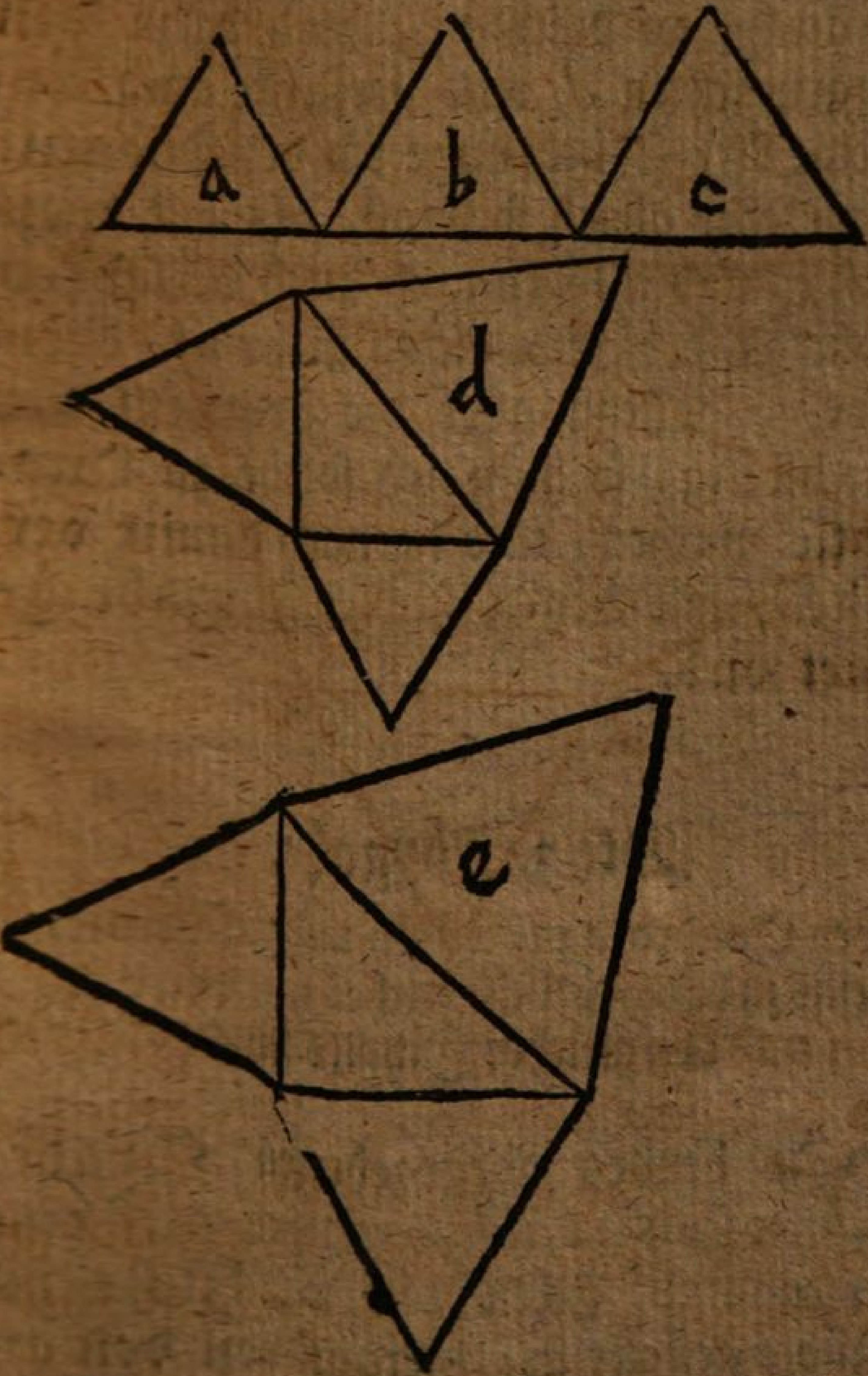
tion und Beweiß aus der 31. Proposition des 6. Buchs Euclidis.

Die 2. Fürgabe.

Drey gleichseitige Triangul zu addiren, oder zusammen in einen zu bringen, am Inhalt dreyen gleich.

Die

DJe drey Triangul sind *a b c*, ich procedire erst mit den ersten zweyen,



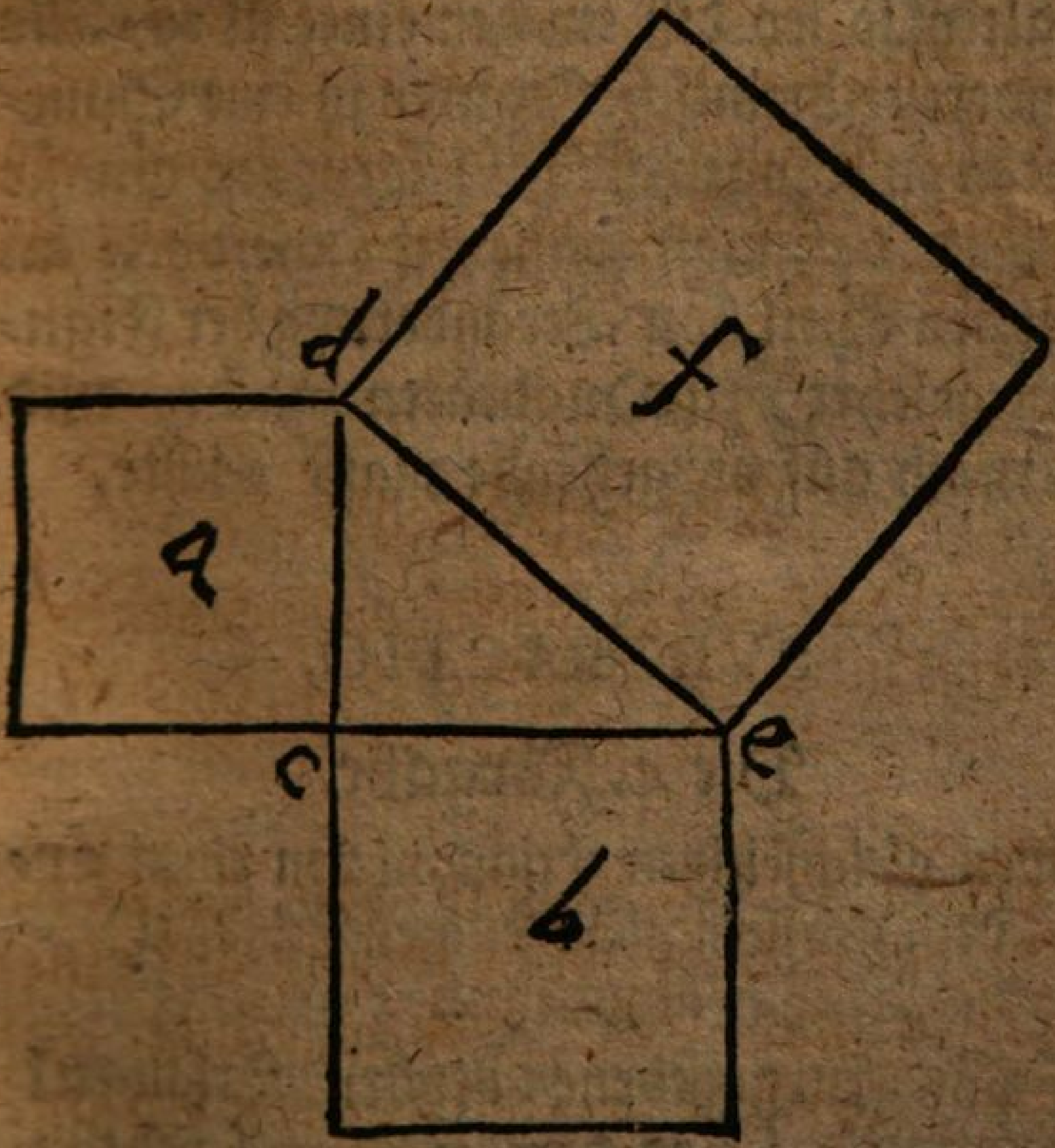
nach vorgehender Fürgabe, so bekomm ich daraus den Triangul *d*, darauf nehm ich auch den dritten *c*, und darzu den neugemachten *d*, und verfahre auch auf vorige Art, so bekomme ich den Triangul *e*, welcher gleich so groß, als alle dreye *a*, *b*, *c*, und also kan ich auch verfahren, wenn ich derselben gleich mehr als dreye habe. Wenn aber die Triangul ungleichseitig, so mag ich solche zu Quadratis machen, und hernach damit verfahren, wie bey folgender Fürgabe gelehret wird.

Die 3. Fürgabe.

Zwey Quadrata zu addiren und zusammen in eins zu bringen, daß solches mit den beyden gleiches Inhalts sey.

DJe beyden vorgegebenen Quadraten seyn *a b*, solche werden auf einer Seiten und Ecken rechtwincklicht auf einander gestellt in *c*, hieraufvon den andern

dern beyden Ecken solcher Quadraten, nehmlich aus *d* biß *e* eine Lineam gezogen, daß man einen rechtwincklichten Triangul *c d e* bekommt, auf die Lineam *d e* das Quadrat *f* gemacht, so ist solches den andern beyden *a b* am Inhalt gleich, vermöge der 47. Proposition des 1. Buchs



Euclidis, so Eingangs dieses Theils gesetzt.

Wie man aber 3. 4. und mehr Quadraten addiren soll, kan leicht verstanden werden aus vorgehender 2. Fürgabe.

Und damit wir uns hierbey nicht aufhalten, so sey diß ein gemeiner Weg, alle andere rechtlinische Figuren in eine Summam zu bringen, sie seyn formiret, wie sie wollen, daß man solche erst (wie oben im dritten Theil von Veränderung der Figuren gelehrt) zu Quadraten mache, und hernach auf vorgehende masse addire.

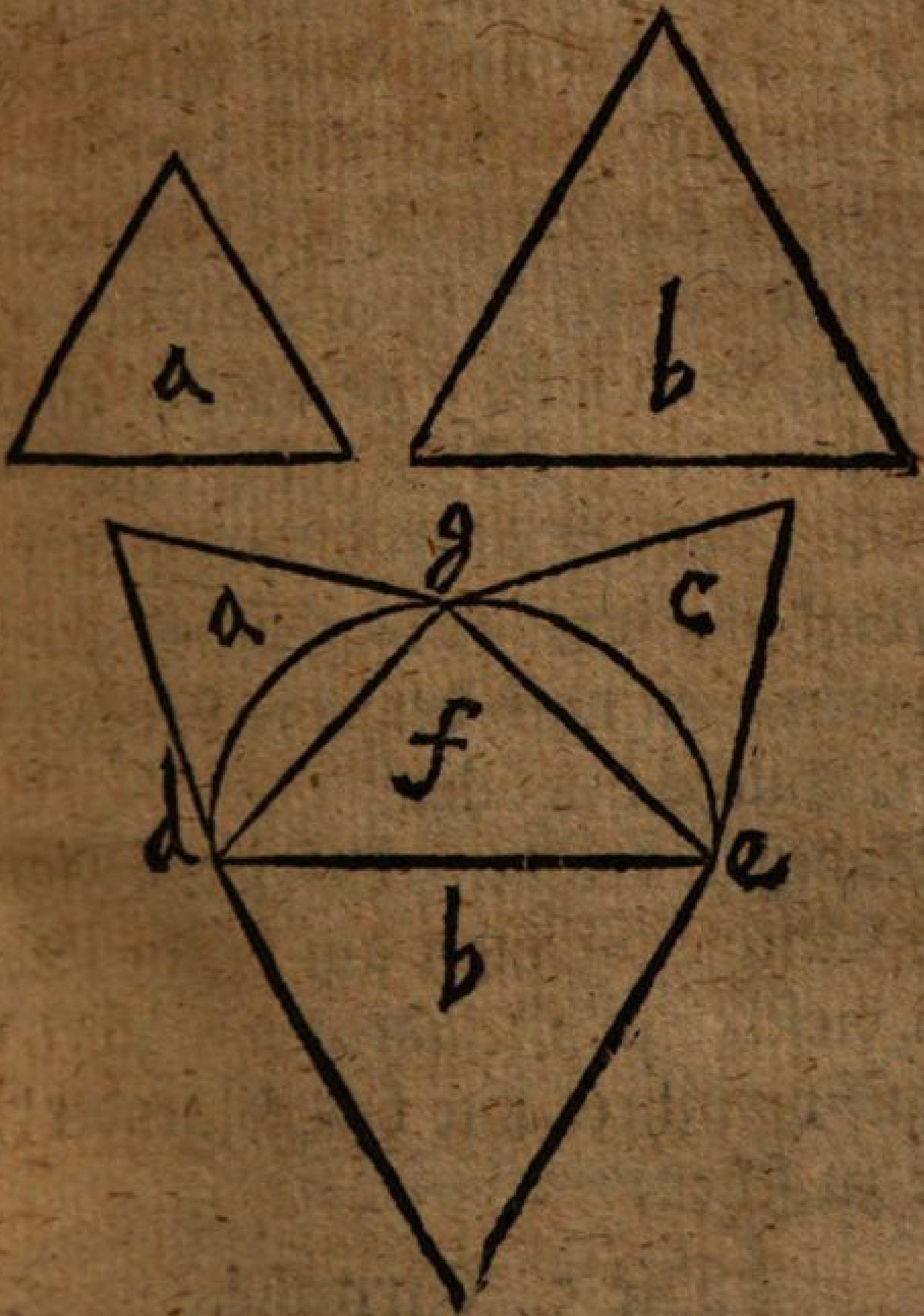
SVBTRACTIO.

Die 4. Fürgabe.

Einen gleichseitigen Triangul von einen andern grössern gleichseitigen Triangul abzuziehen.

DIe fürgegebene beyden Triangul sind *a b*, von dem grössern *b* nehme ich

ich eine Seite besondern, *d e*, an dieser such ich das Mittel in *f*, aus solchem, als dem



centro, ziehe ich den halben Circul *d g e*, nun nehme ich des andern fürgegebenen kleinen Trianguls eine Seite, und ziehe solche auf die Lineam *d e*, biß an die cir-

 cum-

circumferentz, solche ist *d g*, aus *g* biß *e* ziehe ich wieder eine Lineam, und stelle auf dieselbe den Triangul *c*, so ist der Triangul *a* und *b* abgezogen, und bleibet übrig der Triangul *c*, und ist also der Fürgabe ein Genügen gethan. Diß hat seinen Beweiß aus der 31. Proposition des 6. B. Euclidis, denn weil *d g e* an der circumferentz ein rechter Winckel ist, und die Linea *d e* denselben überspannt, so muß folgen, daß der Triangul *b* gleich so groß als *a c* zusammen nach der 47. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

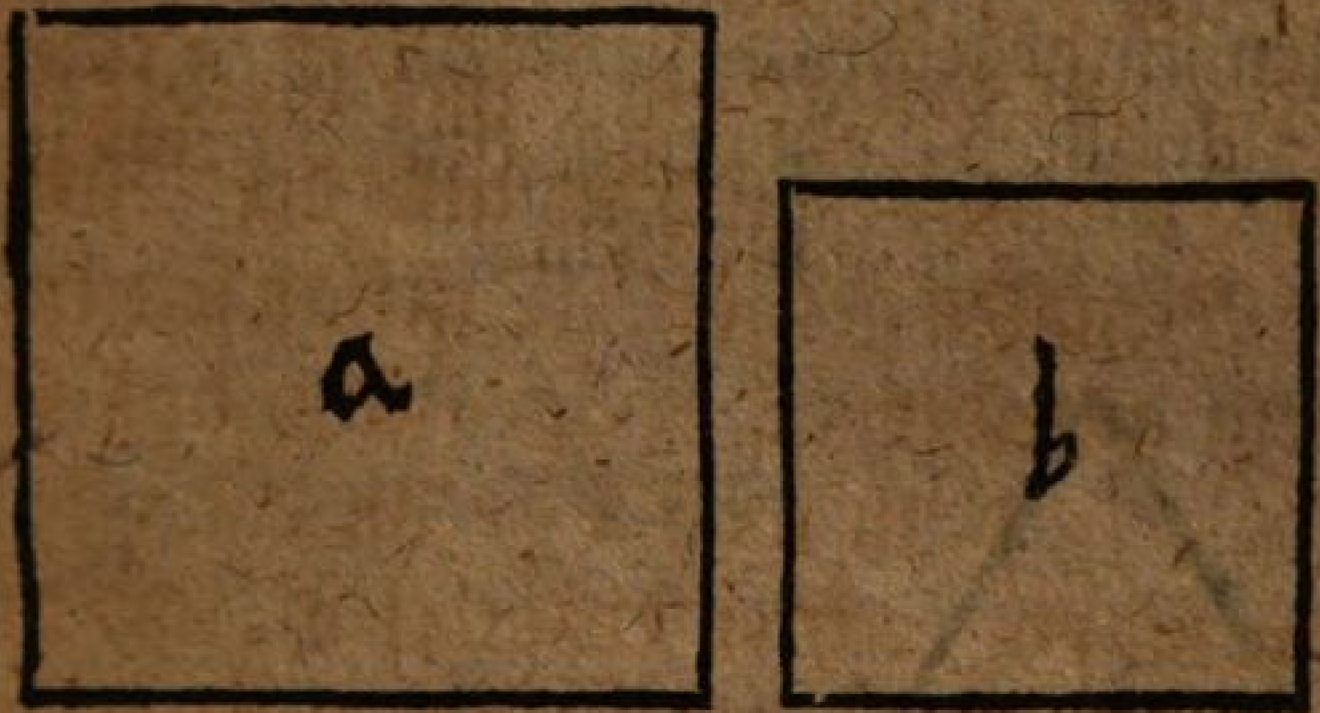
Dabey zu erinnern, daß wenn Figuren nicht gleichseitig, man am besten thue, so man dieselbe zu Quadraten machet, und darauf verfähret, wie bey folgender Fürgabe zu sehen.

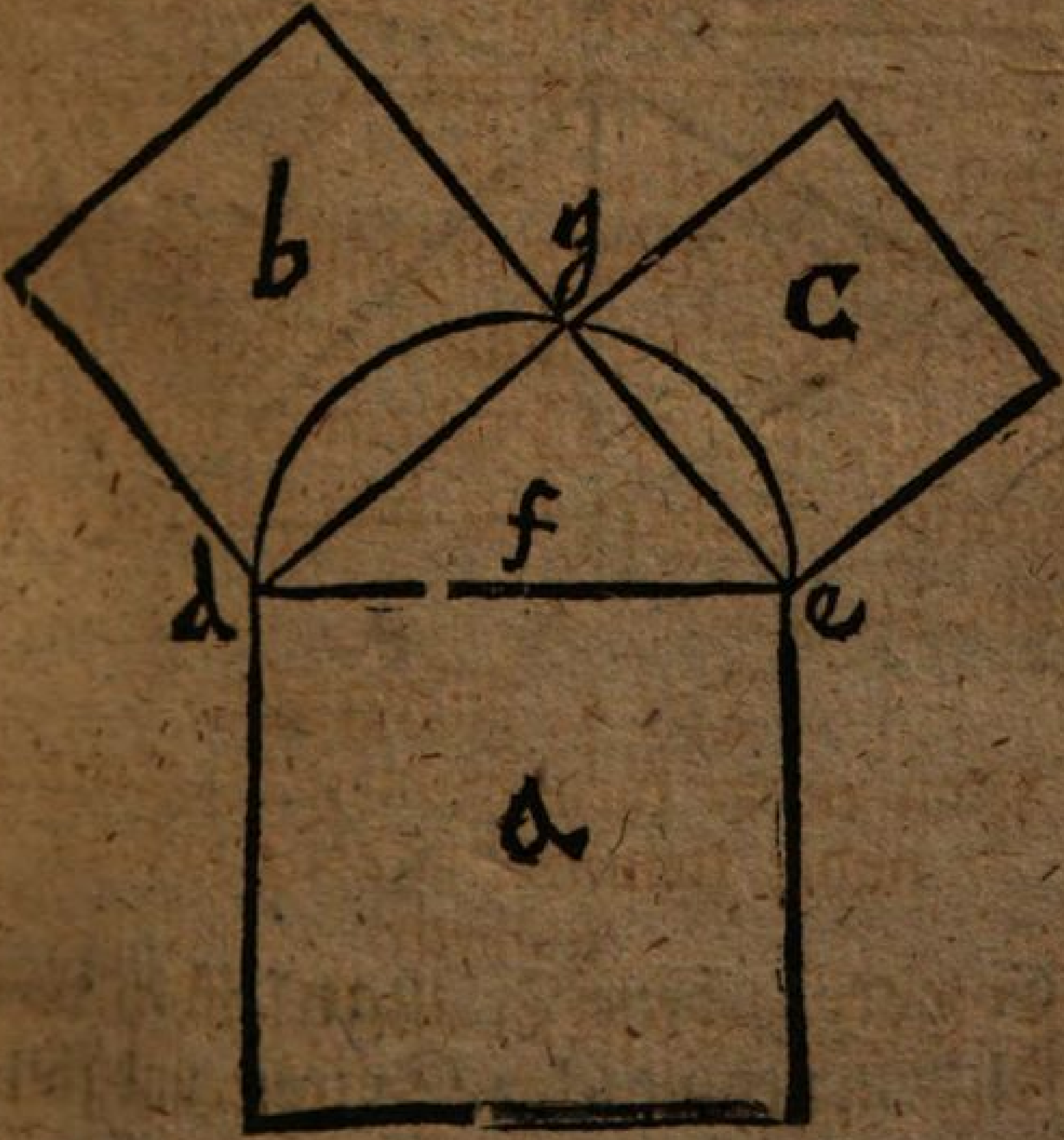
Die 5. Fürgabe.

Von einem fürgegebenen Quadrat ein ander kleinen Quadrat zu subtrahiren.

Allhier wird eben auch also procediret, wie bey vorhergehender Fürgabe, darum

darum nicht nöthig, ferner davon Bericht zu geben.

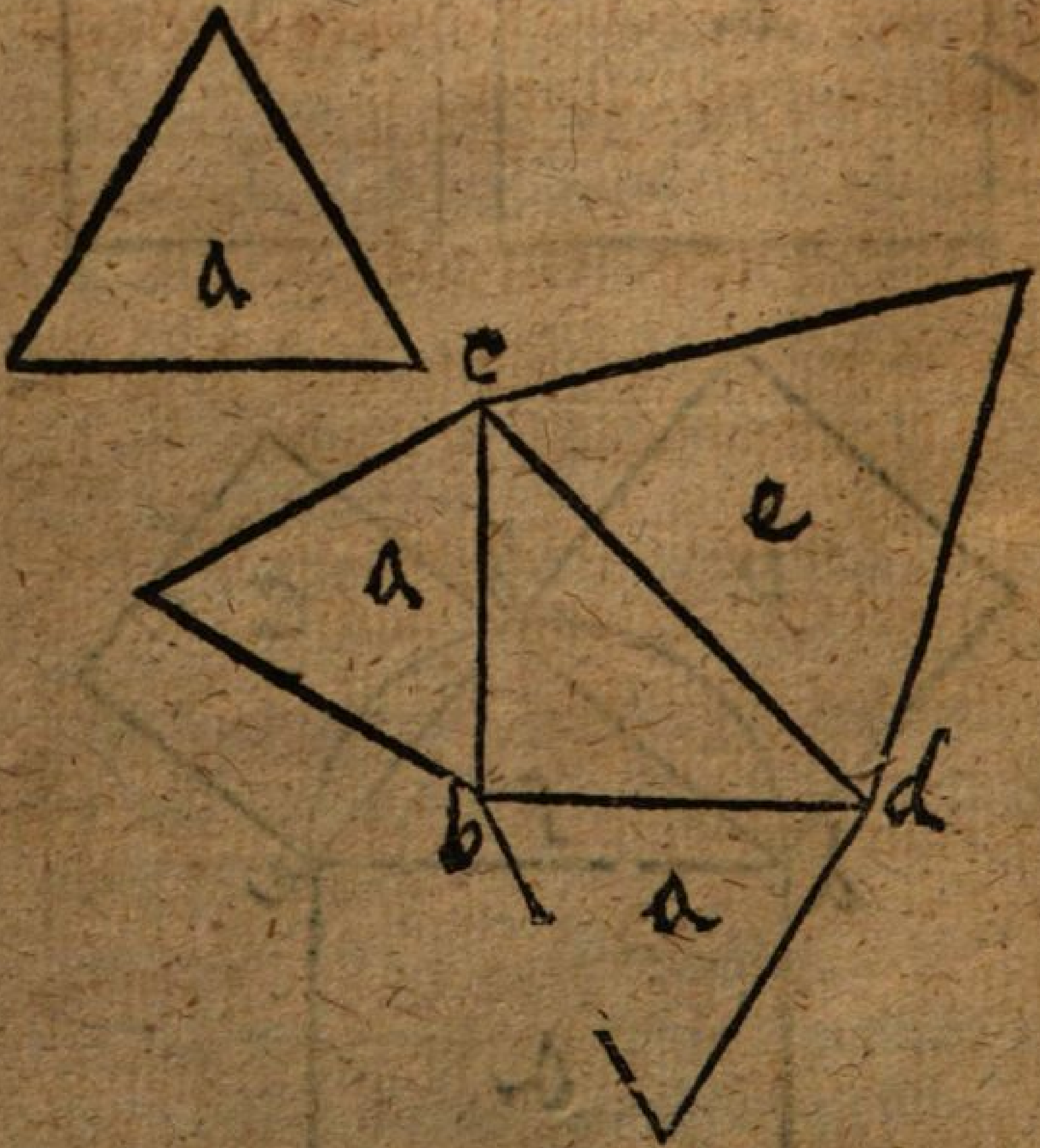




MVLTIPLICATIO.

Die 6. Fürgabe.

Einen fürgegebenen gleichseitigen Triangul zu dupliren, oder noch eins so groß zu machen.



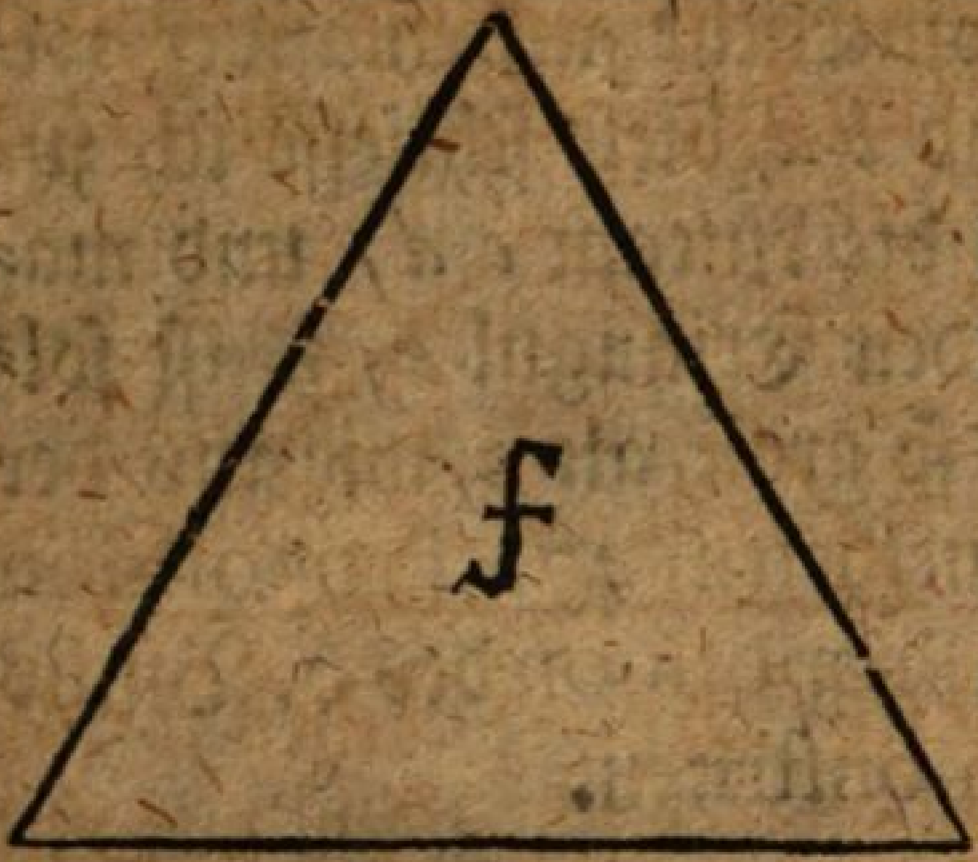
DEr vorgegebene Triangul ist *a*, von solchem nehme ich 2. Seiten, und stelle sol-

le solche rechtwincklicht auf einander, solche sind *b c* und *b d*, diese schliesse ich zusammen durch die Lineam *c d*, und mache auf solche den Triangul *e*, so ist solcher noch eins so groß, als *a*, wie aus der Eingangs gemeldeten 47. Proposition des 1., und 31. Proposition des 6. Buchs Euclidis zu demonstriren.

Die 7. Fürgabe.

Einen fürgegebenen gleichseitigen Triangul dreymahl so groß zu machen.

Dieses zu thun, kan man erst den fürgegebenen Triangul nach vorgehender Fürgabe dupliren, daselbst ist der einfache *a*, der duplirte *e*, von diesen beyden wiederum zwey Linien rechtwincklicht auf einander gestellt, und eben auch also damit verfahren, wie bey duplirung des ersten, so ist der fürgegebene Triangul tripliret, und kömmt vorgehender *a* triplirt in dieser Grösse *f*.



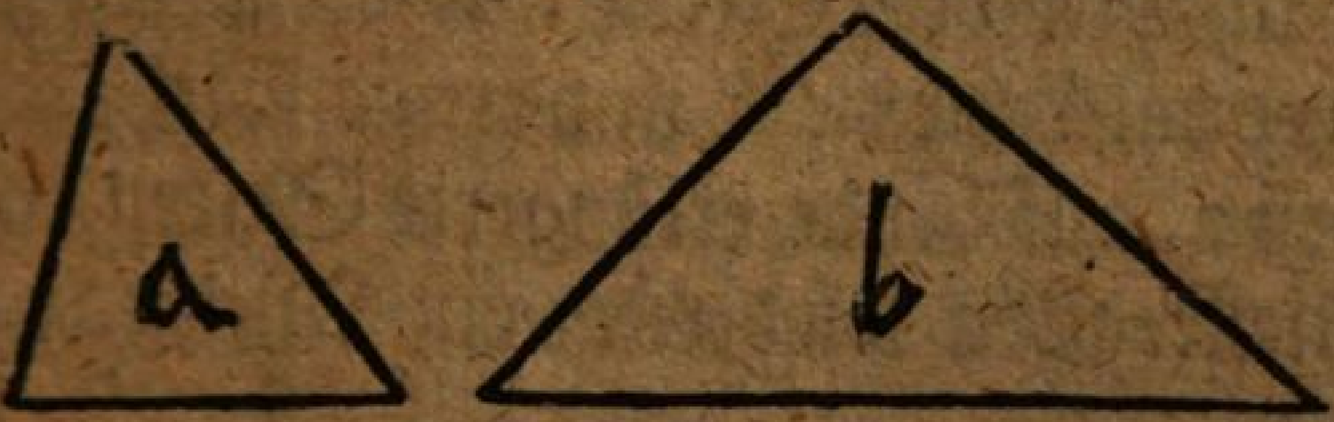
Oder man kan geschwinde und kürtzer davon kommen, wenn man aus der einen Seite des Triangulѕ *a* einen Quadrat macht, und hernach die duplirte, triplirte, und quadruplirte Seite, oder weitere Vermehrung, eben auch also sucht, wie bey folgender 9. Fürgabe mit dem Quadrat geschehen.

Die 8. Fürgabe.

Einen ieden fürgegebenen gleichseitigen oder ungleichseitigen Triangul zu multipliciren, und zwey, drey, vier oder mehr fältigen zu machen.

Ich setze, der allhier fürgegebene Triangul *a* solle zweymahl so groß gemacht werden, solches zu thun, nehme ich nur

nur die Länge der basis 2. mahl und stelle darauf den Triangul *b* also, daß solcher



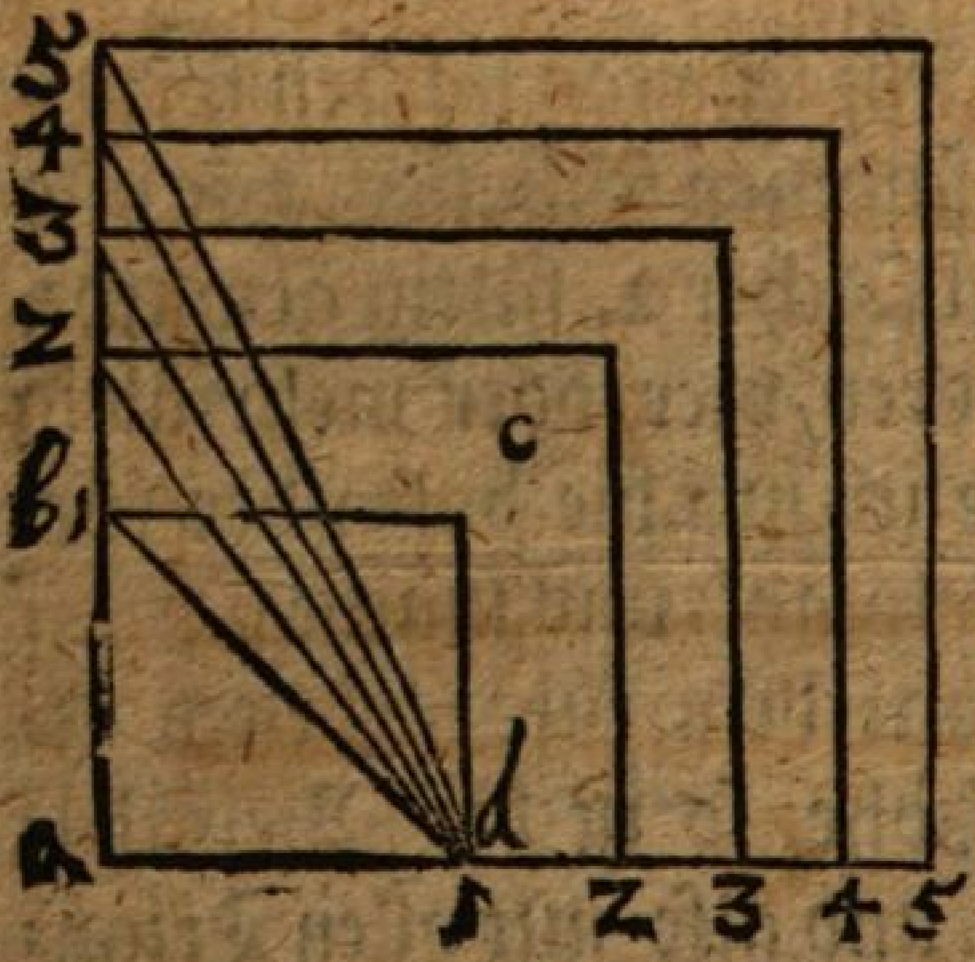
a gleicher Höhe sey, ich mag solchen formiren und oben zusammen schliessen, wie und wo ich will, so ist solcher 2. fältig gemacht, will ich solchen drey, vier, oder mehrfältig haben, so nehme ich nur die basin des fürgegebenen so vielmahl, und mache darauf einen Triangel mit dem fürgegebenen allezeit gleicher Höhe, so ist die Vielfältigung verrichtet, und also mit allen Triangulen. Diß hat seinen Beweiß aus der 38. Proposition des 2., und 1. Prop. des 6. Buchs Euclidis.

Die 9. Fürgabe.

Einen Quadrat zu vielfältigen.

DAs Quadrat sey *a b c d*, solches zu vielfältigen, erlängere ich erst beyde Seiten

Seiten *a b*, und *a d* nach Erforderung, hierauf das Quadrat zu dupliren, nehme ich mit dem Circul nur die Länge der diagonal-Linien *d b*, und trage solche aus *a* biß 2. auf beyde erlängerte Seiten, und schliesse allda wiederum ein Quadrat, so

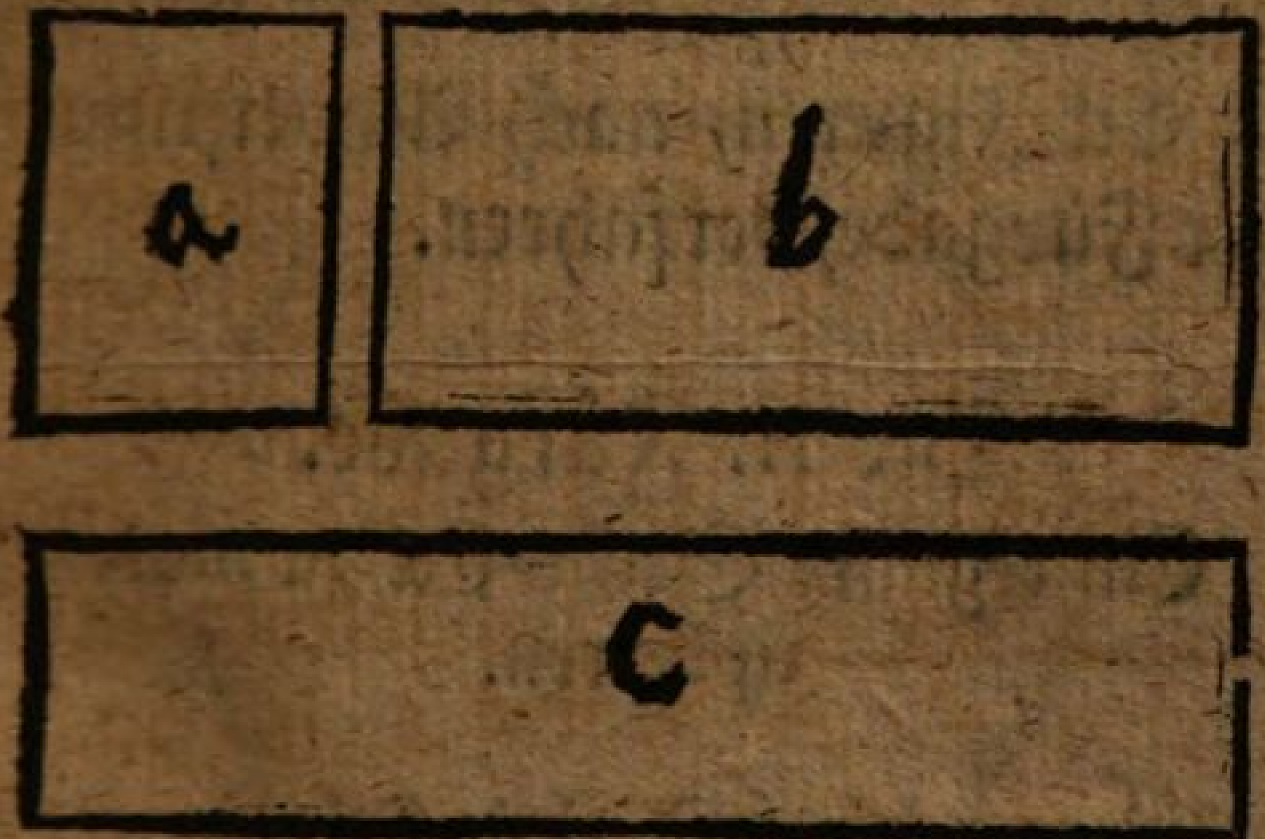


ist es noch eins so groß, als *a b c d*. Ferner diß Quadrat *a b c d* zu tripliren, setze ich den Circul wieder ein bey *d*, spanne solchen auf biß *b* in 2. diese Länge trage ich aus *a*, auf beyden erlängerten Linien biß in 3. und mache allda wieder ein Quadrat, so ist es dreymahl so groß, als das erste, und also weiter zu vier, fünff und mehr mahlen.

Die 10. Fürgabe.

Ein rectangulum oder ablänglichte recht winckelichte Vierung zu multipliciren.

DAs rectangulum ist *a*, solches dreymahl so groß zu machen, nehme man entweder die kürtzeste Seite derselben dreymahl so lang, und stelle darauf an zwey Enden die längste Seite recht-



winckelicht, und mache daraus das rectangulum *b*, so ist dasselbe dreymahl so groß, als *a*. Oder man nehme die längste Seite des fürgegebenen rectanguli, und füge solche dreymahl an einander, und stelle darauf die kürtzeste Seite rechtwinckelicht an beyden Enden, und

schließ-

schliesse solche oben zusammen, so wird daraus das rectangulum *c*, also auch wenn man es mehr fältig haben will.

Was andere geschickte und ungeschickte Eck-Figuren anbetrifft, mag man solche, nach Unterweisung der 6. und 7. Fürgabe des dritten Theils in Triangula verwandeln, und hernach nach vorgehender 8. Fürgabe multipliciren, oder bey regulirten Eck-Figuren, nach Anweisung folgender Fürgabe, verfahren.

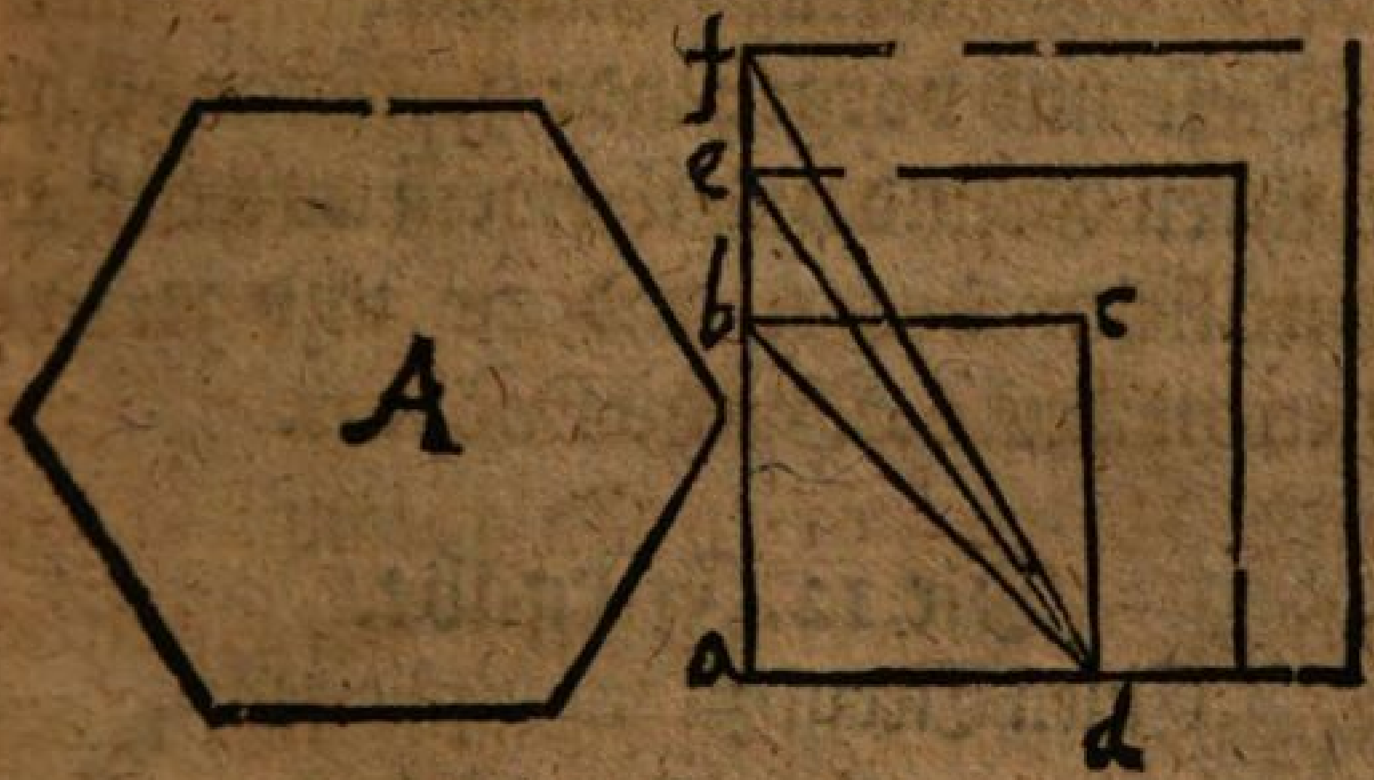
Die 11. Fürgabe.

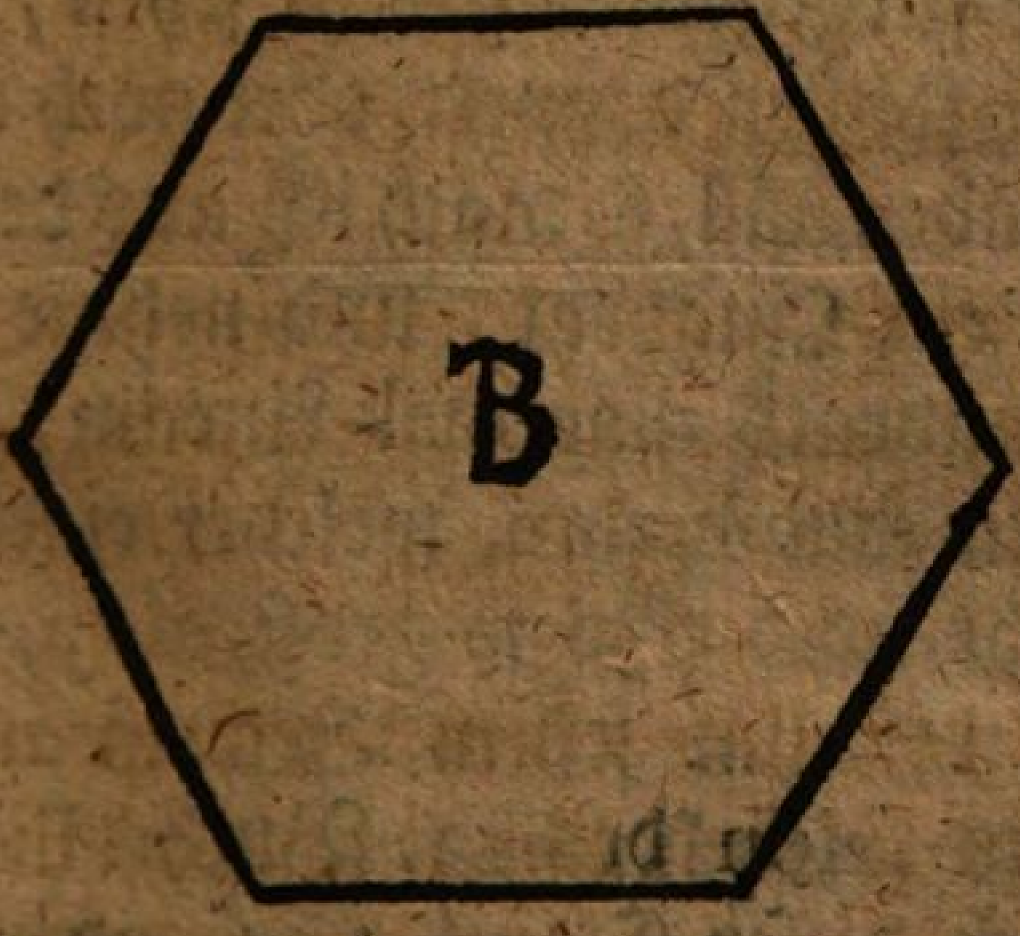
Ein regulirt Sechs-Eck zu multipliciren.

DAs regulirte Sechs-Eck ist *A*, solches zu dupliren, nehm ich eine Seite desselben, und mache daraus ein Quadrat, diß ist *a b c d*, dieses Quadrats diagonal-Lineam *b d*, welche von *a* biß *e* abgestochen, genommen, und daraus ein ander gleichseitig Sechs-Eck *B* gemacht, so ist solches noch eins so groß, als das Sechs-

Eck

Eck *A*, will ich aber das Sechs-Eck *A*





dreymahl so groß haben, so nehm ich darzu die diagonal-Lineam *d e*, welche von *a* biß *f* abgestochen, und mache daraus ein regulirt Sechs-Eck, so ist solches dreymahl so groß als *A*, und also kan ich weiter

ter multipliciren, wie oben bey der 9. Fürgabe vom Quadrat gemeldet.

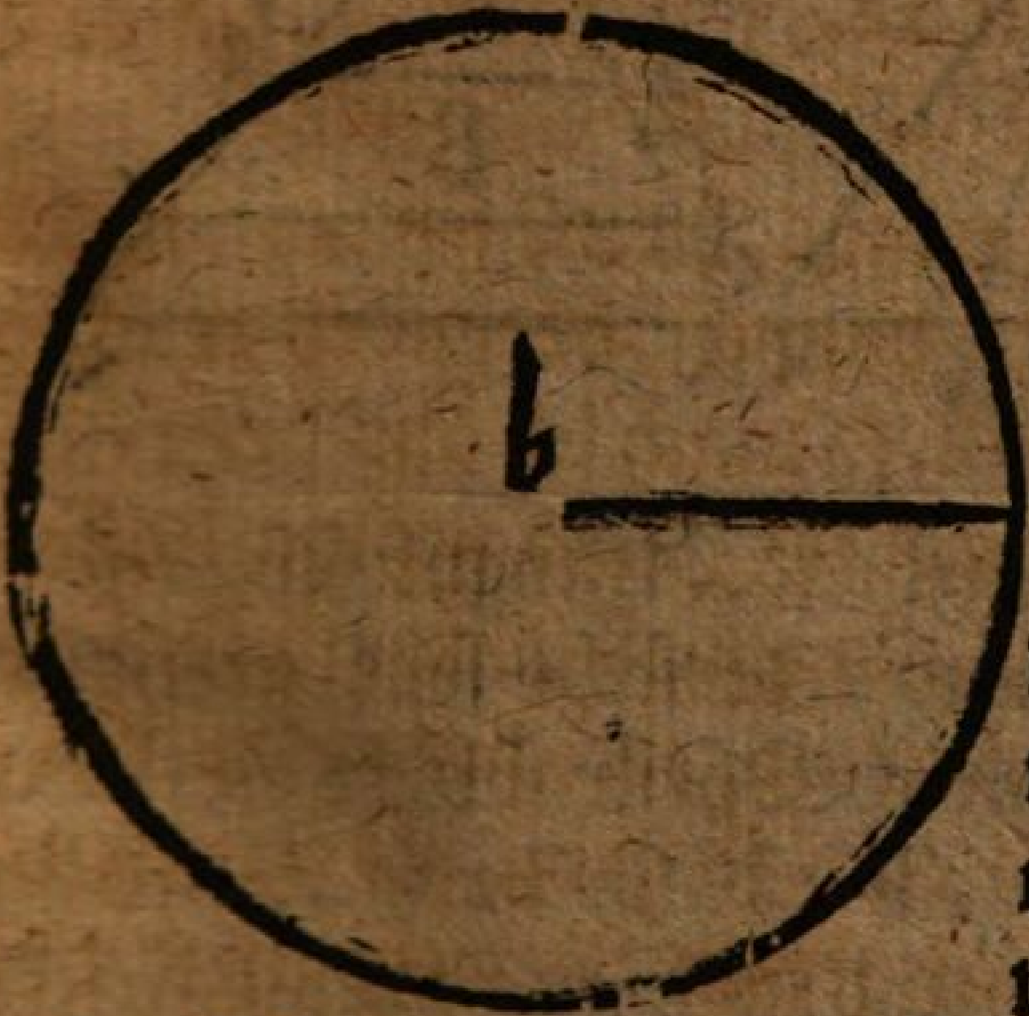
Diese und vorgehende 9. Fürgabe haben ihren Grund und Beweiß aus der 47. Proposition des 1., und 20. und 31. Proposition des 6. Buchs Euclidis.

Die 12. Fürgabe.

Einen Circul zu multipliciren.

DEr fürgegebene Circul sey *a*, wenn ich solchen doppelt, oder noch eins so groß haben will, so mach ich aus dem diametro ein Quadrat, und nehme desselben Quadrats diagonal-Lineam, so hab ich einen diametrum, welcher einen Circul giebt, noch eins so groß, als *a*, nehmlich *b*, diß hat seinen Beweiß aus der 2. Proposition des 12. Buchs Euclidis. Will ich diesen Circul 3. 4. oder mehr fältig haben, so suche ich deren diametros aus den erst gemachten Quadrat des diameters des Circuls *a*, wie ich nach vorgehender 9. und 11. Fürgabe bey multiplicirung des Quadrats und Sechs-

Ecks



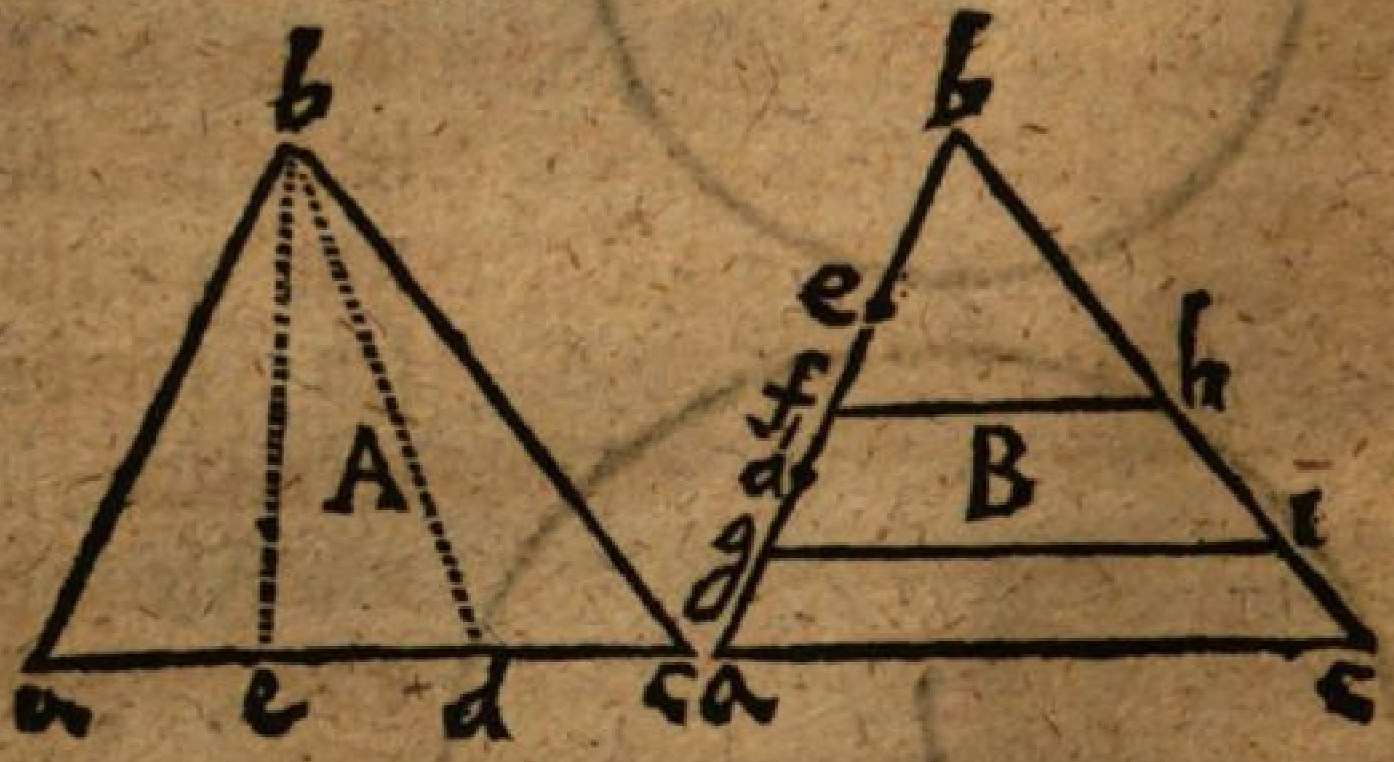
Ecks gethan habe. Vorgehende 11. und 12. Fürgabe hätte leichter können angewiesen werden, wenn ich nicht mit Fleiß den daselbst gesetzten modum setzen, und dadurch das rechte fundament zeigen wollen, wie nehmlich aller ähnlichen superficien Vergleichungen und proportiones aus dem Quadrat ihren Uhrsprung, und gegen einander quadratam, das ist: (wie die 20. Proposition des 6. Buchs Euclidis lautet) duplicatam rationem hätten.

DI-

DIVISIO.

Die 13. Fürgabe.

Einen Triangul in etliche gleiche Theil zu theilen.



DEr fürgegebene Triangul sey *a b c*, gesetzt nun, derselbe solle getheilet werden in 3. gleiche Theile, solches zu thun, theile man nur die basin *a c* in solche begehrte Theile, und ziehe aus dem Winckel *b* auf *d* und *e* Linien, so ist der Triangul in 3. gleiche Theil getheilet, wie zu sehen bey A, und kan auf diese Art noch in mehr Theile getheilet werden.

Diß hat seinen Beweiß aus der 38. Prop. des 1. und 1. Proposition des 6.

Buchs

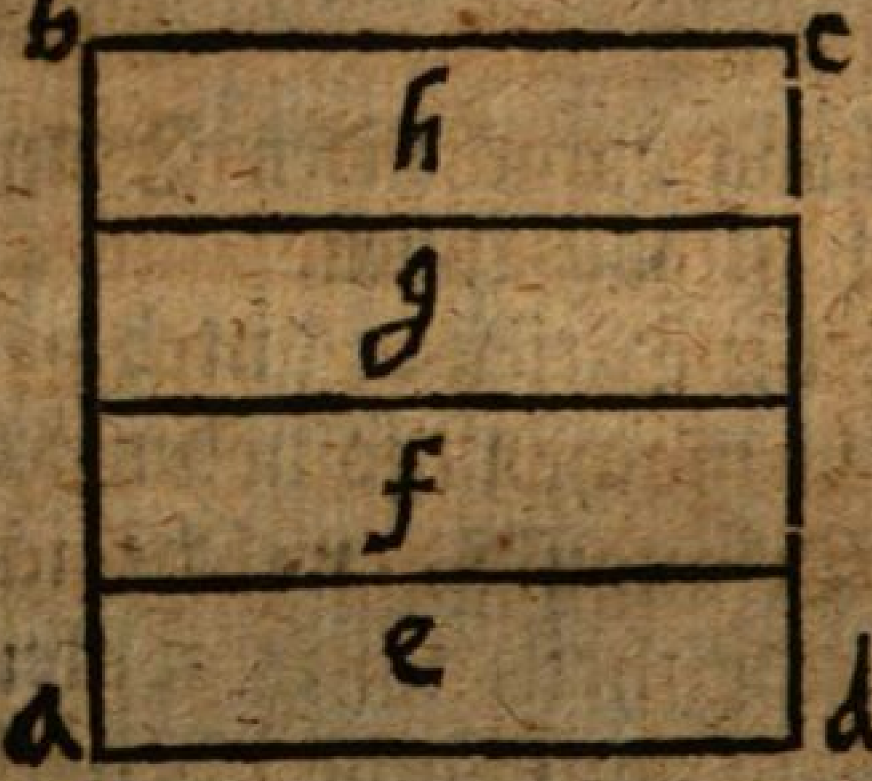
Buchs Euclidis, allda erweisen wir, daß alle Triangula, so auf einer basi stehen, und gleicher Höhe sind, auch einer Grösse seyn müssen.

Eine andere Theilung vorgehenden Trianguls nach parallel-Linien.

WIll ich aber die Theilung durch parallel-Linien machen, so nehm ich eine Seite des Trianguls, welche ich will, die sey *a b*, solche theile ich in 3. gleiche Theile bey *d e*, hierauf suche ich nach der 11. Fürgabe des andern Theils zwischen der gantzen Linea *a b*, und dem einen Theile derselben mediam proportionalem, oder die Mittel proportional-Lineam, so kommt solche biß in *f*, ferner suche ich mediam proportionalem zwischen der gantzen Linea *a b*, und der Länge *b d*, so kömmt solche in *g*, nun aus *f* biß in *h*, und aus *g* biß in *i* Linien gezogen, so mit *a c* parallel lauffen, so ist der Triangul begehrter massen durch parallel-Linien in 3. gleiche Theil getheilet, wie zu sehen an *B*.

Die 14. Fürgabe.

Ein Quadrat in etliche gleiche Theile zu theilen.



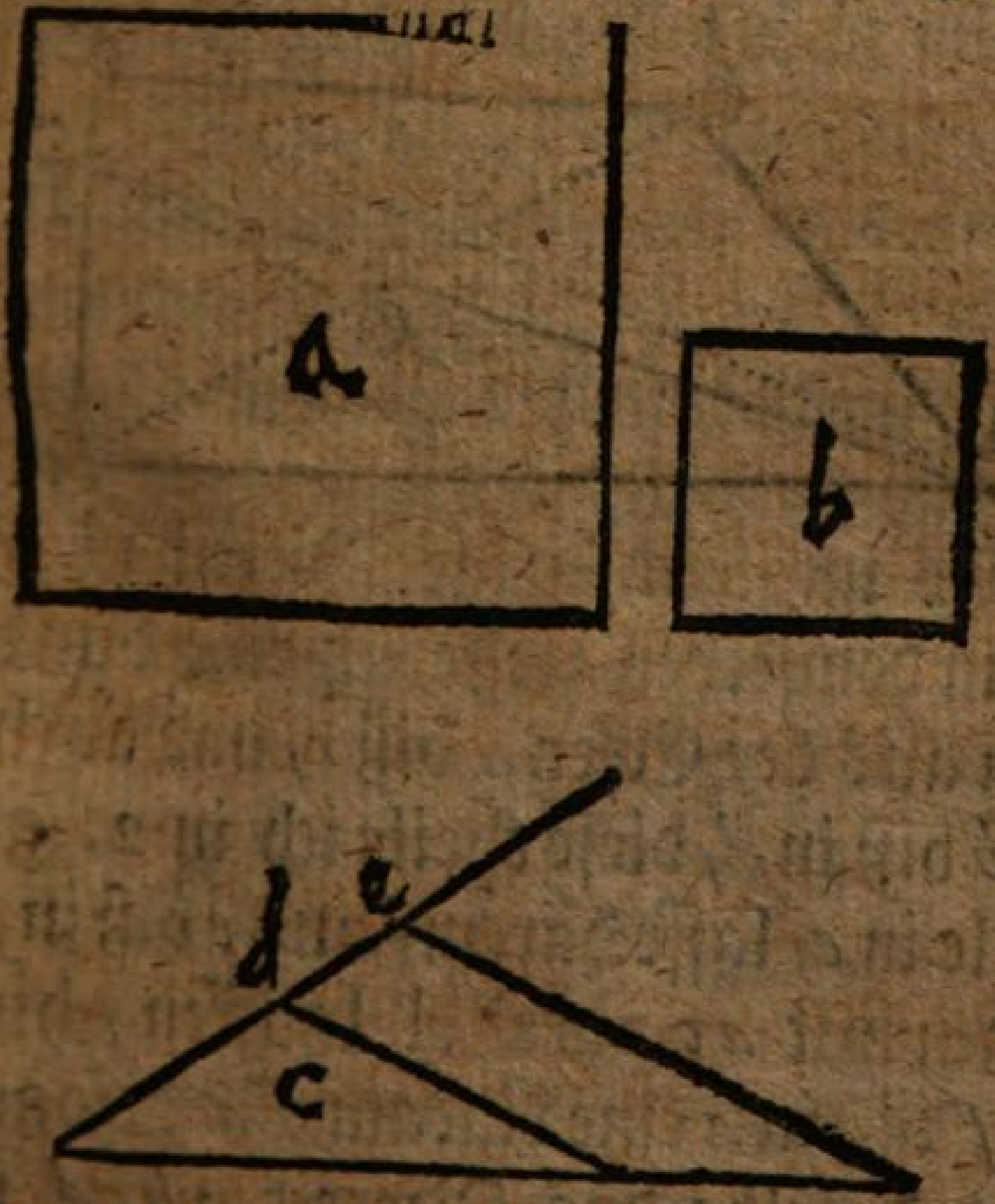
DAs vorgegebene Quadrat ist *a b c d*, ich setze, daß solches in 4. gleiche Theile solle vertheilet werden, solches zu thun, so theile ich 2. Seiten gegen einander über, jede in 4. gleiche Theile, und ziehe von einer Seiten zur andern Linien, so ist das Quadrat durch die 4. Theile *e f g h* in 4. gleiche Theile getheilet. Und auf diese masse kan man alle recht wincklichte vierecktе Figuren in gewisse Theile vertheilen.

Die 15. Fürgabe.

Ein Quadrat durch ein ander klein Quadrat zu dividiren.

DJe beyden Quadraten seyn *a b*, nun zu erfahren, wie vielmahl das kleine Qua-

Quadrat *b* in dem grössern *a* begriffen, so thue ich also: Ich nehme von iedem der beyden Quadraten eine Seite, stosse solche beyde Linien an einander, wie bey *e* zu sehen, und suche darunter, nach der 9. Fürgabe des andern Theils, die dritte Linie in gleicher proportion, welche ist *d e*, darauf nehme ich deren Länge mit dem Circul, und messe auf der einen Seite des grössern



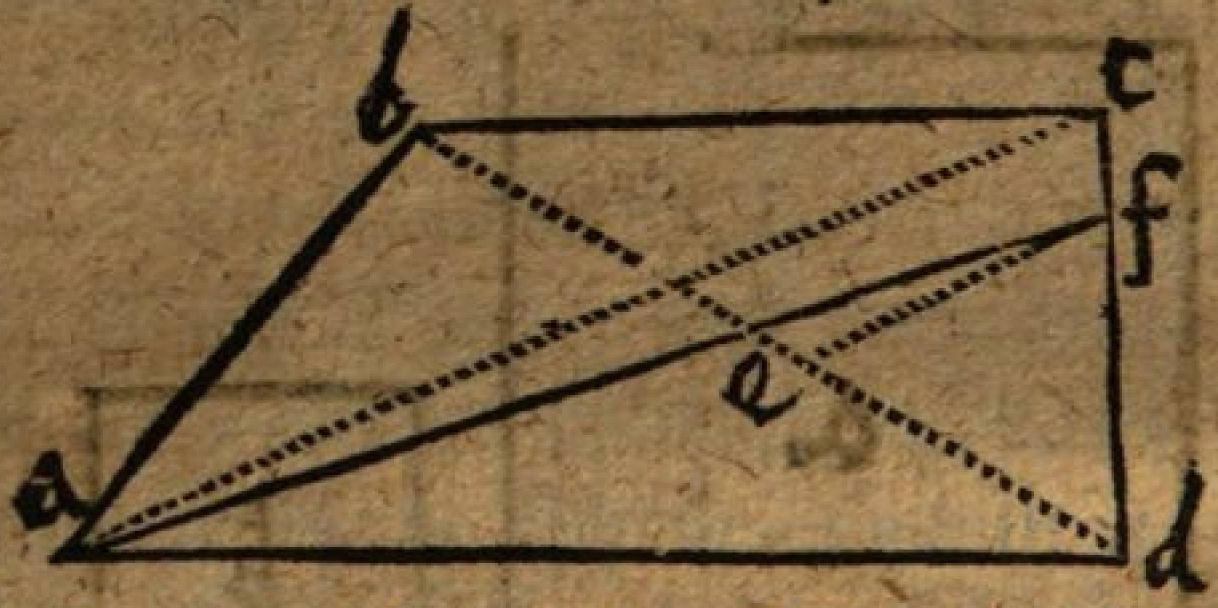
Quadrats *a*, wie viel mahl solche in derselben begriffen, nun finde ich solche dar-

auf 4. mahl. Ergo ist auch das Quadrat *b* 4. mahl in dem Quadrat *a* begriffen.

Diß erstreckt sich auch auf alle andere gleichseitige und proportionirte gleichförmige Figuren.

Die 16. Fürgabe.

Ein ungleichseitig Vier-Eck in etliche gleiche Theile zu vertheilen.



DAs ungleichseitige Viereck ist *a b c d* in demselben ziehe ich eine blinde Lineam aus der Ecken *a* biß *c*, und auch eine aus *b* biß in *d*, diese theile ich in 2. gleiche Theile in *e*, lasse darauf aus *e* biß in *f* eine Lineam mit *a c* parallel lauffen, hierauf auf *f* biß in *a* eine Lineam *f a* gezogen, so theilt dieselbe das Viereck *a b c d* in 2. gleiche Theile.

Will

Will ichs in vier Theile haben, so kan ich hierauf den Triangul *a d f* und das Viereck *a f c b*, iedes wieder besondern, in zwey gleiche Theile vertheilen. Dergleichen Figuren aber in noch andere Theile zu vertheilen, giebt Anleitung hernachfolgende 19. Fürgabe.

Die 17. Fürgabe.

Ein gleichseitig Fünff-Eck in etliche Theile zu zu vertheilen.

GEsetzt das Fünff-Eck solle getheilet werden in 2. gleiche Theil, so ziehe ich mir aus dem obigen Winckel biß auf das Mittel der untersten Linien eine per-

 pendi-

pendicular-Lineam, so ist durch solche das Fünff-Eck in zwey gleiche Theil vertheilt, wie an dem Fünff-Eck bey A. zu sehen.

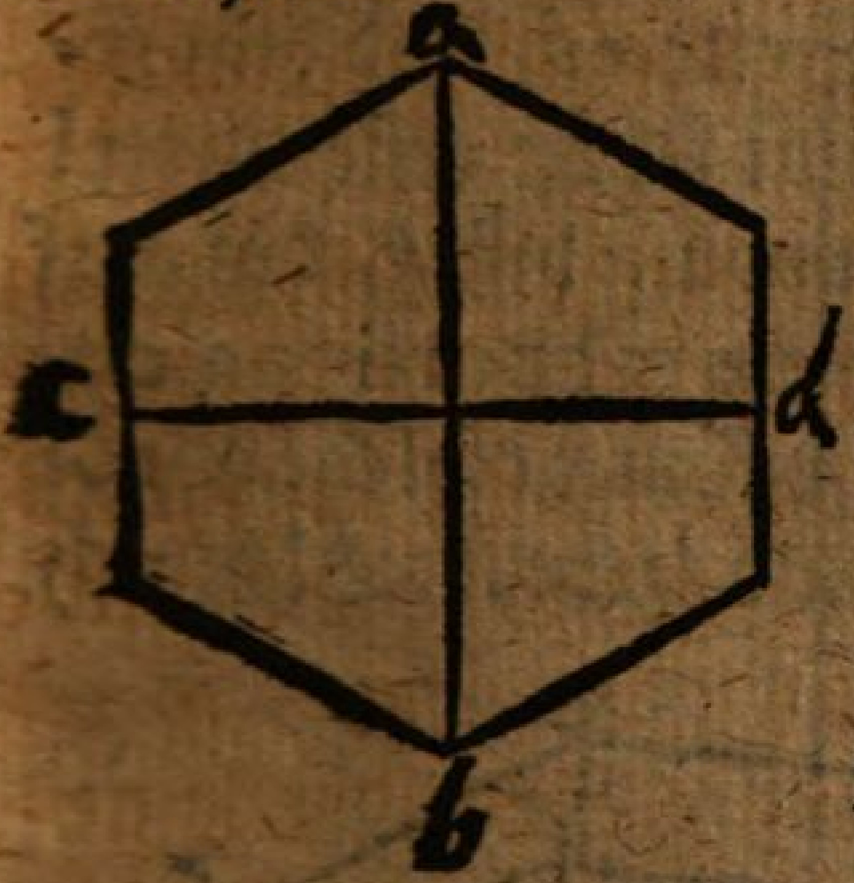
Will ich das gleichseitige Fünff-Eck in 5. gleiche Theile haben, so suche ich daran, nach der 15. Fürgabe des 1. Theils, das Centrum oder Mittel, und ziehe an dasselbe aus allen 5. Seiten 5. Triangul, so ist das Fünff-Eck in fünff gleiche Theile getheilt, wie an B zu sehen, und also kan ich auch ein regulirt Sechs-Eck in 6. Triangul, ein Sieben-Eck in 7. Triangul, und so fortan vertheilen.

Die 18. Fürgabe.

Ein gleichseitig Sechs-Eck in etliche gleiche Theile zu theilen.

WEnn ich an einem Sechs-Eck in die gegen einander über und am weitesten von einander stehenden Winckel, oder von den Mittel-Puncten der beyden gegen einander über stehenden Linien eine Lineam *a b*, oder *c d*, durch das Sechs-Eck ziehe, so wird das Sechs-Eck dadurch

durch in zwey, auch in vier gleiche Theile vertheilt.



Dergleichen Figuren aber in noch andere und mehrere Theile zu vertheilen, kan man vorgehende 16. und nachfolgende 19. Fürgaben beschen.

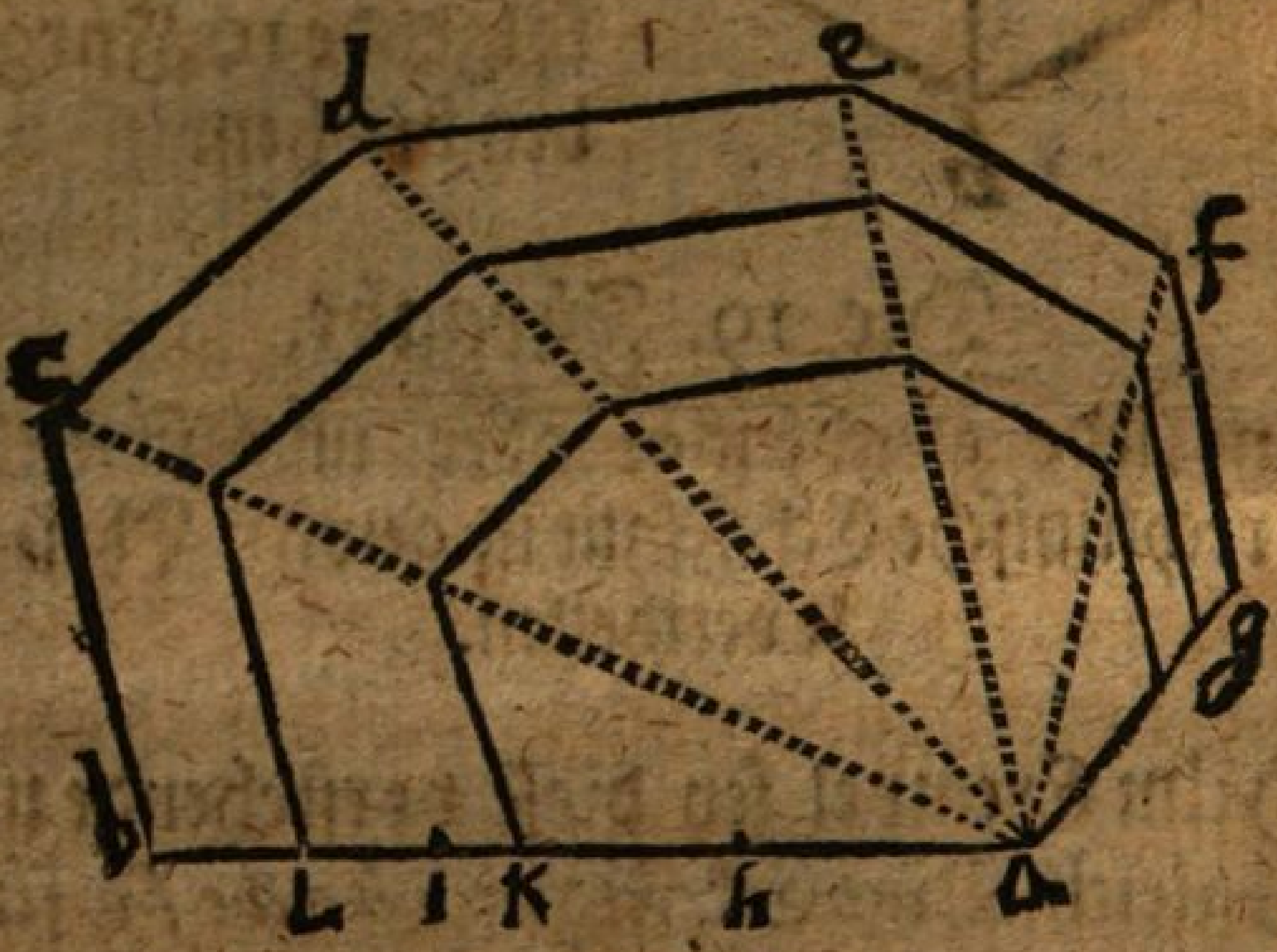
Die 19. Fürgabe.

Eine iede gleichseitige oder ungleichseitige rechtlinische Eck-Figur in gewisse Theile vertheilen.

Zum Exempel sey diese vorstehende ungleichseitige Eck-Figur *a b c d e f g* fürgestellet, gesetzt nun dieselbe solle getheilet werden in 3. gleiche Theile, so thu ich ihm also: Ich theile die Seite *a b* zuförderst in 3. gleiche Theile, wie geschehen durch *b* und *i*, darnach suche ich nach der 11. Fürgabe vorgehenden andern Theils,

 medi-

mediam proportionalem oder die Mittel proportional-Lineam zweymahl, als erstlich zwischen der Seite *a b*, und dem einen Theil *a b*, so kömmt solche erste mittel proportional-Linea von *a* biß *k*, darauf suche ich wieder mediam proportionalem zwischen *a b* und *a i*, so kömmt solche von *a* biß in *l*, nun aus *k* und *l* zweymahl durch

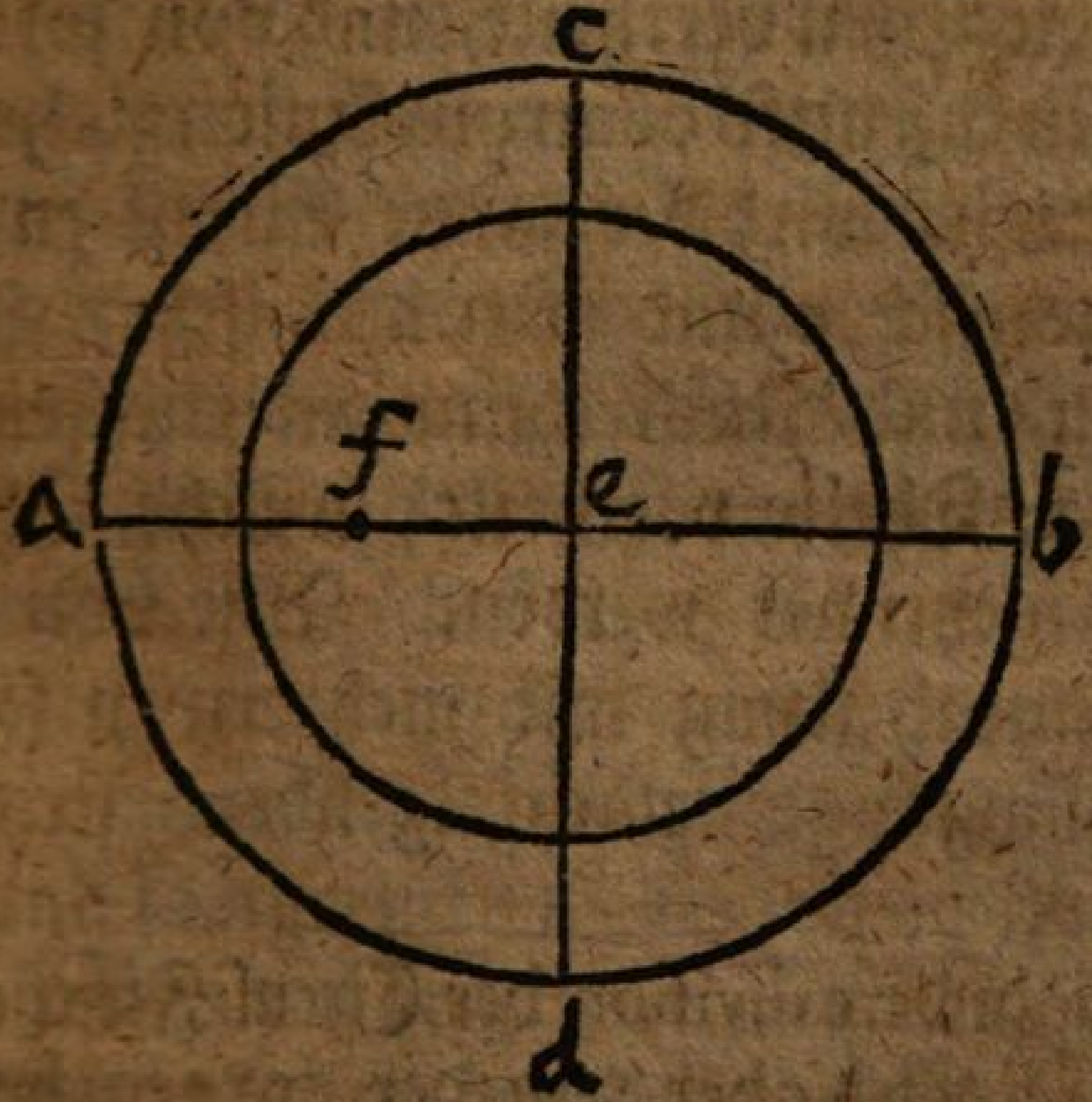


die Eck-Figur parallel-Linien gezogen, so wird solche dadurch in 3. Theil unterschieden, und also kan man auch verfahren, wenn man eine Figur in mehr Theile vertheilen will.

Die 8. Fürgabe.

Einen

Einen Circul und Circul-Fläche in etliche gleiche Theile zu vertheilen.



Die Vertheilung der Circul-Fläche geschicht durch Linien, von der circumferentz biß an das centrum, oder durchs centrum gezogen, wie bey vorstehender Figur zu sehen, da die Circul-Fläche durch Linien, von der circumferentz (welche in 4. gleiche Theile getheilet ist) biß durchs centrum in vier Theile getheilt, dessen 4. Stücken *ade*, *ace*, *bce* und *bed*, und also kan sich eine iede Circul-Fläche in so

 viel

viel Theile vertheilen, als man begehrt, wenn ich nur erst die circumferentz in begehrte Theil vertheile, und von solchen Theilen biß aufs centrum Linien ziehe.

Sonsten wird der gantze Circul in den geometrischen und astronomischen Messungen und Ausrechnungen insgemein in 360. Theile vertheilt, welche Theile Grad genennet werden. Wie von solcher Austheilung mit mehrern zu sehen im Eingange nachfolgenden sechsten Theils.

Eine andere division der Circul-Fläche.

Wolte ich aber von der vorgegebenen Circul-Fläche um und um zu äuserst in die Rundung ein Viertel, den halben oder andere Theile abschneiden, und also den Circul in etliche gleiche Theile vertheilen, so verhalte ich mich, wie bey vorgehender 19. Fürgabe gelehret, also: Als ich will allhier die Circulfläche vertheilen in 2. gleiche Theile, also, daß der eine Theil um und um abgeschnitten werde, dem thue ich also: Ich vertheile den diametrum *ab* in

2. glei-

2. gleiche Theile, und suche hernach zwischen dem gantzen diametro *ab*, und der Helffte *eb*, mediam proportionalem, wie bey vorgehender 19. Proposition gemeldet, solche kömmt von *b* biß in *f*, also hab ich dadurch nun einen diametrum erlanget, welcher einen Circul begreifft, so gleich halb so groß, als der erst vorgegebene, derowegen kan ich solchen diametrum *bf* fortrucken, und den Circul wieder ins erste centrum *e* setzen, und um den gefundenen und fortgeruckten diametrum ziehen, so ist der Circul begehrter massen in zwey Theile vertheilet, oder die Helffte darvon abgeschnitten.

Also kan man auch procediren, wenn man die Circul-Fläche auf diese Art in mehr als 2. Theile vertheilen will, wie darzu gnugsame Anleitung giebt die mehr gemeldete vorgehende 19. Fürgabe.

Diß hat seinen Beweiß und Demonstration aus der 1. 2. und 3. Proposition des 12. Buchs Euclidis, und erhellet aus nachfolgender 21. Fürgabe, in welcher

 ich

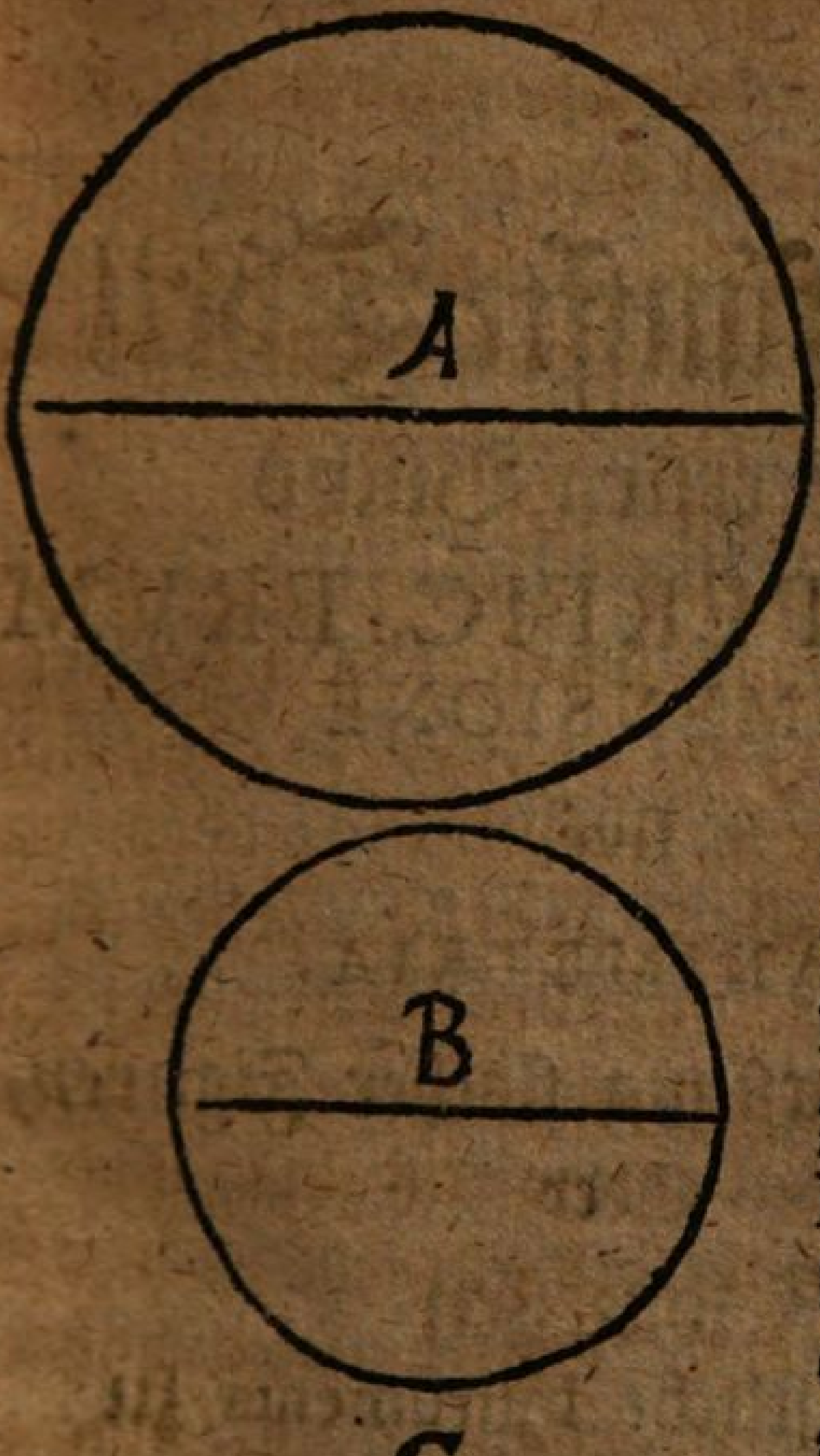
ich diese beyde diametros zu denen daselbst fürgegebenen Circuln gebrauche, und wieder gegen einander vergleiche.

Die 21. Fürgabe.

Eine Circul-Fläche durch eine andere kleinere Circul-Fläche zu dividiren.

DJe vorgegebene grössere Circul-Fläche ist A, die kleinere B, zu erfahren, wie vielmahl die kleinere in der grössern begriffen, so ist zu wissen, daß sich, vermöge der 2. Proposition des 12. Buchs Euclidis, die Circul-Flächen gegen einander in solcher Proportion verhalten, als wie sich die Quadraten gegen einander verhalten, so aus ihren diametris gemacht werden, diesem nach vergleiche ich nur der beyden Circuln ihrer diametros gegen einander, als wie oben bey der 15. Fürgabe 2. Seiten der Quadraten gegen einander verglichen, nemlich ich suche zwischen dem diametro des grössern und kleinern Circuls nach der 9. Fürgabe des 2. Theils die dritte in gleicher proportion, so finde ich sol-

che



che in Länge wie bey C zu sehen, solche mit dem Circul abgetragen, und auf dem diametro des grössern Circuls gemessen, so befinde ich solche auf demselben zweymahl, Ergo ist auch der kleine Circul B in demselben 2. mahl begriffen, und ist diese 21. Fürgabe eine proba vorgehender 20. Fürgabe.

Der

Der fünffte Theil

Des ersten Buchs

DE SUPERFICIERUM DIMENSIONE

sive

PLANIMETRIA.

Von Ausmessung flacher Figuren,

Oder

Feldmessen

Ohne künstliche Instrumenta zu verrichten.

Vorbericht.

Wie man sich zum Feldmessen schicken, und wie man dasselbe angreiffen, und ohne künstliche Instrumenta gar leicht verrichten solle.

Damit dem Anfahenden zum Feldmessen ein leichter Antritt gemacht werde, so will ich ihm hiemit kurtze Instruction geben, wie er sich dabey verhalten, und wie er es angreiffen solle:

1. Wenn einer an ein Feld, Wiese, Gehöltze, Teich, Garten, Weinberg, oder anders geführt, und von ihm begehrt würde dasselbe zu messen, so sey er darzu nur nicht langweilig, und stehe darbey, als einer, der nicht wisse, was er thun, und wie er es angreiffen solle, sondern thue erst alsobald dieses: Er sehe um und um, was vor Krümmen, Winckel oder Ecken zu äusserst um dasselbe herum gehen, und stecke auf iede Ecke nach Gelegenheit einen

einen Pfahl oder Pflock, oder mercke sonst alle Ecken fleißig ab.

2. Hernach nehme er ein Pappier, oder Schreibe-Taffel, und zeichne dieses also mit seinen Ecken auf.

3. Darauf nehme er eine Meß-Ruthe, (die ist dieser Lande $7\frac{1}{2}$. Ellen lang) und messe um und um von einer Ecke des Feldes biß zur andern, oder, wo es das darauf stehende Geträidig, sumpffigter Boden, Wasser und Gehöltze nicht verhindern, bißweilen auch mitten durch oder über Eck (wie hernach die Fürgaben lehren) Triangul-Weise, und zeichne hernach zur Figur aufs Pappier bey eine iede Seite oder Lineam, wie lang er sie befunden, so wird er daraus den superficial-oder flachen Inhalt des Feldes nach Quadrat-Ruthen rechnen und finden können, wie hernach folgende Fürgaben lehren werden.

Was die Meßruthe anbetrifft, so soll dieselbe entweder eine schnurgerade viereckte Stange dieser Lande von $7\frac{1}{2}$. Ellen lang und $\frac{1}{16}$. Theil einer Ellen dicke, oder eine in

etli-

etliche Ruthen getheilte Kette, oder gewichste Schnure seyn.

Die Nieder-Länder gebrauchen insgemein eine Meß-Kette von 5. Ruthen lang, iede Ruthe ist getheilet in 10. Theile oder Fuß, ein Fuß derselben wieder in 10. Theile oder Daumen, und der eine Daumen kan auch wieder in 10. Theile getheilet werden. Eben auf diese Art kan man obgemeldete Land-Ruthe auch eintheilen.

Sie wird zwar bey uns auch in 15. Schuch (vor ieden Schuch eine halbe Elle gerechnet) und ieder Schuch in 12. Theile oder Zoll getheilet, ist aber im Feldmessen zur Ausrechnung nicht so bequem. Nechst der Ruthe oder Richtschnur kan man auch ein klein Maaß nur eines Fusses lang, ein Fuß-Maaß genannt (so in 10. oder 12. Daumen oder Zoll, und ein Daum oder Zoll daran wieder in so viel Theile getheilet) bey sich führen, und im Feldmessen zu kleinen Theilen gebrauchen, und allda anschlagen, da offt die Ruthe nicht gleich zulangt.

End-

Endlich bedarff man nach beschehener Messung zum Auftragen und Ausrechnen auch noch diese zwey Stück, nehmlich einen Circul und Maaß-Stab, der Maaß-Stab mag gleich einer halben oder gantzen Ellen lang seyn, daran ist nichts gelegen, nur daß er nach Art der Meß-Ruthe abgetheilet, entweder erst in 10. oder 12. Theil, also, daß ein solcher Theil erstlich eine gantze Ruthe bedeute, hernach unten wiederum einer, in so viel gleiche Theil oder Daumen, und ein Daumen daran wieder in gleiche Theil vertheilet werde.

Diesen Maaß-Stab gebraucht man dazu, daß man davon mit dem Circul die im Felde gemessenen und befundenen Linien aufm Pappier abtragen, und die Figur aufm Pappier in eine Form des Feldes, wie es mit seinen Seiten oder Ecken gelegen ist, bringen, und ausrechnen kan.

Es läst sich aber ein Feld anderer gestalt aufm Pappier nicht wohl in seine rechte Form bringen, und in den Linien zusammen schliessen, als wenn man es im Fel-

Felde nach gemessenen äussersten Linien, auch inwendig über Eck und mitten durch nach Triangulen gemessen. Ist es nun also gelegen, daß man die Linien mitten durchmessen kan, so kan man das gantze Feld leicht in seine Form bringen, und nach der 19. und 32. Fürgabe des ersten Theils dieses Buchs Triangul-weise auftragen: Ist es aber von solcher Beschaffenheit, daß man wegen darauf stehenden Geträidigs oder anderer Verhinderung mitten durch keine Lineam messen kan, als wie bey Gehöltze und Teichen, so muß man neben der Meß-Ruthe die Messung durch andere künstlichere geometrische Instrumenta vermittelst Wahrnehmung der Ecken und Winckel verrichten, wie davon der sechste Theil lehret, in Mangelung derselben kan man zu Suchung der Ecken und Winckel auch wohl einen Compas brauchen.

Ich weiß zwar wohl, daß die Messung bey solcher Gelegenheit eines Feldes, Teiches, oder Waldes, auch wohl mit abson-

derlicher Mühe und Arbeit durch auswärts gehende, und einander durchschneidende transversal - Linien könte verrichtet werden, weil aber solches doppelte Arbeit, und dabey gleicher gestalt wegen Geträidigs, so ebenfalls auf den nebenliegenden Feldern stehen kan, item wegen Gebüsches, oder Gemäuers um die Gärten, und sonsten vielerley Verhinderungen vorfallen können, acht ich unnöthig, davon viel Worte zu machen. Ich halte aber vor besser, wenn einer diesen Theil von Feldmessen durchgeübt, und es an der Zeit haben und schaffen kan, daß er hernach auch den nachfolgenden sechsten Theil vornehme, und mit geometrischen Instrumentis künstlicher Weise zu messen sich in demselben übe.

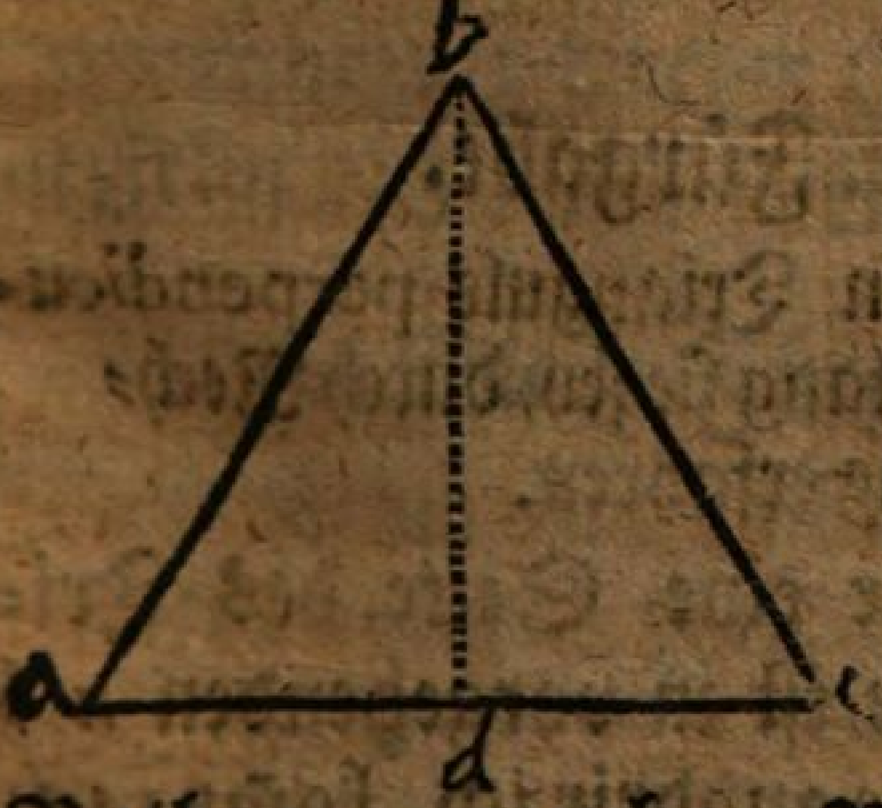
Folgen die Fürgaben dieses fünfften Theils.

Die 1. Fürgabe.

Einen Triangulum æquilaterum, oder

oder gleichseitigen Triangul und gleichseitiges dreyeckichtes Feld auszumessen, und dessen Quadrat-Inhalt durch Hülffe einer perpendicular-Linien zu finden.

Es sey ein gleichseitiger Triangul, oder gleichseitig dreyeckicht Feld *a b c*, an solchem werde mit dem Circul aufm Pappier nach einem Maaß-Stabe, oder mit einer Ruthen oder Meß-Kette im Felde gemessen eine jede Seite desselben, und lang befunden die Seite *a b* 12. Ruthen, *b c* 12.



Ruthen, *a c* auch 12. Ruthen. Nun ist die Frage, wie viel der superficial-Inhalt dieses Trianguls oder Feldes nach gevierdten Ruthen sey? Diß zu erfahren, so fälle ich aus dem Punct und Winckel *b* eine perpendicular-Lineam auf

auf diese ist *b d*, und ist im Messen lang befunden $10\frac{32}{100}$. Ruthen. Nun den superficial-Inhalt des Triangulß *a b c* zu finden, so nehme ich die halbe basin *a c*, und multiplicire solche mit der gantzen perpendicular-Linea *b d* (oder ich nehme die halbe perpendicular-Lineam, und multiplicire solche mit der gantzen basi, ist einerley,) so hab ich des Triangulß superficial-Inhalt, nehmlich $62\frac{34}{100}$. gevierdte Ruthen.

Die 2. Fürgabe.

Eines gleichseitigen Triangulß perpendicular-Lineam, wie lang sie sey, durch Rechnung erfahren.

Ich nehme die eine Seite des Triangulß, die ist in vorgehenden *a b* 12. Ruthen, solche quadrir ich, kom̃t 144. Nun quadrir ich auch die Helffte der basis *a c*, solche Helffte ist *a d*, 6. thut deren Qadrat 36. solches vom Quadrat der Seiten *a b*, nehmlich von 144. abgezogen, bleibt 108. hieraus die Quadrat-Wur-

Wurtzel nach der decimal - Rechnung (welches zu Ende dieses Theils gelehret) extrahirt, kömmt $10\frac{39}{100}$. Ruthen vor die Länge der perpendicular-Linien *b d*.

Wer solches Ausrechnens mit Suchung der perpendicular-Linien will überhoben seyn, der muß zum Figuren aufn Pappier einen abgetheilten Maaß-Stab, und im Felde eine abgetheilte Ruthe oder Kette, nebenst einem Fuß- und Daumen-Maasse haben, und damit die perpendicular-Lineam (nachdem er solche im Felde abgesehen) messen.

Die 3. Fürgabe.

Eines Trianguls Inhalt durch Hülffe der bekannten 3. Seiten ohne perpendicular-Linea zu finden.

DJß läßt sich thun, der Triangul sey gleichseitig oder ungleichseitig, wenn nur die 3. Seiten bekannt, als ich will nehmen obigen gleichseitigen Triangul bey der

erſten

ersten Fürgabe, an solchem ist iede Seite 12. Ruthen, der Fürgabe ein Genügen zu thun, so addire ich alle 3. Seiten, thut 36, diese halbir ich, kömmt 18. Von diesen achtzehn ziehe ich alle drey Seiten besonders nach einander ab, und spreche 12. von 18. bleiben 6. wieder 12. von 18. bleibt auch 6. und noch einmahl 12. von 18. bleibt gleichfals 6, diese 3. mahl 6. multiplicire ich in einander, und spreche 6. mahl 6. ist 36, und 6. mahl 36. ist 216. diese 216. multiplicir ich mit 18. der obigen Helffte von 36. komt 3888. Nun extrahire ich aus diesen 3888. die Quadrat-Wurtzel nach der decimal-Rechnung, so kommen $62\frac{34}{100}$. Quadrat oder gevierdte Ruthen, wie oben bey der ersten Fürgabe.

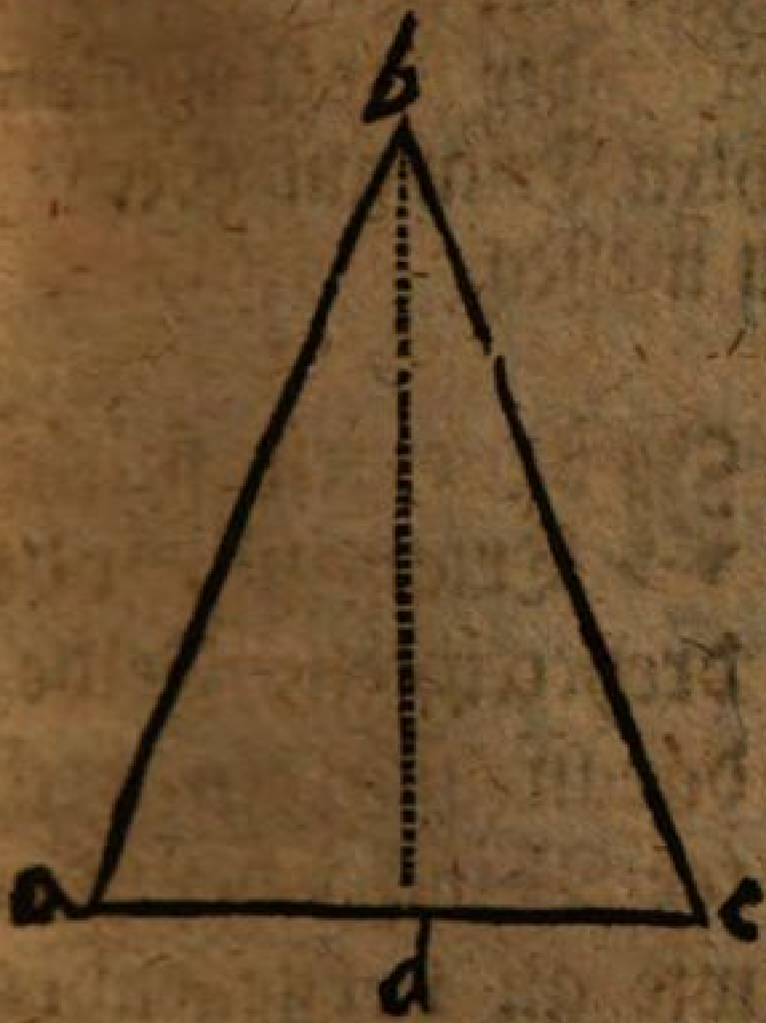
Die 4. Fürgabe.

Einen Isoscelem oder Triangul und dreyeckigtes Feld, so nur 2. gleiche Seiten hat, auszumessen.

GEsetzt, es werde ein Stück Feld gemessen, und an demselben 2. Seiten

ab,

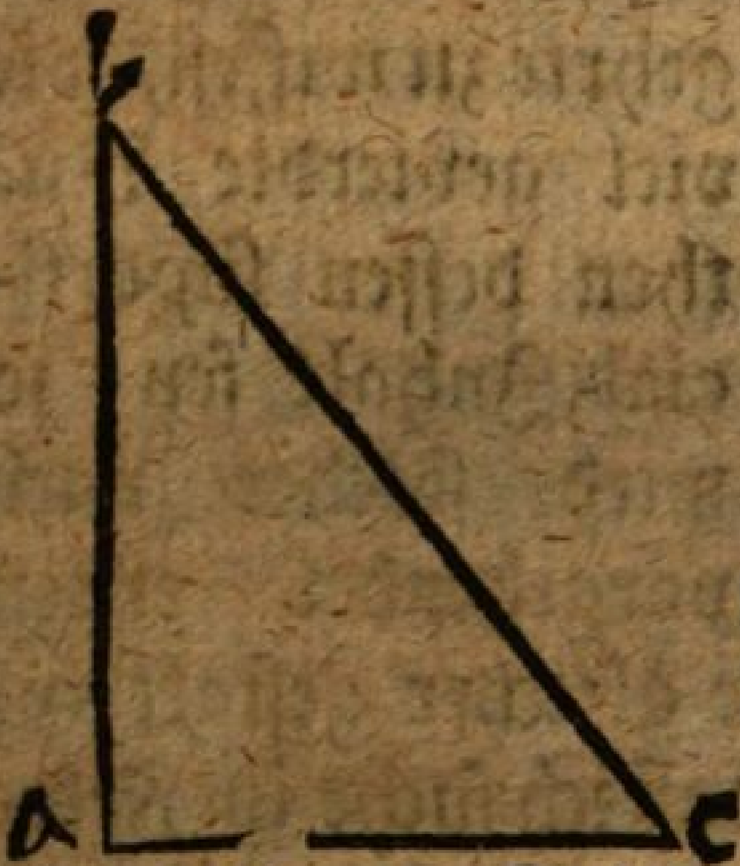
und *b c* einer Länge, nehmlich iede 14. Ruthen, die dritte Seite *a c* aber 10. Ruthen lang befunden, und man begehrte zu wissen, wie viel gevierdte Ruthen dessen superficial-Inhalt sey, so wird solcher nach vorgehender ersten



und dritten Fürgabe gleicher gestalt auf 2. Wege gefunden, daß ich suche im Felde die Länge der perpendicular-Linien durch Messung mit der Ruthe, oder Kette, oder aufm Pappier durch Rechnung nach vorgehender 2. Fürgabe, und finde solche lang 13. Ruthen, solche mit der Helffte der basis *a c* multiplicirt, bringt den Inhalt des Triangulس, nehmlich 65. gevierdte Ruthen, eben so viel wird auch kommen, wenn ich procedire nach der 3. Fürgabe.

Die 5. Fürgabe.

Einen Orthogonium oder rectangulum und rechtwincklichten Triangul oder Feld zu messen.



AN einen solchen Triangul, oder dreyeckigten Felde, daran sich ein rechter Winckel befindet, wie an vorstehenden, daran *bac* der rechte Winckel ist, dürffen nur 2. Seiten *ab*, und *ac*, so den rechten Winckel beschliessen, gemessen, und die Helffte der perpendicular-Linea *ab* mit der gantzen basi *ac* multiplicirt werden, so kommt der superficial-Inhalt, als an vorstehend sey die Linea *ab* 12. und *ac* 9. die Helffte *ab* 6. mit *ac* 9. multiplicirt, bringt zum Inhalt 54. Quadrat-Ruthen.

Die 6. Fürgabe.

An einen rechtwincklichten Triangul, daran basis und Cathetus bekannt, die dritte Lineam, hypothenusa genannt, durch Rechnung suchen.

HIerzu dient oben gesetzter rechtwincklichter Triangul, an solchem ist basis *a c* lang 9. und cathetus *a b* 12. Ruthen, nun zu erfahren, wie lang an demselben hypothenusa *b c* sey, so quadrir ich die Länge der basis 9. kommt 81. Ferner quadrir ich auch die Länge catheti 12. kommt 144. Diese beyde Quadrata zusammen addirt, bringen 225., hieraus die Quadrat-Wurtzel extrahirt, thut 15. vor die gefundene Länge hypothenusæ oder Linien *b c*.

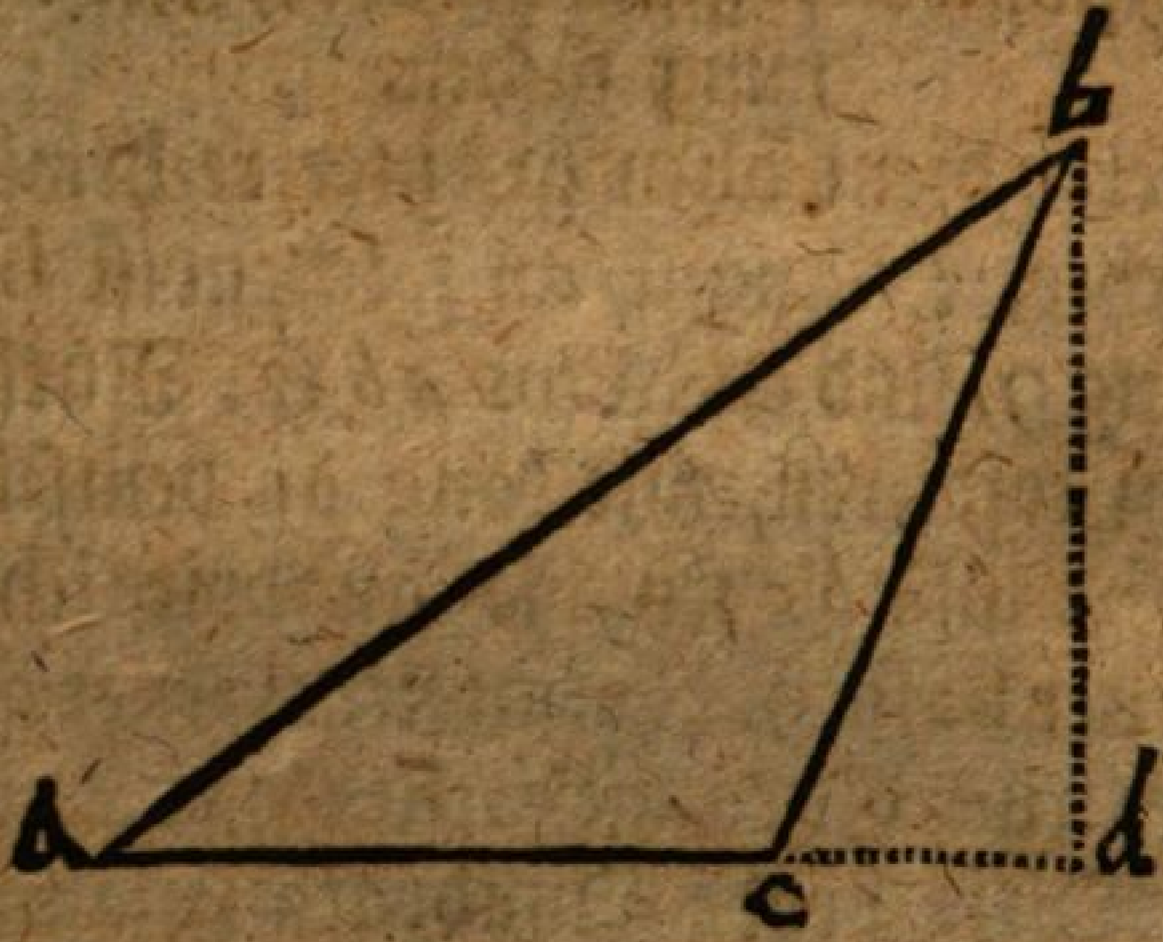
Die 7. Fürgabe.

Einen amblygonium oder obtusum und stumpffwincklichten Triangul oder Feld auszumessen.

WEnn man den Inhalt nach vorgehender dritten Fürgabe sucht, so ist

 zwi-

zwischen diesen und vorgehenden Triangul der Ausmessung halben kein Unter-



scheid, wofern alle drey Seiten bekannt und gemessen seyn, wie an vorstehenden Triangul *a b c* zu sehen, da die Seiten *a b* lang 20. Ruthen, *b c* 13. Ruthen, *a c* 11. Ruthen, denn wenn ich derogestalt procedire nach obgemeldeter dritten Fürgabe, so kömmt der geviertdte Inhalt nehmlich 66. Quadrat-Ruthen.

Wenn ich aber dergleichen durch Hülffe der perpendicular-Linie calculiren will, so muß ich solche Lineam erst suchen, wie nachfolgende Fürgabe lehret.

Die

Die 8. Fürgabe.

An einem amblygonio oder stumpffwincklichten Triangul die perpendicular-Lineam zu suchen.

Diß geschicht in calculiren durch Hülffe der bekannten 3. Seiten, im Felde aber durch Absehen, Abgehen, und Ausmessen.

Durch Rechnung geschicht es also: Man quadrirt alle 3. Seiten des Trianguls, kommt an obigen aus der Linea *a b* zum Quadrat 400. aus *b c* 169. und aus *a c* 121. Nun addirt man die Quadrata der beyden kürtzesten Seiten, kommt 290. Diese vom Quadrat der grössern Linea abgezogen, bleibt 110. Hierauf duplirt man die Länge der basis *a c*, kommt 22. mit diesen 22. die überbliebenen 110. dividirt, kommt 5., so viel muß noch an die Lineam *a c* gesetzt werden, nehmlich das Stück *c d*, wenn man die perpendicular-Lineam aus *b* darauf will fallen

 lassen,

lassen, nun kan man solche perpendicular-Lineam aus *b* biß in *d* ziehen, so hat man einen rechtwincklichten Triangul *a b d*, an solchen kan man nun leichtlich die perpendicular-Lineam *b d* ausrechnen, nach vorgehender 2. Fürgabe, wenn man nehmlich die Seiten *a b* 20. und *a d* 16. quadrirt, und die Quadrata von einander subtrahirt, so kömmt vor die Länge der perpendicular-Linea 12.

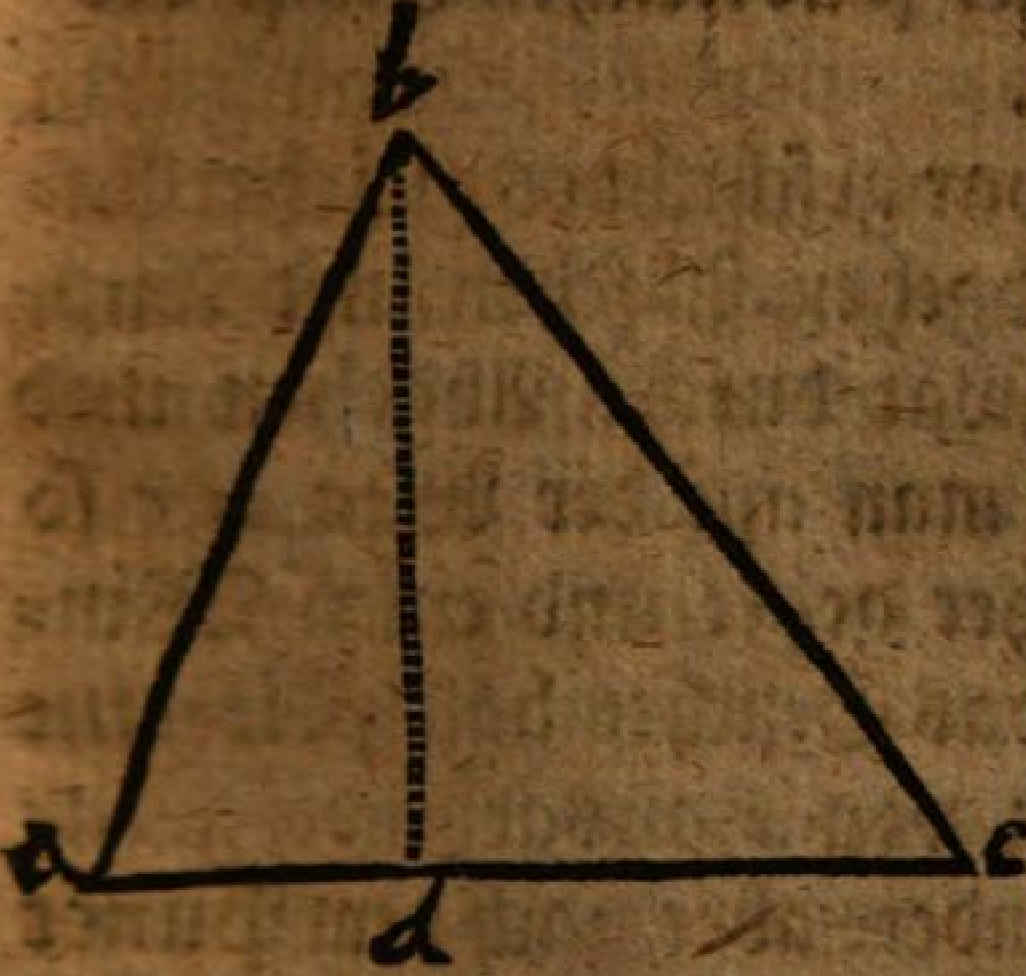
Dieses, was allhier gelehrt, hat seinen Grund und Beweiß aus der 47. Proposition des 1., und 12. Proposition des 2. Buchs Euclidis.

Die 9. Fürgabe.

Einen Oxygonium oder scharffwincklichten Triangul oder Feld, an dem auch alle 3. Seiten ungleich seyn, auszumessen.

WEnn alle 3. Seiten gemessen und bekannt seyn, so ist bey diesen Triangul,

angul, durch multiplicirung aller 3. Seiten gleicher Gestalt zu verfahren, wie bey vorgehender 3. Fürgabe gelehrt, daraus zum Inhalt dieses Triangul kömmt 84. gevierdte Ruthen.



Will man aber die perpendicular-Lineam an derselben suchen, so kan man solches verrichten, wie nachfolgende Fürgabe lehret.

Die 10. Fürgabe.

An einem Oxygonio und ungleichseitigen Triangul die perpendicular-Lineam suchen.

Weil allhier die perpendicular-Linea auch nicht gerade aufs Mittel

der basis, sondern seitwarts fället, so bedarffs auch einer sonderlichen Kunst dieselbe zu suchen.

Im Felde zwar geschicht es gleicher Gestalt durchs Abgehen, Absehen und Ausmessen, und zwar durchs Abgehen und Absehen, daß man auf der Linea *a c* so lang hin und her gehet, und einen Winckelhacken an das Gesichte hält (die eine Seite desselben, von *a* ausgehende, gerade auf *c*, die andere aber nach dem Punct *b* richtende) biß man befindet, wo nach solchen Winckel-Creutz aus dem Punct *b* auf die Lineam *a c* die perpendicular-Linea hinfalle, welches geschicht in *d*, darauf solche mit der Schnur gemessen, so ist die operation im Felde vollbracht, auf dem Pappier kan man bey allen Triangulen gleicher gestalt solche Lineam nach dem Winckel-Creutz und gewissen abgetheilten Maaßstabe suchen.

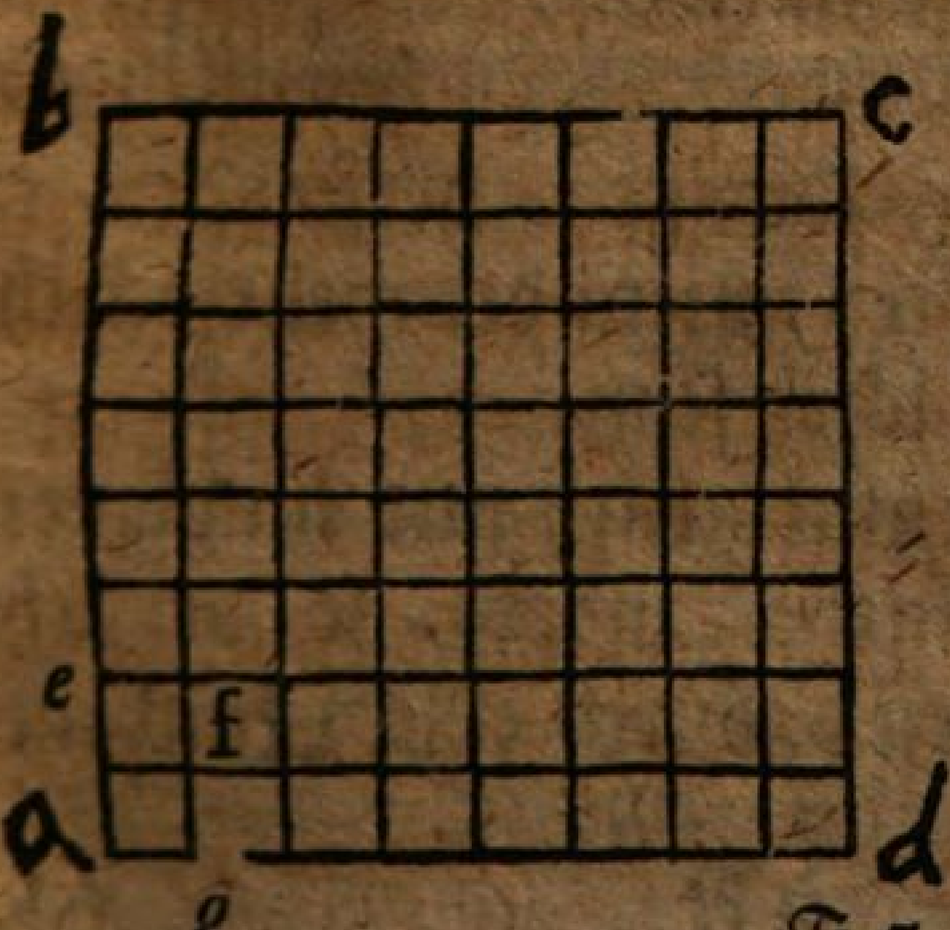
Im Rechnen aber geschicht es also: Man quadrirt alle 3. Seiten, kommt an vorgehenden Triangul aus *ab* 169. *ac* 196. und

b c

b c 225. beyde kleinere Quadrata addirt, kömt 365. davon das grössere subtrahirt, bleibt 140. die basin *a c* duplirt, kömmt 28., damit 140. dividirt, bringt 5., um so viel muß von *a* gegen *c* auf der Linea *a c* hinein gemessen werden, so kommt daselbst die perpendicular-Linea in *d* zu stehen, deren Länge kan man nun leicht calculiren, nach Anweisung vorgehender 2. und 8. Fürgabe, und ist solche perpendicular-Linea allhier 12.

Die 11. Fürgabe.

Ein Quadrat oder gleichseitiges Vierecktes Feld zu messen.



Es sey ein Quadrat oder gleichseitiges Vierecktes Feld *a b c d* gemessen, und iede Seite 8. Ruthen lang befun-

funden worden, fragt man nun nach dessen gevierdten Inhalt, so multiplicire man nur die Länge in die Breite, das ist 2. Seiten in einander, so kömmt der Inhalt an 64. gevierdten oder Quadrat-Ruthen.

An dieser Figur siehet man auch zugleich den Unterscheid der gemeinen und Quadrat-Ruthen. Eine gemeine Ruthe ist nur eine Linea in der Länge einer Ruthen lang, wie zu sehen an *ag*, eine gevierdte Ruthe ist ein vierdtes Stück Feld einer Ruthen lang, und einer Ruthen breit, wie zu sehen an *aefg*, solcher gevierdten Ruthen sind an vorstehenden grossen Quadrat *abcd* zusammen 64.

Solche Ruthen werden bey allen superficien im Feldmessen verstanden, es mögen gleich drey, vier oder mehr eckicht oder andere Flächen seyn.

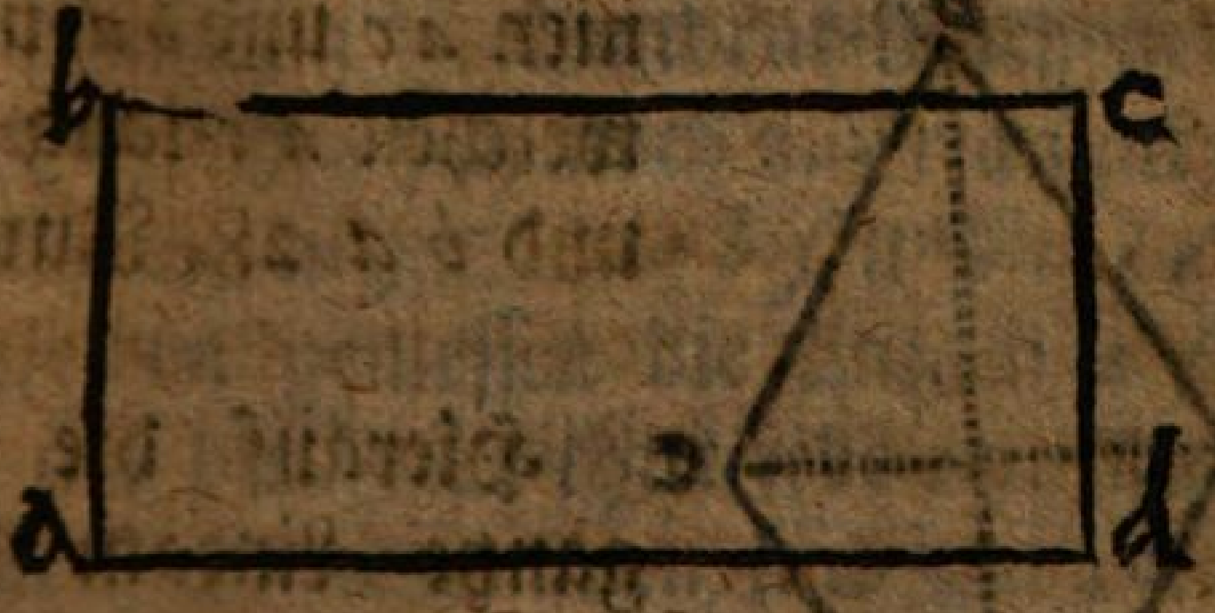
Wenn man auch gleich nur insgemein saget: eine Ruthe Landes, so verstehet man doch allezeit dadurch eine Quadrat-Ruthe.

Höhen, Weiten, und Breiten aber zu messen, da werden nur gemeine Ruthen oder andere Maasse nach der blossen Länge genommen und verstanden.

Die 12. Fürgabe.

Einen rectangulum oder ablänglicht rechtwincklicht Viereck oder Feld auszumessen.

DAs rectangulum sey *a b c d*, und an solchen die 2. längsten Seiten *a d* und *b c* iede 32., die 2. kürtzesten aber



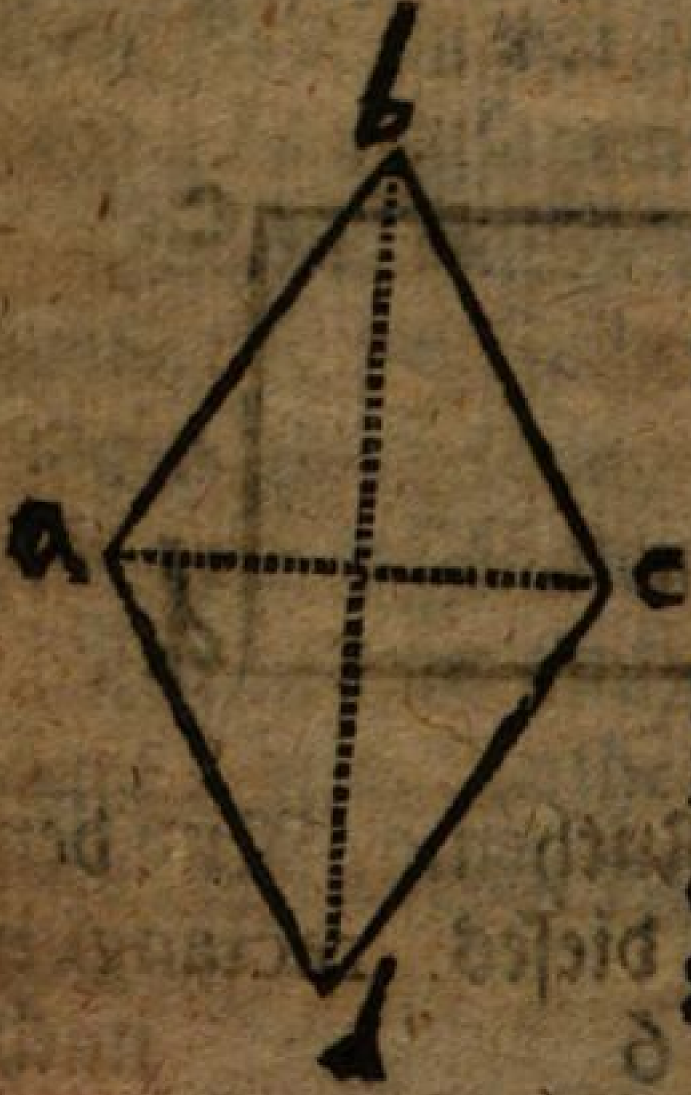
a b und *c d* iede 15. Ruthen. Nun den superficial-Inhalt dieses rectanguli nach

nach gevierdten Ruthen zu erfahren, so multiplicire man nur eine lange und eine kurtze Seite in einander, so kömmt der Inhalt solches rectanguli allhier auf 480. Quadrat-Ruthen.

Die 13. Fürgabe.

Einen Rhombum und Schräge-Vierung oder Feld, so zwar vier gleiche Seiten, aber keinen rechten Winckel hat, auszumessen.

DEr Rhombus sey *a b c d*, an solchen messe man nur die beyden durchgehenden diagonal-Linien *a c* und *b d*, unter welchen *a c* lang 16., und *b d* 28. Ruthen.



Hierauf die eine gantze Lineam mit der andern Helffte als *d b* 28. mit *a c* 8. multiplicirt, bringt

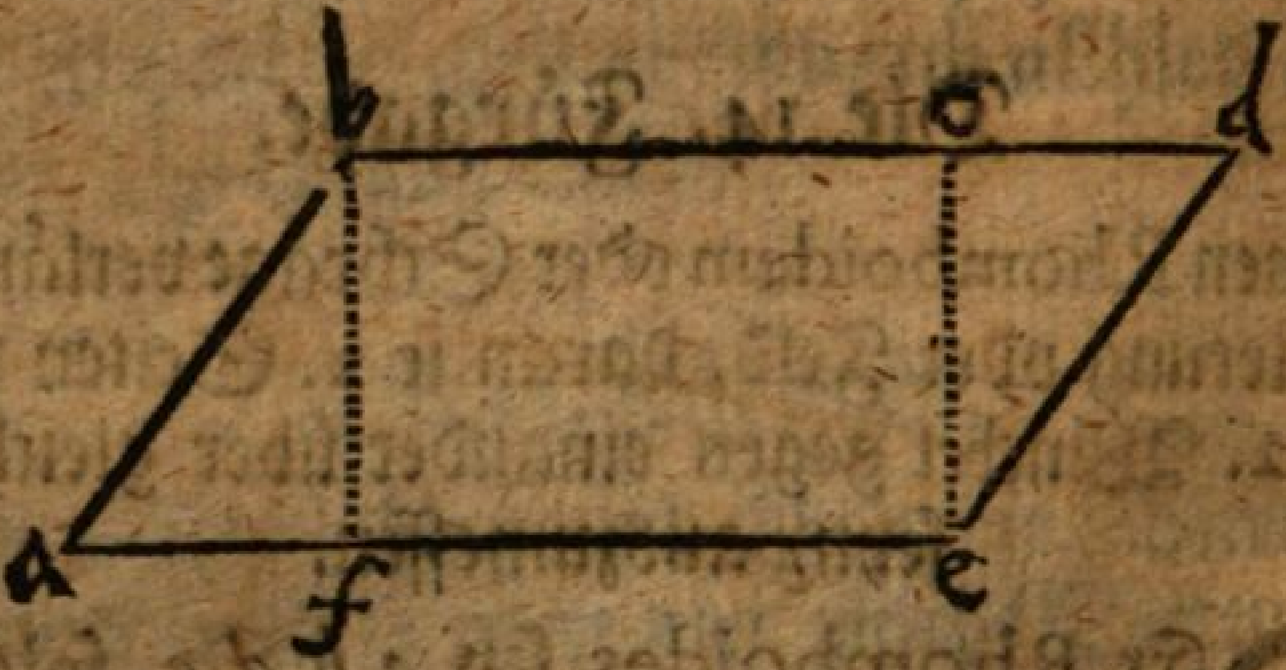
bringt den superficial-Inhalt des Rhombi *a b c d*, nehmlich 224. Quadrat-Ruthen.

Die 14. Fürgabe.

Einen Rhomboidem oder Schräge verlängte Vierung oder Feld, daran ie 2. Seiten und 2. Winckel gegen einander über gleich seyn, auszumessen.

DEr Rhomboides sey *a b d e*, solcher wird abgetheilet in das Rectangulum *b f c e*, und an demselben gemessen eine lange Seite *f e*, thut 25., und eine kurtze *b f* 15., diß beydes multiplicirt, bringt den Inhalt des Rectanguli, nehmlich 375. Quadrat-Ruthen, hierüber befinden sich noch 2. Triangul auszumessen, nehmlich *a b f* und *c d e*, an demselben gemessen die Lineam *a f* und *c d*, als die bases thut iede 10. Ruthen, solche halb genommen, und mit 15. multiplicirt, bringt den Inhalt eines ieden Triangulis 75. Quadrat-Ruthen, und beyde zusammen 150. Quadrat-Ruthen

then, hierauf den Inhalt des Rectanguli, nehmlich 375. Quadrat-Ruthen



und beyder Triangul Inhalt addirt, thut 525. Quadrat-Ruthen, vor den Inhalt des gantzen Rhomboidis.

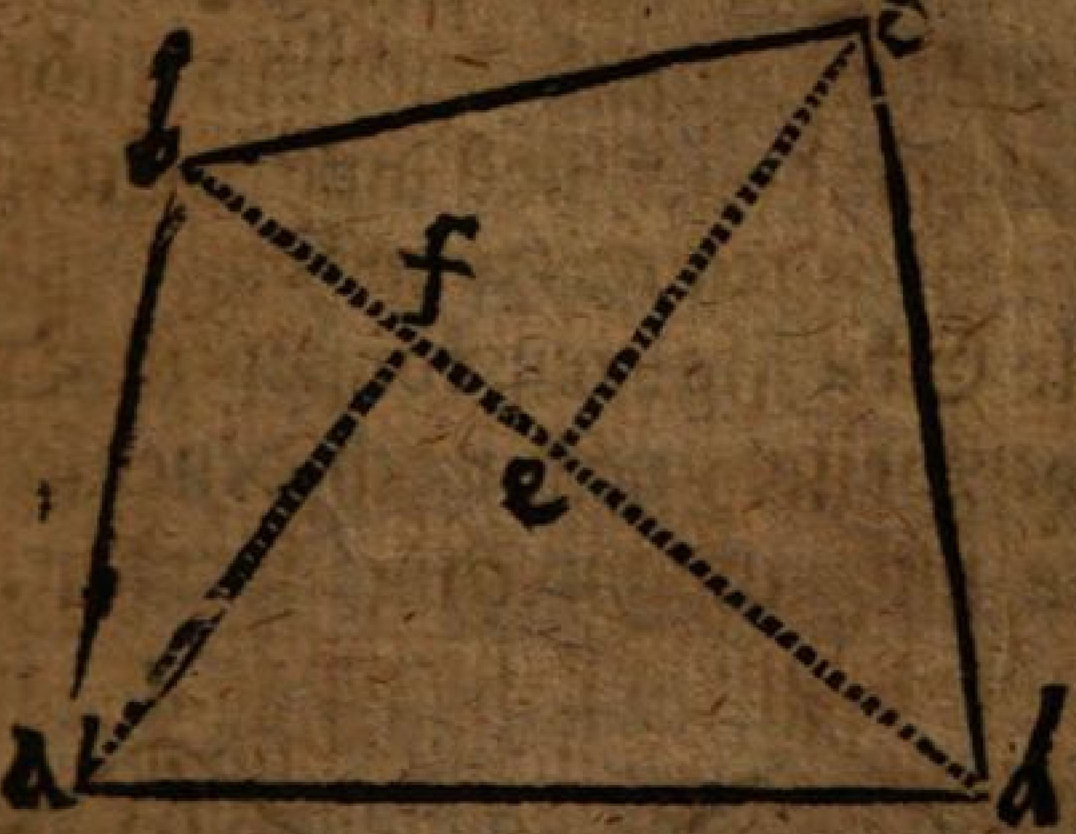
Die 15. Fürgabe.

Ein Trapezium oder ungeschickte Vierung auszumessen.

Ein iedes Viereck, es sey ein Rectangulum oder Trapezium, und also beschaffen, wie es wolle, kan abgetheilet werden in 2. Triangula. Diesem nach ist am vorstehenden Trapezio *a b c d* die Ausmessung also anzustellen: Man messe nur eine Lineam durch

Vier-

Viereck von einem Winckel zum andern, wie geschehen aus *b* in *d*, solche sey allhier lang 33. Ruthen, vermittelst dieser Linea hat man nun das Viereck getheilt in 2. Triangul *a b d*, und *b c d* und ist die



Linea *b d* beyder basis, auf diese aus *a* und aus *c* perpendicular - Linien abgesehen und gemessen, darunter sey *c e* 17. und *a f* 18. beyde mit der halben basi *b d* multiplicirt, kommt zum Inhalt des Trianguls *a b d* 297. Quadrat-Ruthen, und zum Inhalt des Trianguls *b c d* 280½. Quadrat-Ruthen, beydes addirt, thut vor dem gantzen Inhalt des Vierecks 577½. Quadrat-Ruthen.

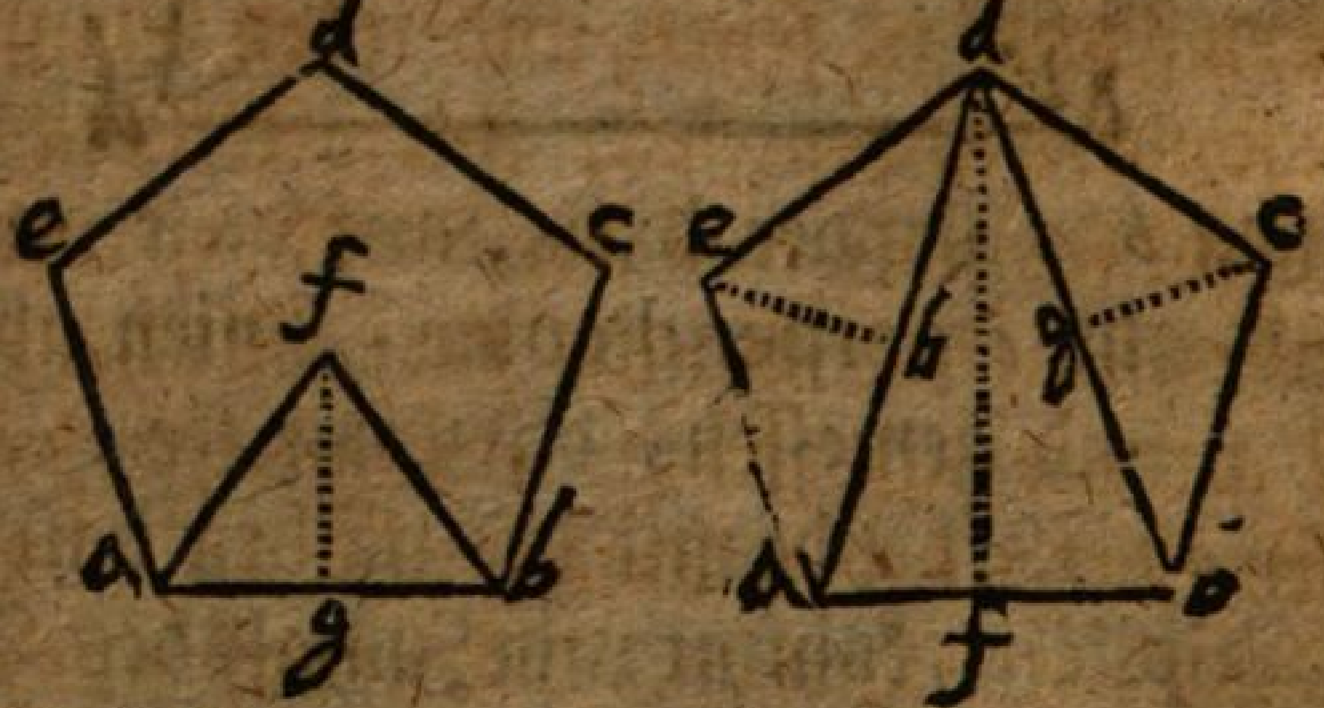
Man

Man hätte auch die äusersten Linien des Vierecks nebenst der Linien *b d* messen können, so wären alle drey Seiten der Triangulen bekannt, und nach denenselben der Inhalt auch zu rechnen gewesen.

Die 16. Fürgabe.

Ein gleichseitiges und gleichwincklichtes regulirtes Fünff-Eck, und andere Eck-Figuren auszumessen.

Alle Eck-Figuren können in Triangul vertheilet, und nach denenselben gemessen und ausgerechnet werden.



Vorstehendes Fünff-Eck wollen wir auf zweyerley Wege ausmessen, und rechnen. Erstlich kan es also geschehen: man misset (weil es regular und 5. gleiche Seiten hat) daran nur eine Seite *a b*, die sey lang be-

befunden 20. Ruthen, hierzu sucht man auf der Linea *a b* biß ins centrum *f* eine perpendicular-Lineam *f g*, die sey lang $13\frac{7628}{10000}$. Ruthen, deren Helffte $6\frac{8819}{10000}$. mit der gantzen basi *a b*, 20. multiplicirt bringt $137\frac{638}{1000}$. Ruthen, diese 5. mahl genommen, weil das Fünff-Eck auf diese Masse 5. Triangul bekommt, thut $688\frac{19}{100}$. Quadrat-Ruthen vor den gantzen Inhalt des Fünff-Ecks.

Vors andere kan man das Fünff-Eck vertheilen in 3. Triangul, wie bey der andern Figur zu sehen, und ieden Triangul besonders ausmessen: Am mittelsten Triangul sey basis *a b* 20. Ruthen, und die perpendicular-Linea *d f* 31. Ruthen, diese mit der halben basi multiplicirt, bringt den Inhalt des Trianguls *a b d* 310. Quadrat-Ruthen. Hierauf auch den Triangul *a d e* gemessen, daran sey basis *a d* lang $31\frac{516}{1000}$. Ruthen, und die perpendicular-Linea *e h* 12. Ruthen, mit dieser ihren halben Theil 6. die Lineam *a d* multiplicirt, bringt den Inhalt des Tri-

anguls

anguls *a d e* $189\frac{006}{1000}$. Quadrat-Ruthen. Eben so viel ist auch der Inhalt des Trianguls *d c b*, und alles dreyes addirt, bringt auch $688\frac{10}{100}$. Quadrat-Ruthen, wie oben bey der ersten Ausmessung.

Auf diese letztere Art kan man mit allen andern Eck-Figuren, sie seyn regular oder irregular, gebahren. Notandum: Hier in der 16. Fürgabe sind die perpendicular-Linien nur mechanisch aufs genaueste gesucht, accurater aber und mathematisch zu finden, kan man nach dem 176. Exempel nunmehr hinten angefügter Gallerie ersehen.

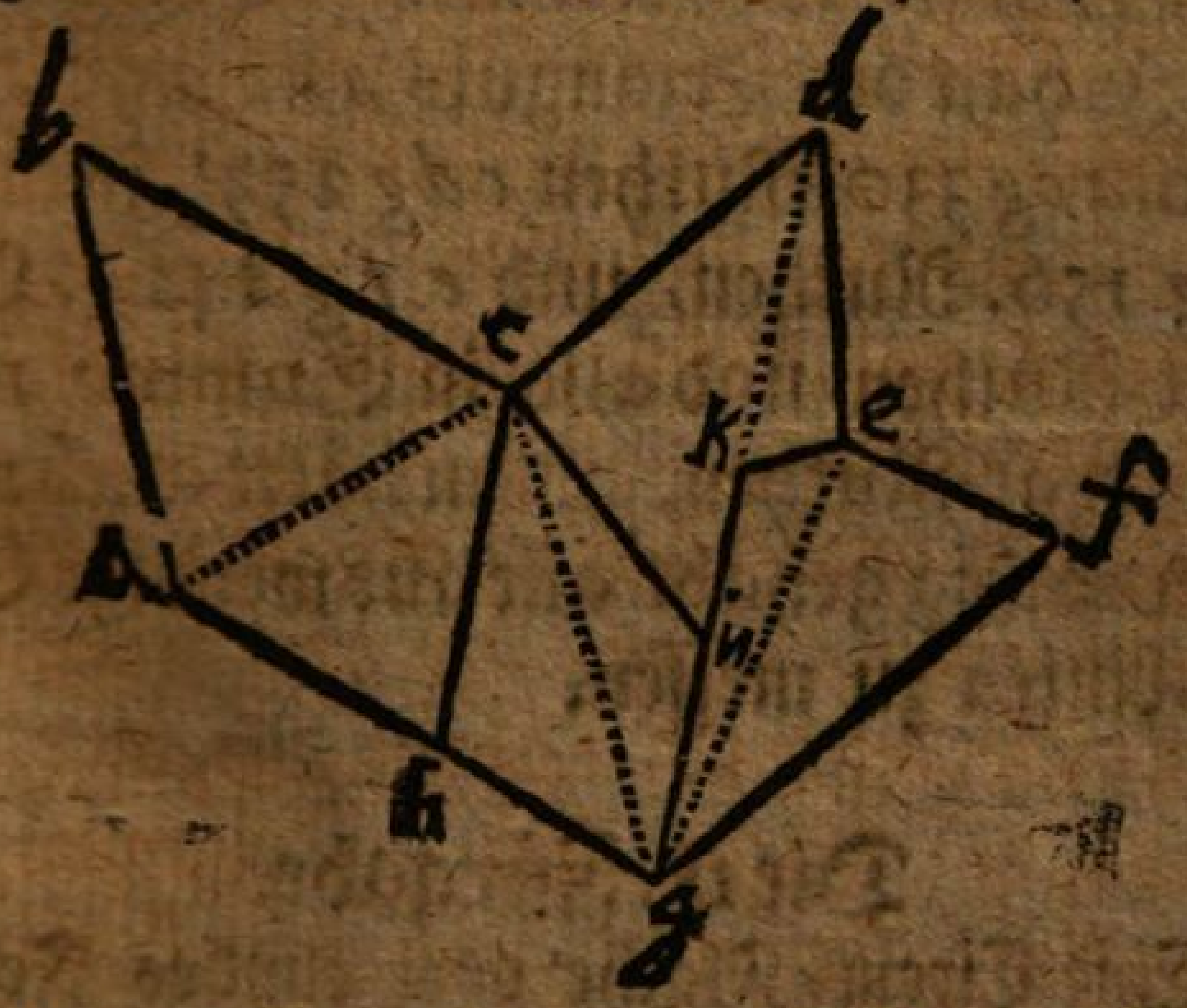
Dabey sonderlich zu mercken, daß ein Sechs-Eck, es sey regular oder irregular, nach dieser letzten Art abgetheilt, vier Triangul, ein Sieben-Eck 5. Triangul, ein Acht-Eck 6. Triangul, und also allezeit ein iede vieleckigte Figur zwey Triangul weniger geben wird, als sie Ecken hat, wie hinten in der Gallerie beym 106. Exempel erinnert, auch nach dem 175. Exempel kürtzere Ausrechnungen gewiesen.

Die

Die 17. Fürgabe.

Eine vieleckichte ungleichseitige Figur oder Feld auszumessen.

Wie dergleichen eckichte Figuren, oder Feld auszumessen, und calculirt werden sollen, ist schon bey vorgehender Fürgabe angezeigt, nehmlich durch Triangul. Allhier wollen wir ein ungleichseitig Sieben-Eck vor uns nehmen, u. sol-



che Ausmessung daran noch ferner lehren, dasselbe nun auszumessen, und daran den Inhalt zu finden, so messe man erst um und um alle Seiten, derselben Länge seyn allhier *a b* 24. Ruthen *b c* 26. *c d* 22. *d e* 18. *e f*

12.

12. *fg* $28\frac{1}{2}$. *ga* 30. Ruthen, darauf vertheile man solche 7. Eck in Triangula, deren 5. kommen, hierauf auch etliche der inwendigen Linien gemessen, thut *ac* 29. *dg* 39. und zu ieden Triangul die perpendicular-Lineam gesucht, thut *bh* 20. *ci* 22. *ck* 13. *ek* 8. und *el* 10. Ruthen, vermittelst dieser bekannten Linien nun eines ieden Trianguls Inhalt ausgerechnet, so kommt vor den Inhalt des Trianguls *abc* 290. Ruthen, *acg* 330. Ruthen, *cdg* $253\frac{1}{2}$. Ruthen, *deg* 156. Ruthen, und *efg* $142\frac{1}{2}$. Quadrat-Ruthen, und also in Summa 1172. Quadrat-Ruthen. Man hätte auch nicht eben nöthig gehabt alle auswendige Seiten-Linien zu messen.

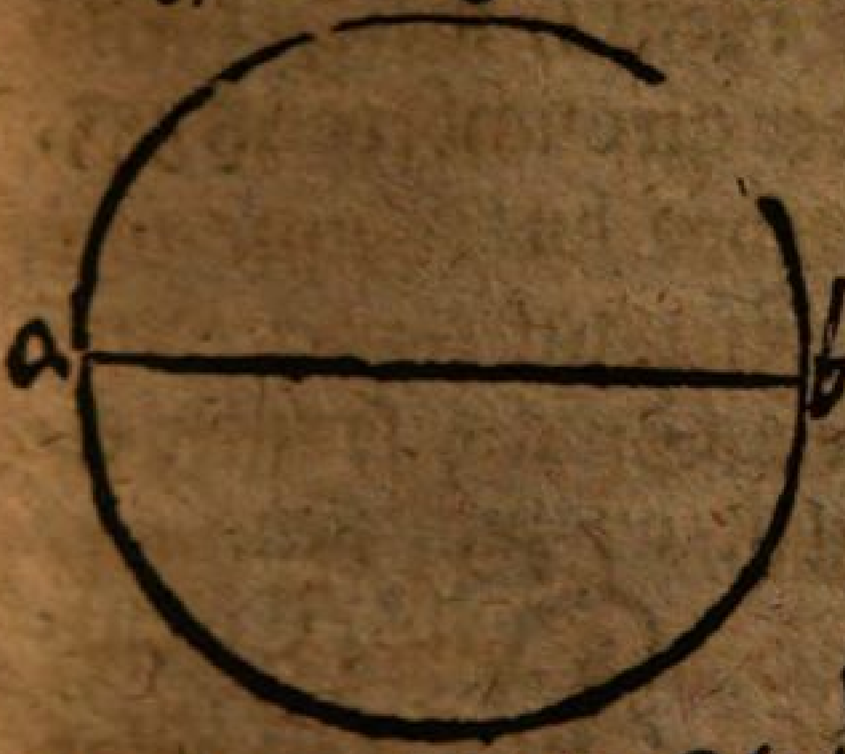
Die 18. Fürgabe.

Eine Circul-Fläche oder rundes Feld auszumessen.

ARchimedes hat eine Regul erfunden, daß wenn des Circuls Diameter 7., so sey die circumferentz 22., diesemnach messe man an vorkommender Circul-

cul-Rundung nur den diametrum, oder die circumferentz eines von beyden.

Der Diameter sey *ab* 28. Nun sprech ich nach der Archimedis-Regul 7. Ruthen diametri geben 22. Ruthen circumferentz, was geben 28. Ruthen? Antwort 88. Ruthen vor die circumferentz. Will man nun aream oder den superficial-Inhalt der Circulfläche haben, so multiplicire man nur den vierdten Theil des diameters *ab* 7. mit der circumferentz 88. thut 616. Quadrat-Ruthen: Oder man nehme den vierdten Theil der circumferentz ist 22. und multiplicire solche mit dem gantzen diametro 28. bringt auch den superficial-Inhalt der Circulfläche.



Bey unsern Zeiten haben die Niederländer die proportiones zwischen der circumferentz und dem diametro des Cir-

Circuls (weil des Archimedis Vergleichung in grossen Zahlen ziemlich fallirte) in grössern Zahlen genauer gesucht, und gefunden, wie beym 99. Beschluß-Exemplo meines Rechen-Büchleins zu sehen, darunter in praxi an bequemsten zu gebrauchen des Metii Regul, welcher dem Diametro 113. und der circumferentz 355. in Vergleichung gegeben hat.

Die 19. Fürgabe.

Eine Fläche eines Circul-Stücks, so unter einen halben Circul ist, auszumessen.

DAs Circul-Stück sey *a b c d*, und ist kleiner, als ein halber Circul, dessen superficial-Inhalt nun zu finden, so misset man erst daran die Chordam *a c*, solche sey allhier 24. hernach Sagittam *b d*, solcher sey 6. und endlich den Circulbo-

gen

gen *abc*, solcher sey zum Exempel 30. Wenn nun die beyden Linien *ac* und *bd* gemessen, so suche ich nach der 35. Proposition des 3. Buchs Euclidis des Circuls gantzen Diametrum *be*, also weil vermöge gedachter Proposition die rechtwincklichten Figuren, so aus beyden Stücken der Linea *ac*, nehmlich aus *ad* und *dc* zusammen gesetzt, eben so viel am Inhalt ist, als wenn aus den beyden Stücken der Linie oder des diameters *be*, nehmlich aus *bd* und *de* eine rechtwincklichte Figur gemacht wird, so quadrir ich nur die Helffte der bekannten gantzen Linie *ac* 12. komt 144. diese dividir ich mit *bd* 6. komt 24. hierzu addir ich auch *bd* 6. komt 30. vor die Länge des gantzen diameters *be*, hierauf multiplicir ich den halben diametrum 15. mit der Helffte des Bogens *abc* 15. thut 225. vor den superficial-Inhalt des gantzen Stücks *abcf*, hiervon muß gezogen werden das Stück oder Triangul *acf*, denn rechne ich also: Ich subtrahire von

bf

b f dem halben diametro 15. die Lineam oder Sagittam *b d*, 6. bleiben 9. vor die Lineam *d f*, diese mit der Helffte der Linea *a c* 12. multiplicirt, bringt 108. vor den Inhalt des Triangnls *a c f*, solchen von 225. abgezogen, bleibt 117. Quadrat-Ruthen vor dem Inhalt des Circul-Stücks *a b c*.

Die 20. Fürgabe.

Eine Fläche eines Circul-Stücks, so über einen halben Circul ist, auszumessen.

ZWischen dieser und vorgehender Fürgabe ist ein schlechter Unterscheid, denn es wird eben also procedirt, wie daselbst gelehrt, nur daß der Triangul *a c f* dem grössern Stück des Circuls addirt wird, da er im kleinen subtrahirt worden.

Zur operation wollen wir die Figur nehmen bey vorgehender 19. Fürgabe, an solcher muß erst gemessen werden der Circulbogen *a c e*, solcher sey lang $64\frac{1}{7}$. Ruthen, item die Chorda *a c* die sey 24. Ruthen, und die Linea *d e*, die ist auch 24. Ru-

Ruthen, hierauf wie bey vorgehender Fürgabe die Helffte der Chordæ *a c* quadrirt, thut 144. mit *d e* 24. dividirt, bringt 6. hierzu 24. addirt, thut 30. vor die gantze Länge des diameters, diesen halb genommen thut 15., damit die Helffte des Circulbogens multiplicirt, thut $482\frac{1}{7}$. vor den Inhalt des Circul-Stücks *a e c f*, hierzu muß aber noch addirt werden der Triangul *a f c*, denselben rechne man hier also: die halbe basin *a c* multiplicire man mit der gantzen perpendicular-Linea *d f g*, (welche gefunden wird, so man den halben diametrum *e f* 15., von *d e* 24. abzeicht) kommt 108. vor den Inhalt des TriangULS *a e f*, solchen zu obigen $482\frac{1}{7}$. Ruthen addirt, thut $590\frac{1}{7}$. Quadrat-Ruthen.

Die 21. Fürgabe.

Ein Feld zu messen, so zwischen rechten Circul-Linien gelegen.

Diß sey fürgestellt an vorstehender Figur *a b c d*, und sey daran iede krumme Seiten-Linea 48. Ruthen lang, und jede gerade Seiten-Linea 20. Ruthen.

Weil denn die krummen Linien gleicher

Länge und Weite, so ziehe ich nur an denenselben von einem Ende zum andern zwey gerade parallel-Linien, diese gemessen, und Exempels wegen allhier auf 40. Ruthen gesetzt, solche eine mit der Länge einer kleinern Seiten-Linea 20. multiplicirt, bringt den Inhalt dieses Feldes auf 800. Quadrat-Ruthen.

Die 22. Fürgabe.

Ein Feld zu messen, so zwischen krummen, gewundenen und rechten, und Circul-Linien gelegen.

DJe krummen gewundenen Linien sind an gegenwärtiger Figur *a d* und *b c*, durch solche (weil sie aus- und einwarts

fast

fast einerley Krümmen machen) zeicht man von *a* gegen *d*, und von *b* gegen *c* nur 2. gerade Linien, daran sey lang *a d* 47. Ruthen, und *b c* 48. Ruthen. Ferner findet sich an dieser Figur eine rechte Linea *d c*, die sey 19. Ruthen, und endlich eine Circul-Linea *a f b*, die sey 30. Ruthen.

Nun dergleichen Feld also nach diesen Linien gemessen, auszurechnen, so messe man von *b* gegen *d* mitten durch noch eine Lineam *b d*, die sey lang 53. Ruthen, diese theilt diß Feld in 2. Triangul *abd* und *bcd*, doch muß darzu noch erst die auswärtige blinde Linea *a b* gemessen werden, die lang 24. Ruthen, so sind nun an iede der beyden

Triangul alle 3. Seiten bekannt, derowegen kan ich solche ausrechnen nach vorgehender 3. Fürgabe, kommt zum Inhalt des Trianguls *a b d* $563\frac{62}{100}$. Quadrat-Ruthen, und zum Inhalt des Trianguls *b c d* $454\frac{57}{100}$. Quadrat-Ruthen, und also in Summa $1018\frac{53}{100}$. Quadrat-Ruthen: hiervon muß aber wieder abgezogen werden das Circul-Stück *a f b e*, das kan man rechnen nach vorgehender 19. Fürgabe, und sey die Chorda *a b* allhier auch 24. Sagitta 6. und der Boge *a f b* 30. Ruthen, bringet zum Inhalt 117. Quadrat-Ruthen, diese von obiger Summa abgezogen, bleibt $901\frac{53}{100}$. vor den gantzen Inhalt dieses Feldes.

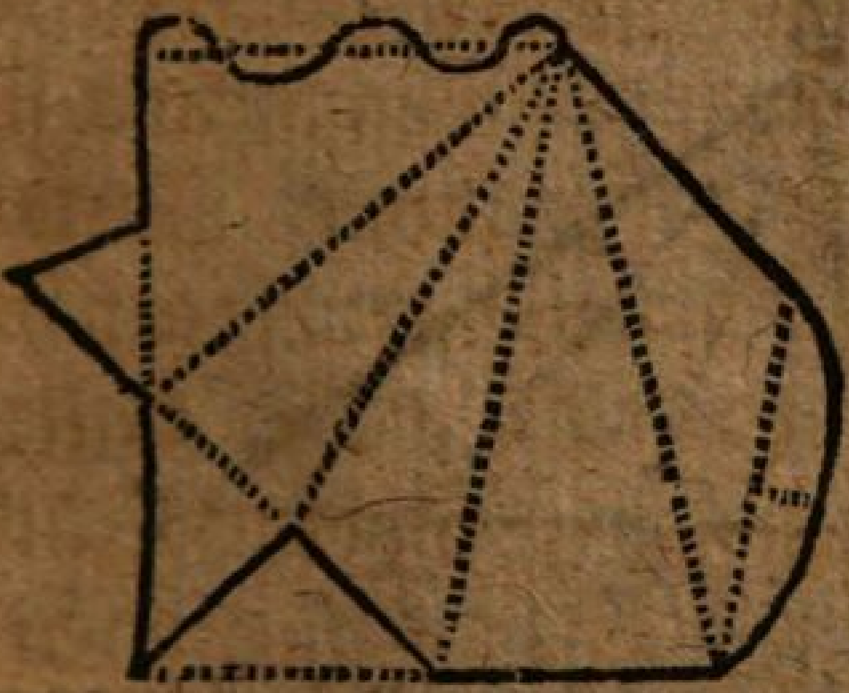
Die 23. Fürgabe.

Ein gantz ungleichseitig Feld zu messen, so zwischen geraden, gewundenen, krummen und Circul-Linien innen gelegen und beschlossen.

DIese Fürgabe ist mit der vorgehenden fast einerley, nur daß hier eine

Figur

Figur geſetzet, bey der mehr Ecken kommen. Mit kurtzen nun hiervon Unterricht zu geben, ſo iſt der bequemeſte Weg, dergleichen Figuren erſt unter gerade Linien zu bringen, hernach in Triangula und Circulbogen zu vertheilen, und nach denſelben zu meſſen



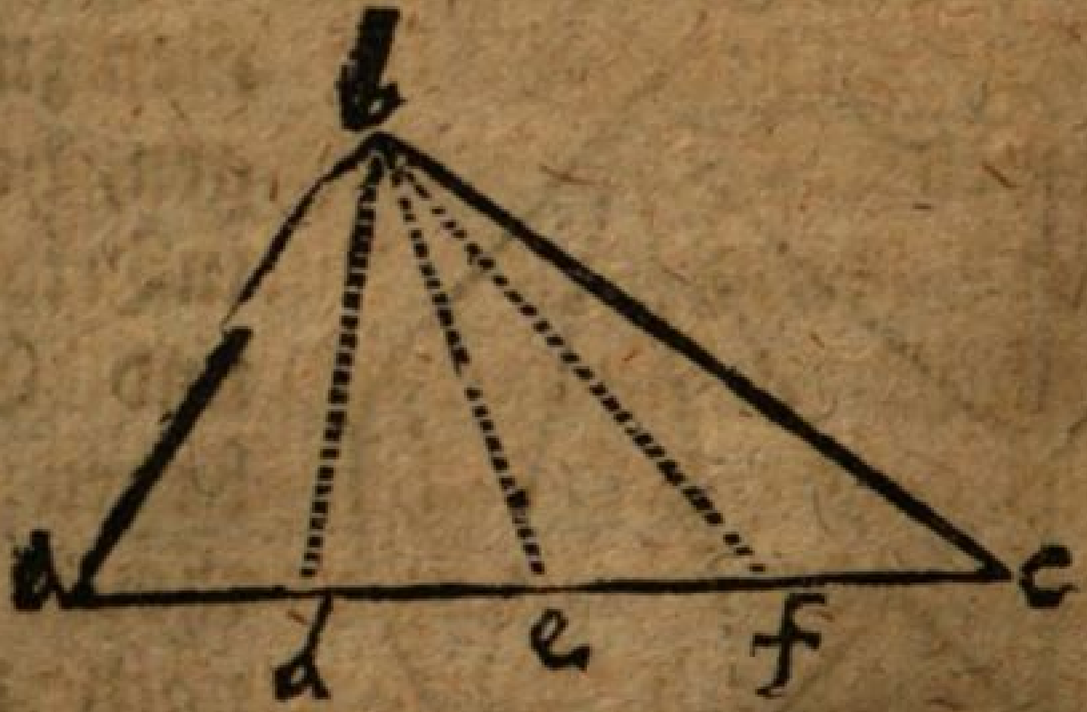
und auszurechnen, und wird der Augenſchein bey der allhier geſetzten Figur den Proceß der Austheilung, ſo mit blinden Linien angedeutet, gnugſam zu verſtehen geben. Dabey ſich ferner nicht aufzuhalten.

Theilung der Felder.

Dieſe iſt ſchon im vierdten Theil beſchrieben, ſoll aber allhier noch in etlichen Fürgaben weiter gelehrt, und zur praxi angewieſen werden.

Die 24. Fürgabe.

Einen Triangul beydes ohne und durch den bekannten Inhalt in etliche begehrte Theile zu vertheilen.



Ohne den bekannten Inhalt gegenwärtigen Triangul in vier gleiche Theile zu vertheilen, so theile man nur die basin *a c* in so viel Theile, und lasse aus dem Winckel *b* auf solche Theile in *d e f* Scheid-Linien fallen, so ist durch dieselben der Triangul in begehrte Theile vertheilt.

Durch den bekannten Inhalt aber diesen Triangul in begehrte Theile zu vertheilen, so sey zum Exempel derselbe 3. Acker, oder 900. Ruthen, (den Acker, wie dieser Lande bräuchlich, auf 300. Ruthen gerech-

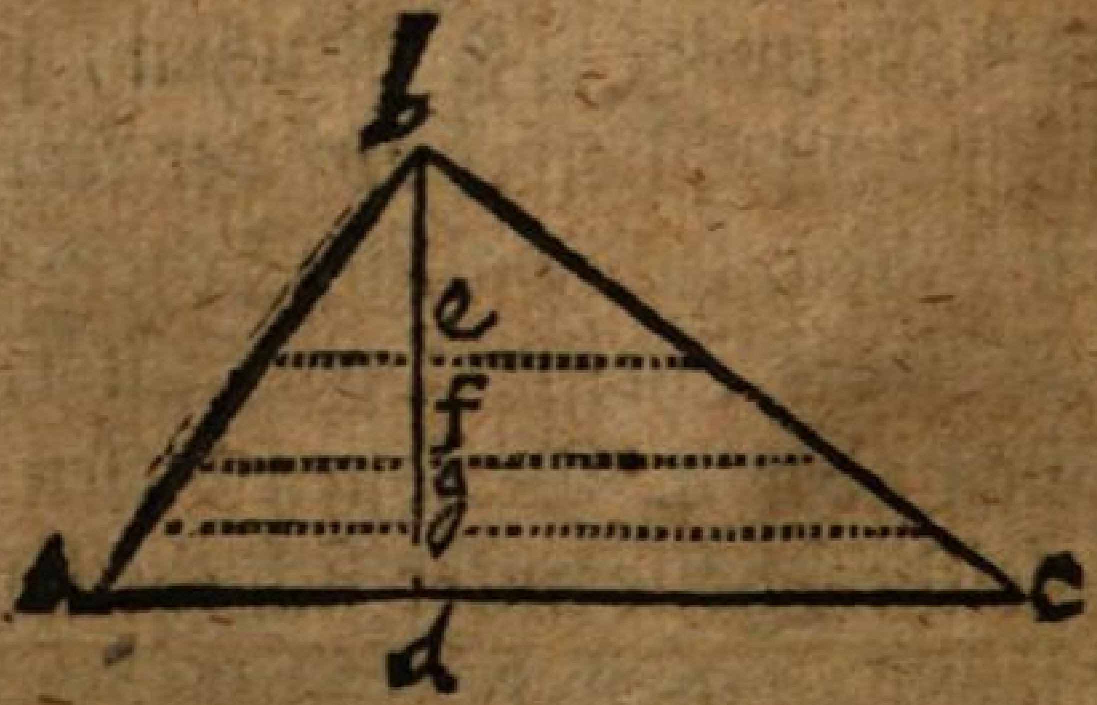
rechnet) hierzu mißt man nur eine Seite des Triangulს, darauf die Theilung geschehen soll, die sey *a c* 60. Ruthen. Nun sprech ich, der gantze Inhalt 900. Quadrat-Ruthen geben *a c* 60. Ruthen lang, was geben 225. Quadrat-Ruthen, als ein Viertel? Antwort, 15. Ruthen, so viel muß ich iedem Viertel auf der Linea *a c* Ruthen geben, und dahin Scheid-Linien ziehen, so ist die Theilung verrichtet.

Sollen aber 4. Personen diesen Acker in ungleiche Theile unter sich theilen, und der erste etwan 160., der andere 200., der dritte 210. und der vierdte 330. Ruthen, oder dergleichen daran haben, so könte die Rechnung nach der Gesellschafft-Regul derogestalt gemachet werden, daß ich sagte 900. Ruthen geben *a c* 60. Ruthen lang, was 160. 200. 210. und 330. Quadrat-Ruthen, iedes besondern, so würde sich die Eintheilung auf der Linea *a c* auch finden, und allhier auf den ersten Theil kommen $10\frac{2}{3}$., aufn andern $13\frac{1}{3}$., aufn dritten 14. und aufn vierdten 22. Ruthen.

Die

Die 25. Fürgabe.

Einen Triangul durch eine abgemessene und bekannte perpendicular-Lineam in begehrte Theile zu vertheilen.



HIerzu wollen wir vorgehenden Triangul wieder vor uns nehmen, und an demselben die perpendicular-Lineam *b d* suchen, die sey lang 30. Ruthen.

Durch Hülffe dieser Linien nun den Triangul überzwerch mit parallel-Linien auf die beyden Linien *a b* und *b c* in vier Theil zu vertheilen, so muß man die 30. quadriren, kömmt 900. diese mit 4. dividiren

diren 225. hieraus die Quadrat-Wurtzel extrahiren, kommt 15. Ruthen, so viel Ruthen muß man von *b* gegen *d* hinein messen biß in *e*, und durch *e* auf die Linea *a b* und *b c* eine Lineam mit *a c* parallel ziehen, so ist oben das erste Viertel abgemessen.

Das andere Viertel sucht man also: Man nimmt die Helffte, als zwey Viertel der quadrirten perpendicular-Linea, solche ist 450. hieraus die Quadrat-Wurtzel gezogen, thut bey nahen, wenig mehr, $21\frac{21}{100}$. Ruthen, so viel muß man von *b* gegen *d* hinein messen biß in *f*, und dahin wieder eine Lineam mit *a c* parallel ziehen, so hat man das andere Viertel.

Das dritte Viertel wird gefunden, wenn man aus dem Quadrat der perpendicular-Linea drey Viertel nimmt, und daraus die Quadrat-Wurtzel extrahirt, als allhier aus 675. kommt $25\frac{98}{100}$. Ruthen, solche von *b* gegen *d* gemessen, kommt biß in *g*, daselbst wieder eine Lineam mit voriger parallel gezogen, so ist der Triangul *a b c*

auf eine andere Art, als bey vorgehender Fürgabe in vier gleiche Theil vertheilet.

Also könte man auch aus den andern beyden Winckeln *a* und *c* auf ihre gegen über stehenden Linien perpendicular-Linien fällen, und die Theilung gleicher gestalt auf dieselbigen verrichten.

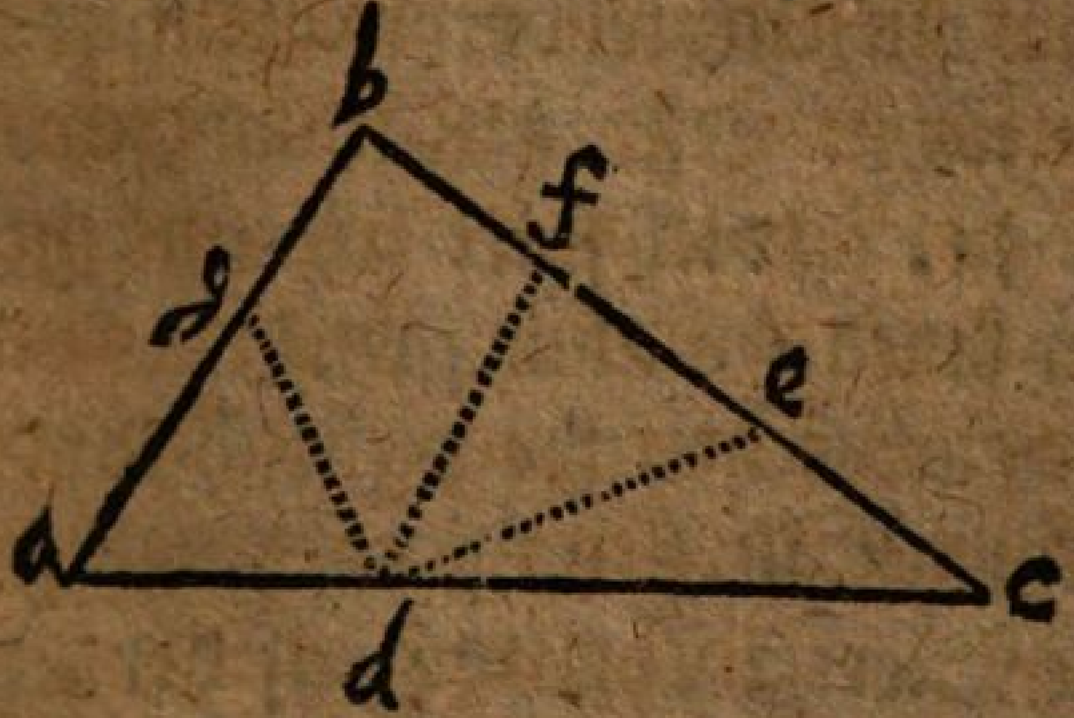
Ist aber ein Triangul schon rechtwincklicht, so darff man nicht erst eine perpendicular-Lineam suchen, sondern man hat deren daran schon zwey, so den rechten Winckel beschliessen, auf eine derselben kan man die Abtheilung machen.

Die 26. Fürgabe.

Einen Triangul aus einem auf einer Seite stehenden Punct in begehrte Theile zu vertheilen.

DEr fürgegebene Punct an gegenwärtigen Triangul sey *d*, gesetzt nun, man begehrte aus demselben gegen die Lineam *b c* den Triangul in vier glei-

gleiche Theil zu vertheilen, so thue man ihm also: Man messe die Lineam *a c*, die sey lang 60. Ruthen, und daran das Stück *a d* 20. Ruthen, ingleichen messe man auch die Lineam *b c*, die sey 48. Ruthen, hierauf *ac* 60. Ruthen mit *b c* 48.



Ruthen multiplicirt, bringt 2880. diese in vier Theil getheilet (weil das gantze Feld in vier Theil zu vertheilen begehrt wird) komt 720. solche in *d c* als den Rest von 60. nemlich in 40. dividirt, komt 18. Ruthen, so viel Ruthen von *c* gegen *b* biß in *e* gemessen, so hat man das 1. Viertel, nemlich *d c e*.

Das andere Viertel sucht man also: Man nimmt aus obigen 2880. die Helffte, nehmlich 1440. als zwey Viertel, diese auch durch 40. dividirt, kommen 36. Ru-

then, so viel Ruthen soll man messen von *c* gegen *b* biß in *f*, und dahin aus *d* eine Scheid-Linie ziehen, so hat man das andere Viertel *d f e*.

Ferner das dritte Viertel zu suchen, so nimmt man drey Viertel aus 2880. oder 720. als ein Viertel dreymahl thut 2160. diese gleicher gestalt mit 40. dividirt, bringt 54. so viel solte ich von *c* gegen *b* auf der Linea *b c* abmessen.

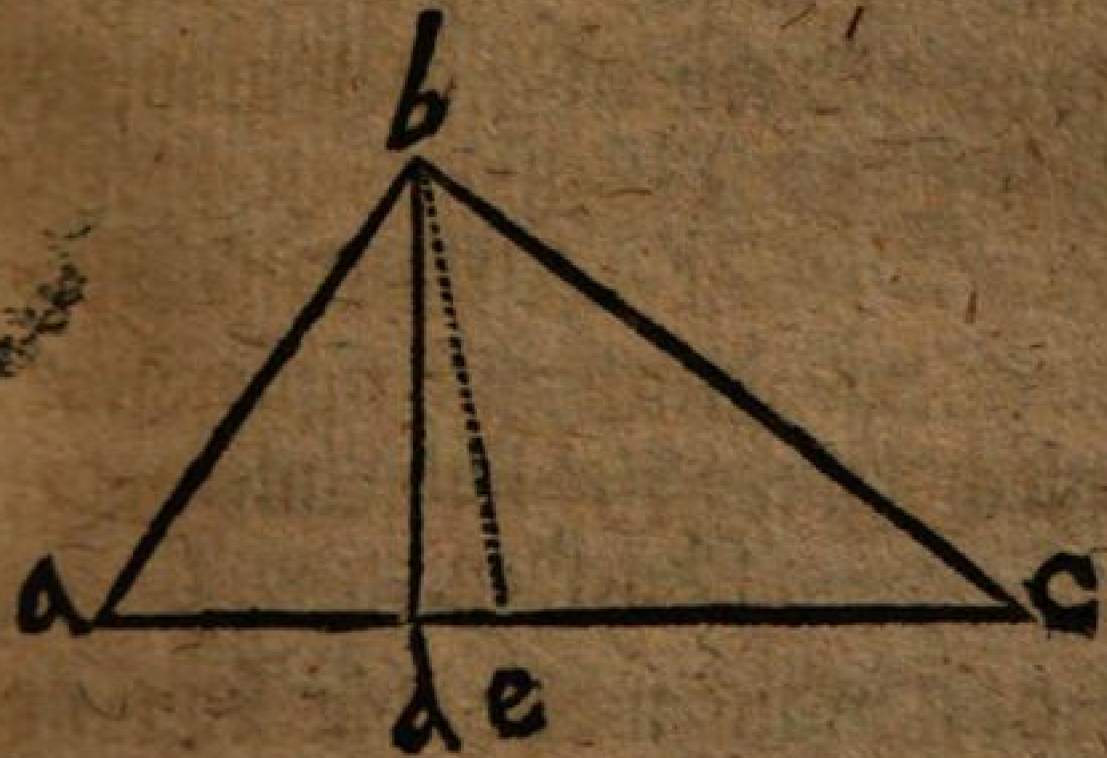
Weil aber dieselbe nicht so lang, sondern nur 48. ist, so muß ich das dritte und vierdte Viertel vollends auf der Linea *a b* suchen, die muß auch gemessen werden, und sey lang 36. Ruthen, diese 36. Ruthen der Linea *a b* mit *a c* 60. multipliciret, bringt 2160. daraus $\frac{1}{4}$ ist 540. solche in *a d* 25. (weil die Theilung von voriger auf eine andere Lineam *a b* fället) dividirt, kommt 21$\frac{6}{10}$. solche von *a* gegen *b* biß in *g* aus *d* gezogen, so ist damit das dritte Viertel *a g d* abgetheilt, das vierdte ist der Rest nehmlich *g b f d*.

Die

Die 27. Fürgabe.

Von einem Triangul oder dreyeckigten Felde etliche Ruthen aus einem fürgegebenen Winckel und auf gegen über stehende Lineam abzumessen.

ES sey ein dreyeckigt Feld *a b c*, und werde begehrt, man solle davon 1¼. Acker, das ist 375. Ruthen abmessen, solches zu thun, kan man erst die perpendicular-Lineam suchen und messen, solche ist



bd, und thut 30. Ruthen, mit deren Helffte nehmlich 15. dividirt man den Inhalt, nehmlich 375. Ruthen, kömt 25. Ruthen,

so viel Ruthen muß man von *a* gegen *c* messen biß in *e*, und hernach aus *b* auf *e* eine Lineam fällen, so sind begehrte 375. Ruthen abgemessen, und begreifft solche in sich das Stück *a b e*.

Man möchte auch von *c* gegen *a* messen, und die Abtheilung daselbst machen, so würde gleicher gestalt der begehrte Theil abgeschnitten.

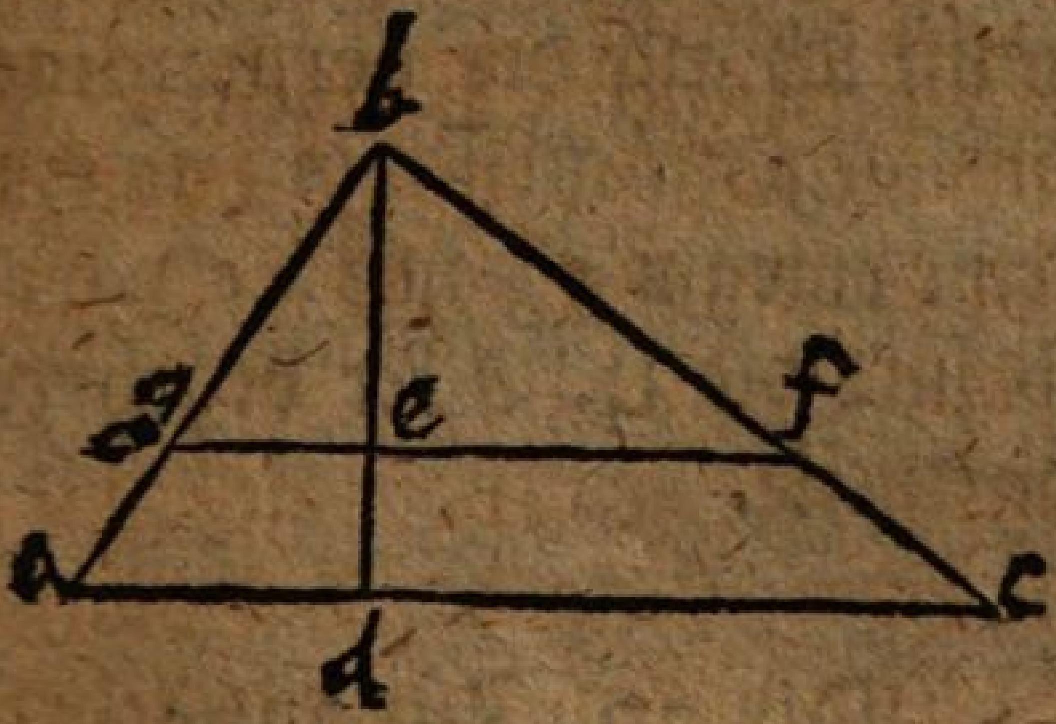
Wäre aber die Linea *a c* nicht 25. Ruthen lang, so wäre es eine Anzeigung, daß das Stück Feld nicht so groß wäre, daß es 375. Ruthen in sich begriffe, oder dieselben davon könten abgemessen werden.

Die 28. Fürgabe.

Von einem Triangul etliche Ruthen durch etliche parallel-Linien abschneiden.

GEsetzt, man wolle die bey voriger Fürgabe gemeldeten $1\frac{1}{4}$. Acker, oder 375. Ruthen oben bey den Winckel *b* durch eine mit *a c* parallel lauffende Lineam abgetheilet haben, so thue man ihm also:

Man



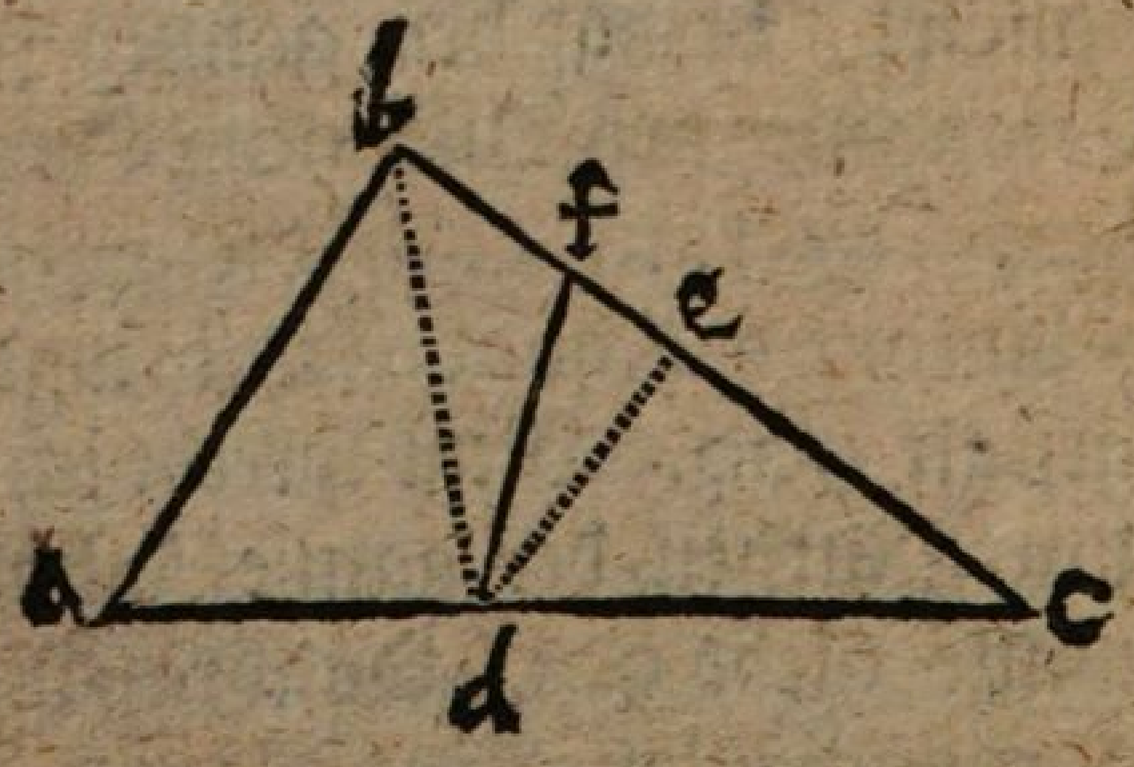
Man messe nicht allein die perpendicular-Lineam *b d*, (welche 30. Ruthen ist) sondern auch die unterste Lineam oder basin *a c*, die sey 60. Ruthen, diese mit der Helffte der perpendicular-Linea *b d* 15. multiplicirt, bringt den gantzen Inhalt des Trianguls, nehmlich 900. Quadrat-Ruthen. Hierauf auch die perpendicular-Lineam *b d* quadrirt, bringt gleicher gestalt 900. Nun spreche ich 900. Quadrat-Ruthen, der gantze Inhalt des Trianguls giebt 900. Quadrat-Ruthen der perpendicular-Linea, was geben 375. Quadrat-Ruthen? Antwort auch 375. Hieraus die Quadrat-Wurtzel extra-

tra-

trahirt, thut $19\frac{36}{100}$. Ruthen, so viel Ruthen muß ich auf der perpendicular-Linea von *b* gegen *d* messen biß in *e*, und daselbst eine Lineam *f g* mit *a c* parallel ziehen, so sind die $1\frac{1}{4}$. Acker begehrter massen abgetheilt.

Die 29. Fürgabe.

Von einem Triangul oder dreyeckigten Felde etliche Ruthen aus einem auf einer Linea fürgegebenen Punct abzutheilen.



So man vorgemeldete $1\frac{1}{4}$. Acker oder 375. Ruthen von einer fürgegebenen

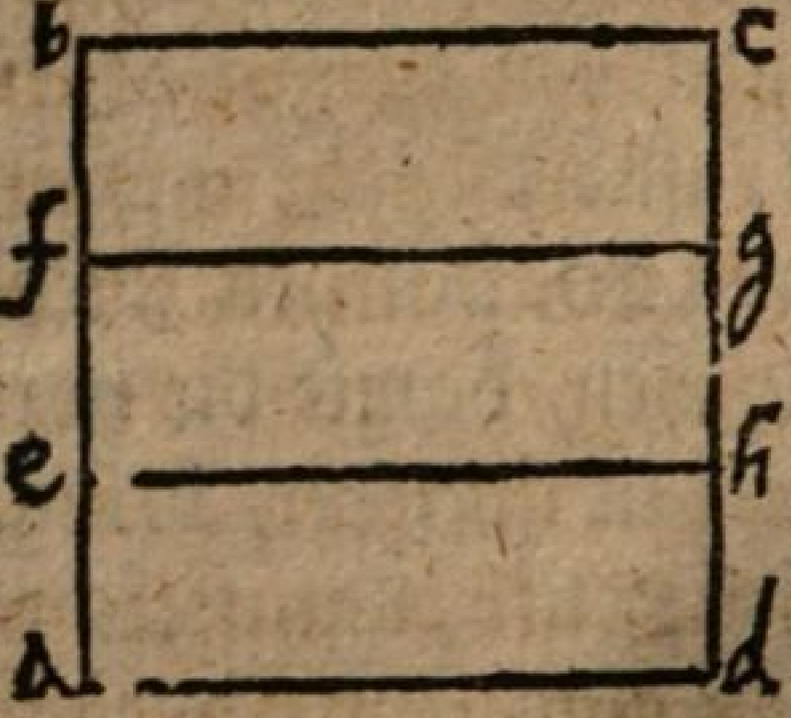
nen Punct, als allhier aus *d* gegen die Lineam *b c* wolte gemessen und abgetheilet haben, so müste man zuförderst von der Linea *b c* als zu dem Triangul *d b c* eine perpendicular-Lineam in den fürgegebenen Punct fallen lassen, und dieselbe messen, die sey *d e* und sey lang 20. Ruthen, solche halbirt, thut 10. Ruthen, damit die vorgemeldeten 375. Ruthen dividirt, bringt $37\frac{5}{10}$. Ruthen, so viel müste man auf der Linien *b c* von *c* gegen *b* abmessen, käme biß in *f*, dahin eine Scheide-Lineam *d f* gezogen, so sind die $1\frac{1}{4}$. Acker abgetheilet in das Stück *d f e*.

Die 30. Fürgabe.

Ein Quadrat oder gleichseitiges viereckigtes Feld in etliche gleiche oder ungleiche Theile zu vertheilen.

DIß ist schon bey der 14. Fürgabe des vierdten Theils angezeigt, nehmlich also, daß man nur 2. gegen einander überstehende Seiten in dergleichen begehrte Theil vertheilet, als wir wollen allhier setzen,

tzen, es sey ein Feld *a b c d*, daran sey iede Seite lang 36. Ruthen, diß in 3. gleiche Theil zu vertheilen, so messe man auf der



Seite *a b* iedesmahl 12. Ruthen ab, welches ein Drittheil aus 36. ist biß in *e*, und auch so viel von *e* biß *f*, so gehet das übrige Drittel von *f* biß in *b*, und ist also die Seite *a b* in drey gleiche Theil vertheilt. Eben in so viel Theile muß man nun auch die Seite *c d* vertheilen, als von *c* biß *g*, von *g* biß *h*, und von *h*, biß in *d*, und hernach gegen einander über die Linien *f g* und *e h* ziehen, so ist solch Feld begehrter massen in 3. gleiche Theil vertheilet.

Wäre es aber in ungleiche Theile zu vertheilen, als gesetzt, es solten 3. Personen die Theilung also unter sich machen, daß von obgemeldten Felde (welches 1296. gevierdte Ruthen am Inhalt thäte) der erste

ste 216. Ruthen, der andere 432. Ruthen, und der dritte 648. Ruthen bekommen solten, so suchte man die Abtheilung der Seiten-Linien per regulam detri also: 1296. Quadrat-Ruthen geben 36. Ruthen, die gantze Länge einer Seite, was geben 216. 432. und 648. Quadrat-Ruthen, iedes besondern? Antwort, zum ersten theile 6., zum andern 12., und zum dritten 18. Ruthen, auf so viel Ruthen müsse man ieden Theil auf den beyden Seiten *a b* und *c d* besondern abtheilen.

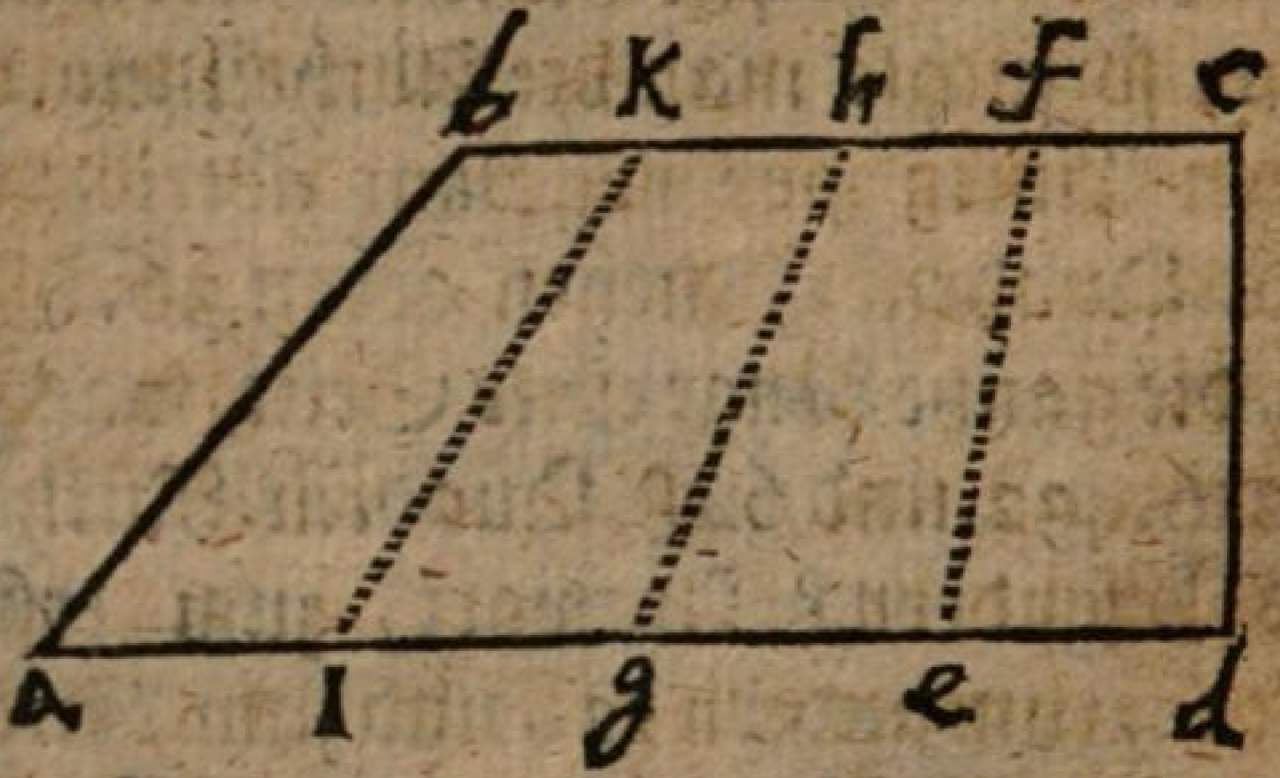
Die 31. Fürgabe.

Ein ungleichseitiges Vier-Eck, so zwischen parallel-Linien gelegen, in etliche gewisse Theile zu vertheilen.

DAs Vier-Eck sey *a b c d*, an demselben lauffen nur 2. Seiten *a d* und *b c* mit einander parallel, die Seite *a d* sey lang 96. Ruthen, *b c* 60. Ruthen, dasselbe nun auch in etliche gewisse Theile zu vertheilen, als ich will nehmen in 4. Theil, so theile man beyde parallel-Linien *a d* und

b c

b c iede in vier gleiche Theile, und ziehe



Scheid-Linien dahin, so ist die Theilung dadurch verrichtet.

Oder man dividire die Zahl der untersten Linien 96. in 4. Theil, so kommt auf ieden Theil 24. Ruthen, und die Zahl der obigen Linien auch in 4., so kommt oben auf ein Theil 15. Ruthen, darauf von einer Linien zur andern auf die Abtheilungen Scheid-Linien gezogen, so ist die Theilung auch verrichtet.

Oder, so die Abtheilung nicht eben auf gerade Theile käme, sondern dieselbe etwa auf den Inhalt (welchen wir, nach vorgehender 14. und 15. Fürgabe ausgerechnet,

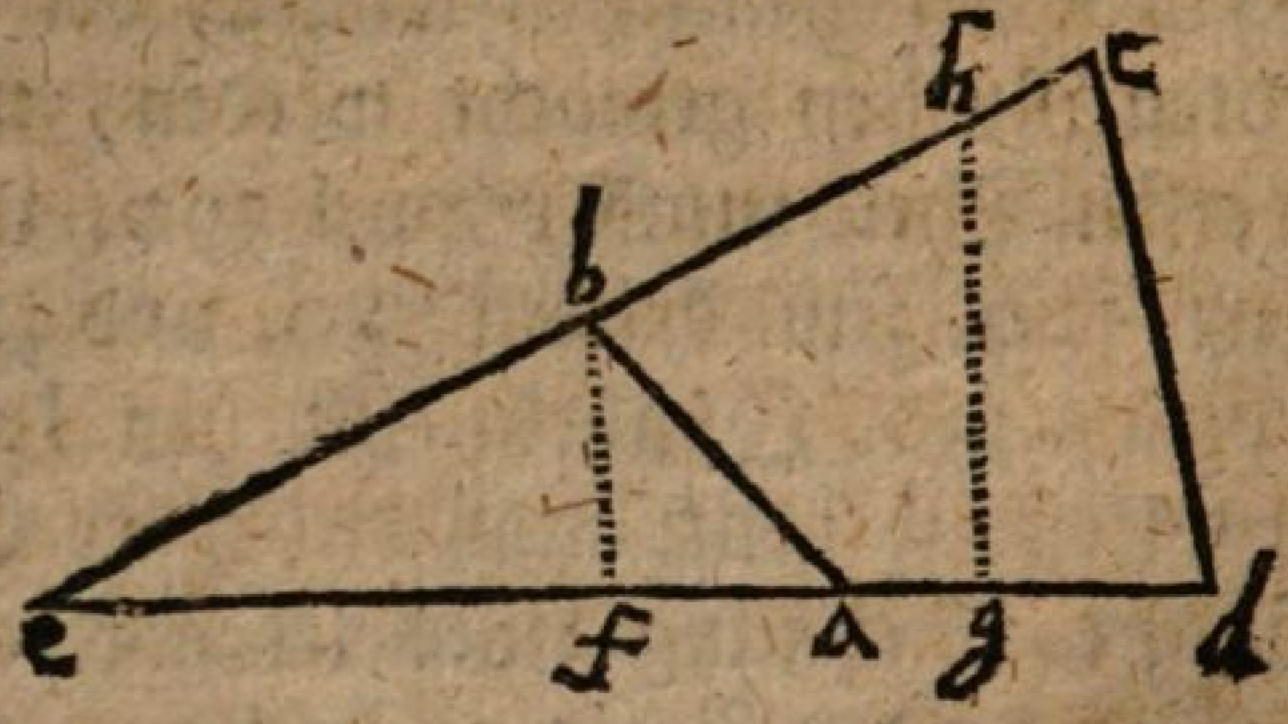
auf

auf 3120. Ruthen setzen wollen) der gevierdten Ruthen gemacht werden, und zum ersten Theil zum Exempel 390., zum andern 520., zum dritten 780. und zum vierdten 1430. Quadrat-Ruthen kommen solten, so könte man durch die Gesellschafft-Rechnung eines ieden Theils Länge an beyden Linien ausrechnen, wie bey vorgehender Fürgabe gelehret, so kämen die Theile auf der untersten Linien zu 12. 16. 24. und 44. und auf der obersten zu $7\frac{1}{2}$. 10. 15. und $27\frac{1}{2}$. Ruthen.

Die 32. Fürgabe.

Von einem Trapezio oder ungeschickter Vierung etliche Acker oder Ruthen nach Begehren abzutheilen.

DAs Trapezium sey *a b c d*, gesetzt nun man begehre von einem solchen Felde etliche Ruthen, als zum Exempel 400. Ruthen von *a b* gegen *c d* hinein, durch eine perpendicular-Lineam auf *a d* gestellet, abgetheilt zu haben, so thue man ihm also:



also: Man erlängere diese beyde Linien *b c* und *a d* biß in *e*, daß daraus ein Triangul werde, hierauf eine perpendicular-Linea *b f* gesucht und gemessen, die sey lang 16. Ruthen, so werde auch gemessen die basis *a e*, die sey lang 42. Ruthen, das Stück *a f* 11. und das grössere *e f* 31. Ruthen, nun rechnet man den gantzen Triangul *b a e* besonders aus also: Man multiplicirt die Helffte der perpendicular-Linea *b f* 8. mit *a e* 42. kommt 336. Quadrat-Ruthen. Weiter rechnet man auch den Triangul *b f e* besondern also: Man multiplicirt *e f* 31. mit der Helffte *f b* 8. thut 248. Ruthen. Nun spricht man also: 248. Ruthen geben 31. Ruthen (doch daß sie Qua-

Quadraten genommen werden, thut 961.) was 336. Quadrat-Ruthen des Triangulš *fba* (mit addirung 400. Ruthen, so zusammen 736.) Antwort, 2852. hieraus die Quadrat-Wurtzel extrahiret, thut $53\frac{4}{10}$. Ruthen, von diesen die obstehenden 42. Ruthen subtrahirt, Rest $11\frac{4}{10}$. Ruthen, so viel muß man von *a* biß *g* messen, und daselbst eine perpendicular-Lineam aus *g* biß in *h* ziehen, so ist *abhg* das abgetheilte Stück auf 400. gevierdte Ruthen.

Anders.

Wolte man aber solche 400. Ruthen von der Seite *dc* hinein gemessen haben, so könte man erst das gantze Trapezium messen und ausrechnen, das sey zum Exempel allhier 684. gevierdte Ruthen, hiervon die 400. Ruthen, so man abzuschneiden begehrt, abgezogen, bleiben 284. Diese könte man an statt der 400. Ruthen von der Seite *a b* gegen *c d* hinein messen, und mit einer Scheid-Linea vom Trapezio abschneiden, so bliebe das Stück von 400. Ruthen auf der Seite

dc

d c übrig, und wäre begehrter massen daselbst abgetheilt.

Andere Abtheilungen können am füglichsten durch Triangula geschehen, wie nachfolgende Fürgabe darzu gnugsame Anleitung giebt.

Die 33. Fürgabe.

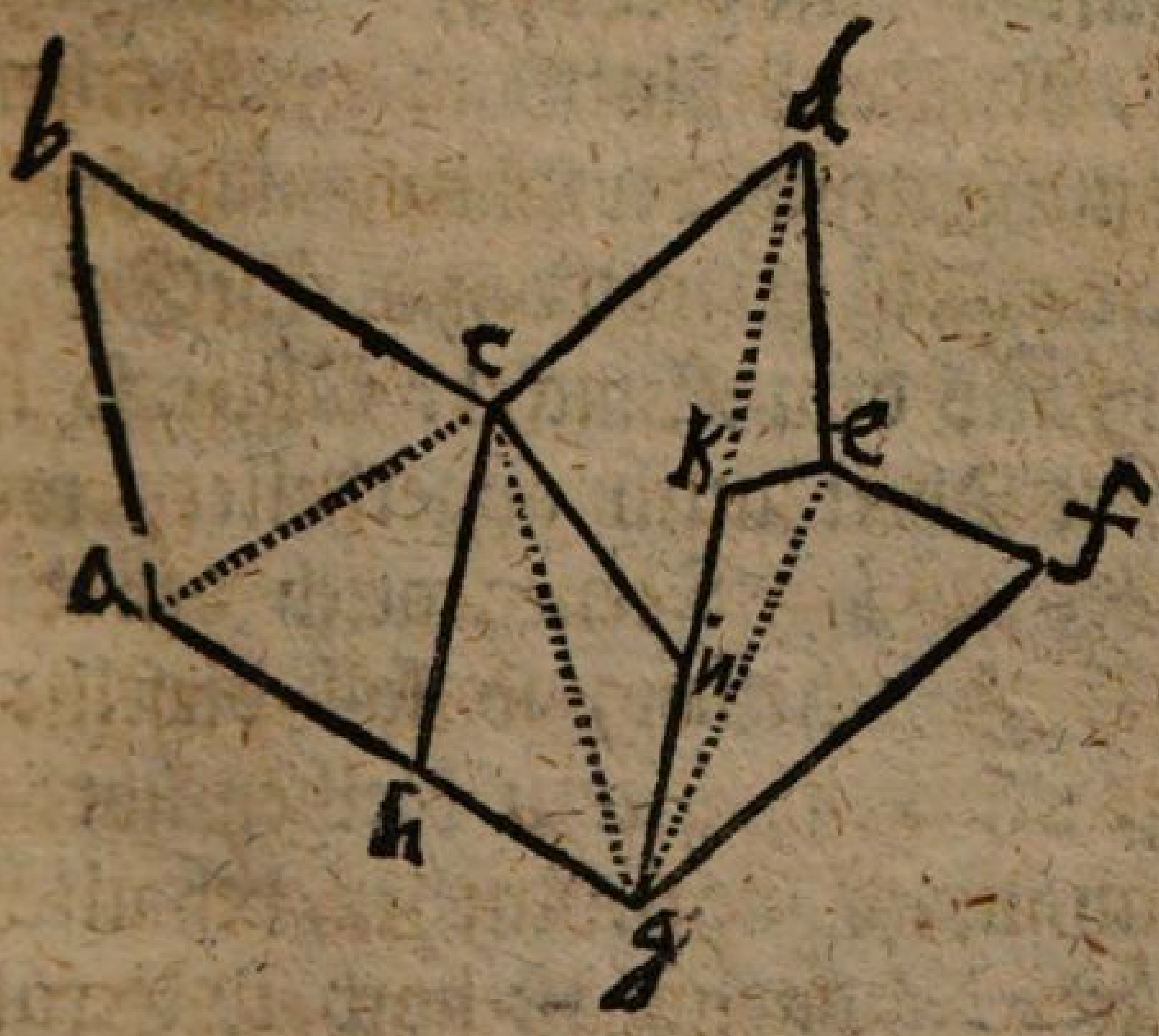
Ein ungleichseitiges vieleckigtes Feld zu theilen.

Es sey ein ungleichseitiges Feld *a b c d e f g* ausgemessen, und an demselben der Triangul *a b c* auf 290. Ruthen, *a c g* 330. Ruthen, *c d g* 253½. Ruthen, *d e g* 156. Ruthen, und *e f g* 142½. gevierdte Ruthen, und also der gantze Inhalt des Feldes auf 1172. gevierdte Ruthen befunden worden.

Nun dieses in gewisse Theile zu vertheilen, als zum Exempel in 4. ungleiche Theil, und auf den ersten Theil zu rechnen 457. Ruthen, auf den andern 227½. Ruthen, auf den dritten 245. Ruthen, und auf den vierdten 222½. Ruthen, so thue man also:

Man

Man fange an von dem Triangul *a b c*, dessen Inhalt 290. Ruthen, hierzu müssen noch von dem Triangul *a c g* 187. Ruthen abgetheilet werden, die sucht man auf der Basi *a g*, solche wird gemessen und ist lang 30. Ruthen, derohalben sprech ich 330. Ruthen des Trianguls *a c g* Inhalt giebt 30. Ruthen lang *a g*, was 187. Ruthen?



Antwort 17. Ruthen, so viel muß noch aus *a* biß *h* auf der Linea *a g* abgemessen, und in *h* aus dem Winckel *c* eine Linea gezogen werden, so ist der erste Theil auf 477. Ruthen abgetheilt, nehmlich *a b c h a*. Die

187. Ruthen vom Triangul *a c g* 330. subtrahirt, bleiben 143. zum andern Theil, solcher soll aber 227½. Ruthen seyn, also mangelt noch 84½. Ruthen, welche von Triangul *g c d* noch müssen abgeschnitten werden, darum an demselben die Linea *g d* zu messen, die sey lang 39. Ruthen, darauf sprech ich 253½. Ruthen des Trianguls Inhalt giebt 39. Ruthen *g d*, was 84½. Ruthen? Antwort 13. Ruthen, so viel muß ich auf der Linea *g d* noch abmessen aus *g* biß in *i* und dahin eine Scheid-Lineam aus dem Winckel *c* fällen, so ist der andere Theil auch abgetheilet, welcher ist *b c i g b*. Ferner auch den dritten Theil abzutheilen, so soll dieselbe seyn 245. Ruthen, hierzu bleiben übrig am Triangul *c d g* 196. Ruthen, nehmlich das Stück *c i d*, darum ist noch, zu Erfüllung dieses Theils, von dem Triangul *d g e* abzuschneiden 76. Ruthen, die suche man also: die Linea *d g* ist lang 39. Ruthen, so spricht man 156. Ruthen der gantze Inhalt des Trianguls *d e g* giebt 30. Ruthen

then *dg*, 76. Ruthen? Antwort 19. Ruthen, so viel misset man von *d* nach *g* biß in *k*, und führt dahin aus *c* eine Scheid-Lineam, so hat man das dritte Theil *iedki* auch abgetheilt, der übrige vierdte Theil darff nicht absonderlich gesucht werden, denn derselbe ist der Rest *cfgike*.

Wobey sich ferner aufzuhalten vor unnöthig erachtet worden, weil ohne diß schon im vierdten Theil von Theilungen gehandelt worden.

) o (

Anhang
Dieses fünfften Theils.
DECIMAL-Rechnung.

WEil im vorgehenden fünfften Theile bey etlichen Fürgaben die Ausrechnung nach der Decimal-Rechnung geschehen, auch bey folgenden 6. Theile dieselbe wieder gebraucht wird, als ist vor nöthig erachtet worden, dieselbe kürtzlich allhier mit einzuverleiben.

NUMERATIO.

Numeriren lehrt die gebrochenen Zahlen, so in gemeinen Rechnungen übrig verbleiben, oder sonst nicht ein Gantzes thun, zu zehen, hundert, oder tausend Theilen machen, und dieselben schreiben und aussprechen, als $\frac{3}{4}$. thut zu zehen Theilen $\frac{30}{40}$., zu hundert Theilen $\frac{300}{400}$. und zu tausend Theilen $\frac{3000}{4000}$.

Dabey zu mercken, daß alle dergleichen Theile, so vermittelst der beygefügten Nullen zu zehen, hundert, oder tausend Theilen gemacht, eigentlich in rechte Zehentheil müs-

müssen verwandelt werden, auf diese masse: Man dividirt das obige, als den Zähler des Bruchs, und das unterste, als den Nenner mit seinen zugesetzten Nullen, durch des Bruchs Nenner, daraus sie gemacht seyn, als im vorgehenden Exempel: $\frac{300}{400}$. Diese oben und unten mit 4. dividirt, kommt $\frac{75}{100}$.

Item $\frac{3}{8}$. zu zehen Theil gemacht, zuförderst dem Zähler und Nenner ieden gleich viel Nullen beygesetzt, also $\frac{3000}{8000}$. hierauf oben und unten mit 8. dividirt, kommt

$$\frac{\overset{\prime}{3}\,\overset{\prime\prime}{7}\,\overset{\prime\prime\prime}{5}}{1000}.$$

Die erste Ziffer, so oben kommt, wird mit einem Srichlein bemerckt, und bedeutet zehen Theil, die andere wird mit zweyen bemerckt, und bedeutet hundert Theile, die dritte mit dreyen, bedeutet tausend Theile, käme es noch weiter, so wären es zehen tausend Theile, allezeit um zehnmahl mehr. Man nennet es auch erste, andere, dritte und vierdte scrupula.

Item

Item $\frac{5}{6}$. zu zehen Theilen gemacht, bringt $\frac{8333\;3}{10000}$ und geht nicht gar auf, man setze gleich darzu so viel Nullen als man wolle. Es ist aber in gemein genung, wenn man nur bey drey Nullen bleibt.

Also ist nun an vorgehenden Exemplis gewiesen, wie man gemeine Brüche zu zehen, hundert, tausend, und mehrern Theilen machen solle.

Dabey um bessern Verstands Willen dieses zu mercken, daß in Geometria practica am bequemsten gebrauchet wird eine Meß-Ruthe, die wird erstlich abgetheilt in zehen gleiche Theil oder Fuß, ieden Fuß wieder in zehen Theil oder Daumen, und ieder Daum wieder in zehen Theil und so fortan, solchem nach ist bey obigem zweyten Exempel $\frac{3}{8}$. Ruthen erstlich $\frac{3}{10}$. eine Ruthen oder drey Fuß, $\frac{7}{100}$. ist 7. Daumen, und $\frac{5}{1000}$. ist 5. zehen Theil eines Daumens. Man muß aber wohl in acht nehmen, daß man eine obstehende

Ziffer

Ziffer, so über das letzte oder mittelste Null soll gesetzt werden, nicht über das erste setze, und also vor Daumen, Fuß, oder vor Fuß, Daumen schreibt.

ADDITIO.

Man soll addiren 645. $\frac{879}{1000}$. 830. $\frac{058}{10000}$. 6789. $\frac{405}{1000}$. 839. $\frac{7}{10}$. 908. $\frac{87}{100}$. 5936. $\frac{3456}{10000}$. und 6803. $\frac{5}{1000}$. Ruthen, wie viel thun solche in Suma? Antwort 22753. Ruthen, 2. Fuß, 5. Daumen, und $\frac{8}{10}$. Theil eines Daumens, die letzte läßt man nur fahren, wird also aufgesetzt und addirt:

645. R.	8790
830 = =	58
6789 = =	405 =
839 = =	7 = = =
908 = =	87 = =
5936 = =	3456
6803 = =	5
Suma 22753	$\frac{2581}{10000}$. Ruthen.

Hier werden die Theile erst ordentlich un-

unter einander gesetzt, hernach addirt, und durch 10000. (weil sich die Nullen in diesem Exemplo so weit erstrecken) dividirt, kommen 3. gantze, so zu dem gantzen addirt werden, und bey stehenden Rest.

SUBTRACTIO.

Es sollen 326. $\frac{205}{1000}$. Ruthen von 468. $\frac{458}{1000}$. Ruthen abgezogen werden, wie viel bleibt? Antwort 142. $\frac{253}{1000}$. Ruthen.

Stehet also:

468.	458.
326.	205.
Rest 142.	$\frac{253}{1000}$. Ruthen.

Item 463. $\frac{7}{10}$. von 632. $\frac{3}{100}$. Rest 168. Ruthen 3. Fuß 3. Daumen.

632.	30.
463.	70.
Rest 168.	$\frac{33}{100}$. Ruthen.

Item 5068. $\frac{3406}{10000}$. von 8432. Rest 3363. $\frac{6594}{10000}$. Ruthen.

8432.	
5068.	3406.
Rest 3363.	$\frac{6594}{10000}$.

MUL-

MVLTIPLICATIO.

Man multiplicire oder vermehre 64 $\frac{58}{100}$. Ruthen mit 48 $\frac{468}{1000}$. Ruthen, so kommt 3130. $\frac{06344}{100000}$.

Diß setzt man also auf, man wirfft die Nenner beyseits, und nimmt die Zähler zu den gantzen Zahlen, als wenn es eine Zahl wäre, und multiplicirt hernach solche Zahlen in einander, und die Nenner auch besondern in einander, und setzt solche unter einander, so ist die multiplication verrichtet.

Dero gestalt:

```
   48468.      1000
    6458.       100
---------------------
  387744.    100000
 242340
193872
290808
---------------------
3130. 06344/100000.
```

Item 345. mit $\frac{89}{100}$. kommt 307. $\frac{05}{100}$.

```
345.
 89
------
```

$$\begin{array}{r} 3105 \\ 2760 \\ \hline 307\,\frac{05}{100}. \end{array}$$

Item 457 $\frac{08}{100}$ mit 567. Kommt 25907. $\frac{66}{100}$.

DIVISIO.

Es soll 240906. $\frac{168}{1000}$. durch 456. dividirt werden, wie viel wird zum quotient kommen? Antwort: 528. $\frac{303}{1000}$.

Item 1856563. $\frac{68}{100}$. durch 48. $\frac{53}{100}$, kommt 38256.

Man theilt die gantze mit dem Zähler zusamen genommene Zahl durch den divisorem was komt, darunter setzt man wiederum den Neñer, so ist die division verrichtet.

```
                                              22
      3                                       43
     4111                                  12753
     25331                                86861
   1578831                               400412
 240906168     528 303/1000              611727
  456666666                            185656368
    455555                               485333333
     4444                                  485558
                                             4888
      f. 38256.                                44
```

Hat man aber gemeine Zahlen zu dividiren vor sich, da keine zehentheilige Brüche darbey stehen, sondern in der division sonst etwas übrig bleibt, so thut man also: Als ich soll theilen 95. durch 24. diß geht nicht auf, darum setz ich etliche Nullen an die Zahl, so ich theilen soll, und dividire in solchen Nullen so lang ich will, was bey der ersten kommt, sind zehen Theil, bey der andern, hundert Theil, und so fortan, wie schon beym Numeriren gewiesen, und an diesem Exempel zu sehen:

```
  1
 252
 33448
 95000 (3. 658/1000.
 24444
  222
```

Wenn ich schon etliche Nullen gebraucht gehabt, und die division will doch nicht gar aufgehen, so laß ichs bey drey oder vieren verbleiben, und den Uberrest fahren.

EXTRACTIO RADICIS QVADRATÆ.

Wie die Quadrat-Wurtzel aus gantzen Zahlen zu extrahiren, hab ich schon in meinem Compendio Arithmetico angezeigt mit dieser Regul:

Zur rechten Hand muß man punctiren, zur Lincken aber extrahiren, der radix wird hier stets duplirt, durchs duplum vollends dividirt. Welche Regul den Verstand hat: Als ich soll die Quadrat-Wurtzel extrahiren aus 459684. so thu ich ihm nach gemeldter Regul also: Erstlich fang ich von der rechten Hand an zu punctiren gegen die Lincke, und setze allemahl auf die dritte Zahl einen Punct, kommen 3. Puncta; Zur Lincken fang ich biß an den ersten Punct an zu extrahiren also: Ich überschlage bey mir was ich vor Quadrat-Wurtzel in 45. finde, solche ist 6. denn 6. mahl 6. thut 36. höher kan ich sie nicht haben, 7. mahl 7. wäre zu hoch und 5. mahl 5. zu niedrig. Nun diese erste Zahl der Wurtzel setz ich auf die Sei-

Seite und ziehe 36. die Quadrat-Zahl von 45. abe, das bleibende setz ich drüber, kommt wie hier zu sehen:

```
  9
  .   .   .
  45968 4(6
  36
```

Nun duplir ich die Wurtzel 6. thut 12. solche setze ich unten um eine Zahl fort, und dividire damit das obstehende, so kommt 7., diese 7. muß ich auch neben 12. den divisorem unten setzen, und muß darauf 127. mit 7. multipliciren, hernach das kommende von obiger Zahl subtrahiren, so steht es also:

```
   1
   907
 459684(67
 3627
 1::
 889
```

Weiter duplir ich auch 67. kommt 134. solche nehmlich wieder zum Theiler, rucke

 unten

unten ferner um eine Zahl fort, biß unten 8. und dividire das obstehende, kommt 8., die auch unten neben 4. gesetzt, und hierauf 1348. mit solcher 8. multiplicirt, das kommende drunter gesetzt, von obstehenden abgezogen, so ist die extraction verrichtet, und stehet endlich also:

```
   1
   907
 459684 (678
 361111
  12711
  88911
   1348
  10784
```

Und diß wäre also nach gemeiner Art in gantzen Zahlen, wo nichts übrig bleibt.

Nach der Decimal-Rechnung bey überbliebenen Zahlen.

WEnn aber im extrahiren bey einer Zahl etwas übrig bleibt, und ich will zehen Theile daraus haben, so thu ich anders nichts, als daß ich Nullen daran se-

tze,

tze wie im Dividiren, so weit wie in diesem Exempel:

Als ich soll die Quadrat-Wurtzel aus 234567. extrahiren, so sehe ich im operiren, daß die extraction nicht aufgeht, derowegen setz ich Nullen an die Zahl, so viel mir beliebt, darunter bringen allewege 2. Nullen einen neuen Punct, und wird die extraction eben auch also verrichtet, und in der Ordnung ferner fortgefahren, wie zuvor, und wie an diesem aufgesetzten Exempel vor Augen gestellet:

31082
7 1115139
2345670000 (484. $\frac{31}{100}$.
16////////
88//////
704//////
964////
3856////
9683 //
29049 //
96861

Bey diesem Exempel könten der Nullen mehr

mehr genommen, und die Extraction, wenn es nöthig, weiter geführt werden.

EXTRACTIO RADICIS CVBICÆ.

VOn Auszziehung der Cubic-Wurtzel ist in meinem Compendio Arithmetico gleicher gestalt Anzeigung geschehen, und davon diese kurtze Regul, das vornehmste darbey zu behalten, gegeben worden:

Hier wird die vierdte Zahl punctirt,
Und darauf Cubisch extrahirt.
Die Zahl, so erst zur Wurtzel kommen,
Und ihr Quadrat triplirt genommen,
Zeigt ferner meinen Theiler an,
Mit dem mehr Arbeit wird gethan.

Solches besser zu verstehen, wollen wir in diesem Exempel fürstellen:

Man soll die Cubic-Wurtzel extrahiren aus 31166575 2. Wenn solches geschehn, steht das Exempel also:

~~10~~
~~95902~~
~~311665752~~ (678
~~216~~ ////// Directio.

Cub. 7 . 108 //////	3. C. 6.	18.
Zl. 49 . . 18 //////	3. Zl. 36.	108.
Cub. . . . . 7 ///		
///	3. Zl. 67.	201
756 ///	3. Zl. 4489	13467
882 ///		
343 ///		

///
~~84763~~ ///
Cub. 8 . . 13467 //
Zl. 64 . . . . . . 201 /
Cub. 8

107736 //
12864 /
512

~~10902752~~

Der Regul nach wird allhier erst das Punctiren vorgenommen, und von der rech-

rechten gegen der lincken Hand allezeit die vierdte Ziffer mit Pünctlein bemerckt, darauf bey der lincken Hand die extraction Cubisch, das ist derogestalt verrichtet: dieweil die Cubische Wurtzel erst biß an den erstern Punct aus 311. soll gezogen werden, so sucht man eine eintzelne Zahl, welche cubice multiplicirt die 311. am nechsten erreicht, diese ist allhier 6. denn 6. mahl 6. thut 36. zu 6. mahlen bringet den cubum 216. Eine andere Zahl thut es allhier nicht, denn 7. ist zu hoch, 5. zu niedrig, nun diese eintzelne Zahl 6. hinaus gesetzt, und 216. von 311. abgezogen, so ist die erste Arbeit hiebey gethan.

Vors andere, so muß ich nun zu der andern Zahl vor allen Dingen einen Cubischen divisorem suchen. Also: die erst gefundene Zahl der Wurtzel 6. triplir ich, der Regul nach, wie die direction weiset, kommt 18. Jngleichen quadrir ich solche, kommt 36. diese mit 3. multipliciret, 108. solche ist mein Cubischer divisor,

den

den setz ich um eine Zahl weiter fort, wie im obigen Exempel zu sehen, und dividire damit das obstehende, in welchem ich den Theiler 7. mahl habe, diese 7. mit 108. multiplicirt, und das kommende unten hingesetzt, diese 7. auch quadrirt, und mit der, in directione triplirten Zahl 18. (so dieser gegen über muß gestellet werden) multiplicirt, und das kommende in Ordnung unter voriges gesetzt, und endlich auch gedachte 7. mit ihren Quadrat 49. multiplicirt, und wiederum besondern unter vorige beyde Zahlen iedesmahl um eine Stelle weiter hinauf geruckt, hierauf alle drey solche Zahlen addirt, und die Summa von obiger Zahl gezogen, so ist die Cubische division bey dieser andern Zahl verrichtet.

Eben diesen Proceß halte man auch bey der dritten, also daß man bey der direction 67. aufsetzt, selbe triplirt, und weiter dabey procedirt, wie bey der andern

dern gemeldet. Also wird die Cubische Wurtzel aus dieser Zahl gezogen, und 678. seyn.

Nach der Decimal-Rechnung der überbliebenen Zahlen.

Hiervon ist nun nicht nöthig weitläufftig zu schreiben, weil die extraction eben auf vorgehende Art geschiehet, und nur dabey dieser Unterscheid ist, daß man, wenn bey der extraction eine Zahl nicht gerade aufgehet, hinten Nullen daran setzt, wie bey Ausziehung der Quadrat-Wurtzel gewiesen, auch daß allhier allezeit 3. Nullen gesetzt werden, wo deren dort nur 2. genommen, als wenn ich die Mühe nehmen, und aus 573462891643. die Cubic-Wurtzel ziehen will, so wird zur Wurtzel kommen

$9099\frac{5648}{10000}$.

Der

Der Sechste und letzte Theil

Des ersten Buchs.

ALTIMETRIA & TRIGONOMETRIA.

Oder:

Messung der Höhen, Tieffen, Weiten, Breiten, Felder, Wälder, Teiche, Wiesen, Gärten, Weinberge, Städte und Länder.

Durch Geometrische Instrumenta und hernach per tabulas sinuum, auch ohne dieselben auszurechnen,

Samt vorgehenden Bericht von Geometrischen Instrumentis, von den Tabulis sinuum und darauf folgender

Triangul-Rechnung.

Vor-

Vorbericht
Von Geometrischen Instrumenten.

DEr erste Erfinder Mathematischer Instrumenten soll gewesen seyn Hipparchus, ein berühmter Astrologus zu Nicäa, welcher wider den Platonem (der Anno mundi 3525. zur Welt gebohren) geschrieben, wie darüber kan gesehen werden Plinius lib. 2. c. 11. & 26. Strabo lib. 12. p. 184.

Von diesem hat seinen Anfang das allerfürtrefflichste Geometrische und Astronomische Instrument Astrolabium, welches der berühmte Astronomus Ptolomeus (so um das Jahr Christi 130. Astronomiam zu Alexandria gelehrt,) also verbessert, daß man ihm auch darum dessen Erfindung zuschreiben wollen, und es des Ptolomei Instrumentum genennet.

Von dessen Fabrica und Gebrauch haben nach der Zeit ausführlicher geschrieben Joh. Stöflerinus, Andreas Schonerus, Casparus Vopelius, Petrus Appianus,

Gem-

Gemma Frisius, Christophorus Clavius, Daniel Barbarus, Franciscus Ritter, Joh. Krabbe, und andere mehr.

An dem Astrolabio ist die hinter Seite (dersum Astrolabii genannt) unter andern in 360. Grad getheilet, und darauf ein Weiser mit pinnicidiis, diese kan mit Bequemlichkeit in Tabulis Sinuum gebraucht werden, wie hernach Meldung geschehen soll. Aus dem in 360. Grad abgetheilten Circul entspringt der Quadrant, welcher ist der vierdte Theil des Circuls zu 90. Grad.

Nebenst dem Quadranten ist ein ander Geometrisches Instrument, Quadratum Geometricum genannt, das ist ein gleichseitiges viereckigtes Bret oder Rahmen, davon zwey Seiten, iede in 100. oder mehr gleiche Theil vertheilet, in diesen viereckigten Rahmen oder Quadrat wird gemeiniglich auch der Quadrant eingeschrieben.

Dieses Instruments gebrauchen sich son-

sonderlich die bewährten Niederländischen Feldmesser, Johann Sems, und Pieters Dou, in ihrer Practica des Landmessens.

Hernach wird wieder ein Instrument aus dem Circul bereitet, so man einen Sextantem nennet, weil es das sechste Theil des Circuls und also 60. Grad ist.

Darauf folget auch aus dem Circul der Octant, oder achte Theil desselben auf 45. Grad.

Nechst diesen hat man einen Stab, oder Instrument, so Radius Astronomicus genannt wird, dessen Structur und Gebrauch unter andern von Gemma Frisio beschrieben.

Mit diesem kommet überein der Niederländer und Seefahrenden Gradbogen, so wie ein Creutz gemacht, und in Gradus ausgetheilet ist.

Jobst Burg hat beschrieben ein bequemes Triangular-Instrument, worüber Benjamin Bramer einen Bericht gemacht, fast dergleichen hat auch beschrieben Leonhard Zubler.

M. Da-

M. Daniel Schwendter sein Prætorisches Tischlein.

Caspar Uttenhöfer circinum geometricum.

Georg Galgenmayer einen Proportional-Circul.

Georg Brendel ein Schreg-Maaß oder proportional-Circul, Goldmann in Holland dergleichen.

Andere haben andere nützliche Instrumenta mathematica beschrieben, bey deren weitläufftiger Anführung wir uns allhier nicht aufhalten, sondern nur dieses gedencken wollen, daß, wer seine fundamenta mathematica gelegt, Arithmeticam und Geometriam fleißig geübet, und darinnen wohl erfahren, derselbe nach solchen fundamentis aus den proportionibus numerorum & linearum und aus dem Circul und Triangul ihme leicht ein Instrument selbst inventiren könne.

Und nachdem ich mir allhier mit GOttes Hülffe vorgenommen Trigonome-

 triam

triam zu lehren, aber unmüglich ist, solche nach allen Instrumentis anzuweisen, will ich mir darzu nur eins erwählen, welches insonderheit bey den Niederländern in Geometria Practica bey den Feldmessern und Ingenieurn dieser Zeit am gebräuchlichsten, in Ansehung, daß es beydes zur Feldmeß- und Ingenieur-Kunst bequem, welche Künste bey ihnen am meisten getrieben werden, dahero es von ihnen auch wohl den Nahmen führen möchte, daß es das Niederländische Scheiben-Instrument genennet würde, wir wollen es aber allhier nennen das Geometrische Scheiben-Instrument, und dasselbe nachfolgends so deutlich beschreiben, als wenn es vor Augen gerissen wäre, also, daß nach solcher Beschreibung ein ieder dasselbe nach Beliebung bey einem Mechanico und Instrument-Macher (wie wir absonderlich einen allhier in Dreßden haben, so neulichst von Sr. Churf. Durchl. gnädigst in Bestallung genommen) oder bey einem Uhrmacher, Circul-Schmiede, oder wer

in

in dergleichen Dingen und in Metall künstlich zu arbeiten weiß, angeben, und sich verfertigen lassen kan.

Beschreibung des Geometrischen Scheiben-Instruments.

Dieses Instrument, so vornehmlich in diesem 6ten Theil gebraucht wird, ist nichts anders, als ein Theil des verermeldten fürtrefflichen Instruments Astrolabii, und wird also gerichtet:

Man nimmt eine küpfferne oder messinge runde Scheibe, und theilt solche mit Linien, so auf dem centro oder Mittel-Punct derselben lauffen um und um in 360. Theile, welche gradus genennet werden, und ieden Grad wiederum in vier Theile, oder, wo die Scheibe groß genug darzu, ieden Grad wieder in 60. Theil, welche Theile Minuten genennet werden, hernach unterscheidet man das gantze Instrument 360. Grad wieder in 4. Haupt-Theile durch 2. Linien, so über einander durchs centrum gezogen, und allda einander rechtwincklicht durchschnei-

den, und an vier Enden zu äuserst der Scheibe reichen, also daß dadurch ieder Theil 90. Grad oder einen Quadranten gebe.

Zu äuserst dieser vier Quadranten werden pinnicidia oder Visirlein rechtwincklicht aufgerichtet, und derselben Ritzlein oder Spalten und Löcherlein, dadurch man sehen soll, gegen einander über dermassen gesetzt, daß sie auf den Linien durchs centrum hinstreichen, und im geringsten nicht davon ab- oder seitwarts gerücket werden.

Hierauf macht man auch eine Regul oder Weiser mitten aufs centrum des Instruments, und befestigt solche darauf also, daß sie sich drehen und wenden lässet, mitten auf dieser Regul zeicht man gleicher Gestalt übers centrum der Scheibe eine Lineam, von einem Ende zum andern, und stellt gleicher gestalt nah an iedes Ende solcher Regul ein Visirlein, also daß die Absehen und Ritzlein auch gleich

gleich auf die Lineam nach dem centro gegen einander über gerichtet, rechtwincklicht zu stehen kommen.

Es muß aber solche Regul ein wenig kürtzer seyn, als das Instrument breit ist, damit solche im Umdrehen nicht an die vier auf dem Instrumento zu äuserst am Rande befestigten pinnicidia anstosse, sondern inwendig genau an denselben hinstreichen, und herum gehen könne.

Oben auf dieses Instrument und Regul pflegen etliche auch einen compas zu befestigen, damit sie nach demselben an der Magnet-Nadel im Felde sehen können, welche Seite nach der Sonnen Auf- oder Niedergang, Mittag oder Mitternacht gelegen.

Will man keinen compas darauf befestigen, kan man sonst einen bey sich führen, und im Messen auf das Instrument setzen.

Unten wird mitten unter solche Scheibe oder Instrument eine Hülse angemacht, damit solch Instrument bey derselben

selben auf einen Stab oder stativam angesteckt, und etwa mit einem Schräublein befestiget werden könne.

Also ist das Instrument verfertiget.

Mit welchem man hernach Höhen, Tieffen, Weiten, Breiten, Felder, Wälder und andere Dinge künstlich absehen und messen kan, wie hernach bey denen Fürgaben wird gelehret werden.

Bey solchem Instrument muß man auch haben ein Stücke Bley an einen Faden gemacht, oder sonst ein perpendiculum, daß man das Instrument nach denselben gerade richten könne.

Nebenst diesem, als dem Haupt-Instrument, muß man im Felde noch nachfolgende Instrumenta dabey haben, nehmlich:

Eine Meß-Ruthe, oder Meß-Kette,

Von welcher ich schon im Eingange des fünfften Theils Bericht gethan. Item:

Ein Fuß-Maaß,

Dasselbe ist auch schon im Eingange des ermeldeten fünfften Theils beschrieben.

Und

Und Einen Winckelhacken,

Dieser ist beydes im Felde und auf dem Pappier zu gebrauchen dienlich, und kan man im Felde mit demselben auf einer abgemessenen Seite die perpendicular- oder Scheidrechte Lineam suchen und absehen, derogestalt: Man fasset einen Punct oder Ecke, so gegen der ausgemessenen Linea oder Seiten überstehet, und dahin man die perpendicular-Lineam führen will, ins Gesicht, hält den Winckelhacken auf der Ecken an das rechte Auge, und gehet so lange auf der abgemessenen Seiten hin und wieder, biß eine Seite des Winckelhackens mit der abgemessenen Linea oder Seiten des Feldes gleich laufft, und mit der andern Seiten in einer geraden Linea auf den Punct weiset.

Wiewohl man zu Suchung der perpendicular-Linea auch mit besserer Gewißheit das Scheiben-Instrument gebrauchen, und ermeldete Lineam dadurch absehen kan.

Und so viel mit wenigen von den nothwendigen Instrumentis im Felde.

Hierüber folgen mit wenigen Instrumenta auf dem Pappier zu gebrauchen.

WEnn ein Feld oder Höhe, Tieffe, Weite oder Breite gemessen, und dessen Linien und Winckel im Felde nur ohngefehr mit Bemerckung der Linien und Winckel mit Reiß-Bley aufs Pappier, oder in eine Schreibe-Tafel gezeichnet, so trägt man solches hernach in seiner richtigen Maaß auf einen reinen Bogen Pappier durch nachfolgende Instrumenta:

Maaß-Stab.

Erstlich hat man einen Maaß-Stab vor sich auf Kupffer, Meßing, Holtz oder Pappier gemacht, ohngefehr eines Fusses, oder halben Ellen lang, und denselben etwan in 10. oder mehr gleiche Theil. (welche Ruthen bedeuten) abgetheilt.

Dieser Theile einer wird denn wieder in 10. Theil (so Schuch bedeuten) abgetheilt,

theilt, und ein Schuch wieder in 10. Theil, so ist der Maaß-Stab zugerichtet, nach diesem kan man durch Lineal, Circul und Transportantem auftragen, was man im Felde abgemessen, das nennet man nach dem verjůngtem Maaß-Stabe etwas auftragen.

Circul, Lineal und Winckelhacken.

Wenn man sich nun einen Maaß-Stab bereitet, so siehet man, wie lang eine Linea sich im Felde befunden, wie viel Ruthen, Fuß und Daumen sie sey, diese nimmt man mit einem Circul auf den gemachten Maaß-Stabe ab, trågt solche auf ein Papier, und zeicht dieselbe an einem Lineal mit Feder und Dinten aus, so ist der Anfang zum Auftragen gemacht.

Wenn man auf solche Lineam einen rechten Winckel stellen solte, das ist eine perpendicular-Lineam ziehen, so wåre darzu der Winckelhacken mit besondern Vortheil zu gebrauchen.

Es wird aber insgemein so wohl zu

rechten als andern Winckeln, und zur Auftragung der andern Linien eines vieleckigten Feldes gebraucht der Transportant, ohn welchem man ein mit dem Scheiben-Instrument gemessenes Feld nicht wohl in eine demselben ähnliche und gleichförmige Figur aufs Pappier bringen kan, darum wollen wir von diesem nützlichen Instrumentlein dem Transportanten hernach absonderlichen Bericht thun.

Was aber den Circul anbetrifft, so soll man deren zum wenigsten zweyerley haben, einen mit zweyen scharffen Spitzen oder Füssen zum abtheilen, und einen, an welchem der eine Fuß ein Ritzlein habe, damit einen Dinten-Riß sonderlich in Circulen und Circul-Stücken damit zu ziehen.

Transportant.

Belangende nun den Transportanten, so ist derselbe ein dergleichen bequemes und nützliches Instrumentlein, daß man dadurch ein iedes durch das Scheiben-

ben-Instrument gemessenes Feld auch auf dem Pappier in eine dergleichen dem Felde in allen Winckeln und Seiten ähnliche Eck-Figur bringen kan.

Es ist aber diß Instrument nichts anders, als ein halber Circul auf Kupffer, Meßing, oder Horn gemacht, und in 180. Grad abgetheilet, daran unten eine Linea, als der Diameter Circuli, und mitten an derselben dessen centrum. Wenn ich nun in Auftragung der Figuren nur die erste Lineam vorgerissen, so fange ich an dem einem Ende derselben an die andere nechstfolgende Lineam auch ihrem im Felde befundenen Winckel und Graden nach aufzutragen und anzufügen, also ich sehe, wie viel das Scheiben-Instrument im Felde Grad dessen Winckels gehabt, dieser bediene ich mich allhier auch am Transportanten, und lege das centrum des Transportanten auf das Ende der vorgerissenen Linie, doch daß der Diameter mit der Linien gleich liege, hierauf zehle ich oben am halben Circul-

Bogen die Grad des am Scheiben-Instrument im Felde gefundenen Winckels am Transportantenstab, mache bey solchem aufs Pappier ein Gemerck, durch solches ziehe ich hernach die Länge der im Felde gemessenen zweyten Linea, dieselbe mit dem Circul vom Maaß-Stabe abtragend, hernach lege ich den Transportanten ans Ende der zweyten Linie, und nehme auch die Grad desselben Winckels, und so fortan, so kan man eine Figur aufm Pappier richtig in ihre Form bringen, wie sie im Felde gelegen.

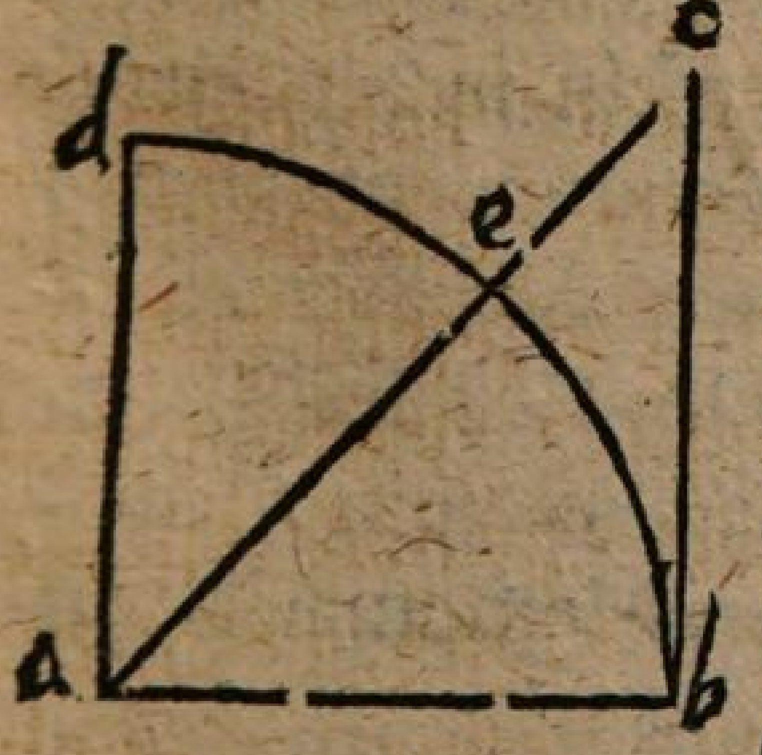
Hierbey wollen wir es vor dißmahl wegen der Instrumenten bewenden lassen, weil allhier mein Vorhaben nicht ist von allen Geometrischen Instrumentis zu schreiben, und wollen nur noch mit wenigen einen Bericht voransetzen von den Tabulis sinuum, auch hernach gründlichen Bericht mit anfügen von denen logarithmis.

Vorbericht von den Tabulis Sinuum.

Drey-

DReyerley ist vornehmlich bey den tabulis sinuum in acht zu nehmen, so auf gemeinen Brauch gezogen wird, nehmlich 1. Sinus. 2. Tangens. und 3. Secans, diese drey Stück wollen wir an nachfolgender Figur und Quadranten des Circuls vorstellen, welche Figur weitläufftiger gemacht und beschrieben werden können, wenn nicht mit Fleiß um der Anfahenden willen dergleichen unnöthige Weitläufftigkeit unterlassen worden.

Allhier ist Sinus der halbe diameter circuli *a b*, oder *a d*, und wird sonst sinus totus genannt, begreifft den Quadranten *d b*, als den vierdten Theil des Circuls von 90. Grad.



Tangens wird genannt die Linea *b c*, weil sie den Quadranten berührt. Secans wird genannt die Linea *a c*, weil sie den Quadranten durchschneidet.

Hierauf sind von den Mathematicis mit grosser Mühe die proportional-Tafeln, so man Tabulas sinuum, Tangentium und Secantium nennet, per extractionem radicis quadratæ gemacht, in Zahlen, so sich über vielmahl hundert tausend erstrecken, gesucht worden, vornehmlich, daß man wegen unbegreifflicher Höhe des Firmaments und der Gestirne in Astronomischen Messungen und Rechnungen desto weniger fehlen möchte.

Und ist sonderlich die calculation und construction dieser Tafeln in dem grossen Werck (Opus palatinum genannt) der beyden berühmten Mathematicorum, als Georg Joachim Rhetici, Chur-Sächsischen, und L. Valentin Othonis, Chur-Pfältzischen Mathematici, zu sehen.

Wiewohl auch derselben Zubereitung in einem kleinen teutschen Tractätlein, so aus des berühmten Niederländischen Mathematici, Simonis Stevini, scriptis ge-

gezogen, zu sehen, ohne was sonst vor Autores davon geschrieben.

Wer Lust hat solche Tafeln nach zu calculiren, kan sich bey dergleichen Autoribus darnach umsehen. Ich halte aber, es wäre, als wenn einer Iliadem post Homerum schreiben wolte, indem in den Buchläden schon ausgerechnete Tabulæ Sinuum genug zu bekommen. Ich habe mich vordessen auch an die Arbeit gemacht, aber nur die Zeit damit verspielt, es ist genung, wenn man den Gebrauch derselben versteht.

Gebrauch der Tabularum Sinuum.

DEr Gebrauch derselben ist also: Sie sind erstlich (weil der Quadrant, das ist der vierdte Theil des Circuls, in 90. Grad, und ieder Grad in 60. Minuten getheilt ist) von einer Minuten biß zu 60. Minuten, und hernach von einen Grad biß zu 90. Grad gerechnet.

Wenn ich nun einen Quadranten, oder

der das runde Scheiben-Instrument neh-
me, und damit gegen einen Thurm oder Höhe trete, und den Weiser auf die Spitze desselben richte, und befinde auf wie viel Gr. und M. sich mein Instrument an dem Bogen aufthue, als ich will allhier setzen 50. Grad biß in *e*, und ich messe hernach auf der Erden biß ans Gebäude oder Thurm eine Lineam darzu, (die will ich setzen, daß sie 18. Ruthen oder 135. Ellen sey, so kan ich durch Hülffe der Tabularum Sinuum und dieser gemessenen Linie die Höhe des Thurms ausrechnen also:

Ich spreche sinus totus von 90. Gr. (welcher sich in den Tabulis Sinuum auf 10000000. befindet) giebt eine Lineam von 135. Ellen, was giebt Tangens *bc* von 50. Grad? (50. Gr. die haben in den Tabulis Sinuum zur proportional-Zahl des Tangentis 11917536.) Antwort: 160$\frac{88}{100}$. Ellen.

Man mag aber wohl an dem sinu toto ein paar Nullen abschneiden, und weniger neh-

nehmen, hingegen muß hinten mit so viel Ziffern solches an dem Tangente auch geschehen. Wenn auch das facit gesucht wird, mag man an demselben geringe Theile der Brüche fahren lassen.

Jetzt gedachtes Exempel steht aufgesetzt in der Regul detri also:

10000000. - 135. Ellen - 11917536.

facit $160\frac{88}{100}$. Ellen.

Ein mehrers von dem Gebrauch der Tabularum Sinuum wird nachfolgendes in der auf die Tabulas Sinuum gerichteten Triangul-Rechnung zu sehen seyn.

WEr nach diesen ausgerechneten Tafeln, oder Tabulis Sinuum practiciren will, kan sich einen Autorem davon zulegen, darunter bequem ist des Niederländischen Professoris Skotens Tractätlein. Item ein anders in octav. in Lateinischer auch Frantzösischer Sprache,

zu

zu Goude gedruckt, in welchen Tabulæ Sinuum & logarithmorum beysammen.

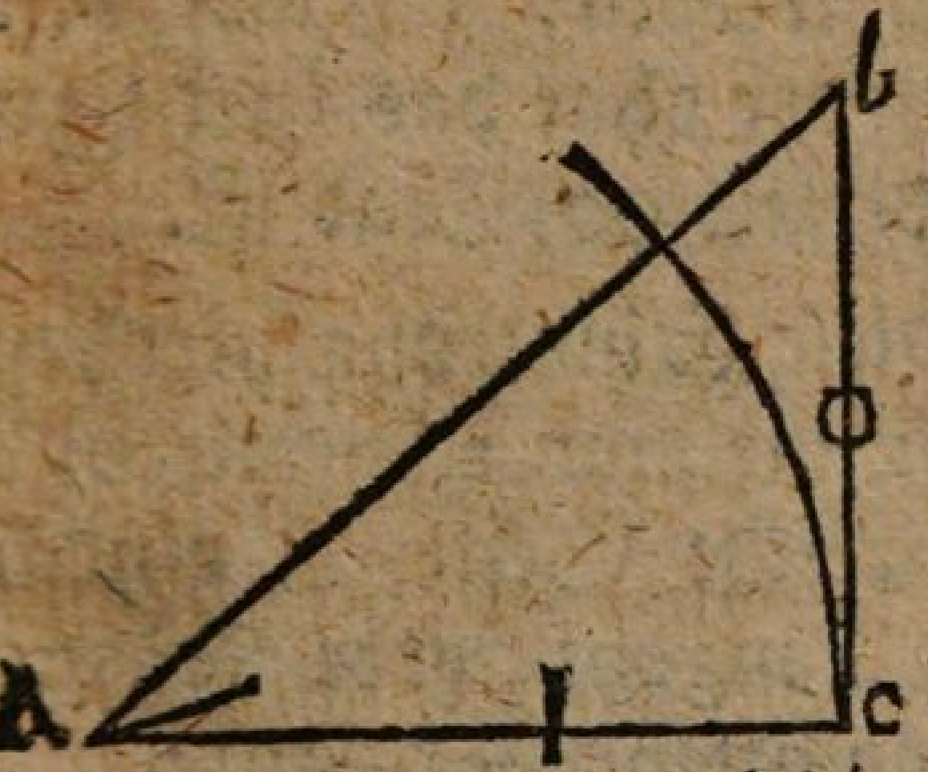
Oder so man des Vlacqs haben kan, so hat man bey demselben gleichfalls desselben Arithmeticam logarithmicam, nach welcher Art Rechnung im calculiren behender fortzukommen, von welcher sinnreichen und überaus schönen, durch ausgezogene Quadrat-Wurtzeln erfundenen Art Rechnung, (so von dem Schottländischen Freyherren Nepero erfunden, und durch ermeldeten Vlacqs Arithmeticam logarithmicam erweitert, auch etlicher massen von Johann Faulhabern beschrieben,) ich nunmehr allhier auch gründlichen Bericht geben, und nechst den Tabulis Sinuum, und nach denenselben die Triangul-Rechnung und derselben Gebrauch in der Meß-Kunst gleichfalls anzeigen will.

Folget vorher die Triangul-Rechnung per Tabulas Sinuum.

Exemplum I.

An einen rechtwincklichen Triangul *a b c* sey

sey der Winckel *bac* 35. Grad, und die Linea *ac* 30. Ruthen, wird gefragt, wie lang die Seite *bc* sey? Antwort: 21. Ruthen.



Die Linea *bc*, deren Länge ich wissen will, ist *Tangens*, hat zu ihrem gegenüber stehenden Winckel *bac* 35. Grad, und die unterste bekannte Linea *ac* hat den rechten Winckel in *c*, der allezeit 90. Grad ist, also suche ich in den *Tabulis Sinuum* den *Tangentem* zu 35. Graden auf, und befinde 7002075. der Sinus totus zu 90. Grad hat dargegen 10000000. derowegen stehet das Exempel nach der Regul detri aufgesetzt also: sinus totus 10000000. giebt *ac* 30. Ruthen, was *Tangens* 7002075? Antwort: 21. Ruthen.

Und ist zu mercken, daß in den aufgegebenen Triangulen die bekannten Linien und

und Winckel, nach welchen man sich in der resolution richten soll, gemeiniglich mit Strichlein, die unbekannten aber mit Nullen bezeichnet werden, biß auf den rechten Winckel, der ohne das leicht zu erkennen, und iederzeit 90. Grad ist.

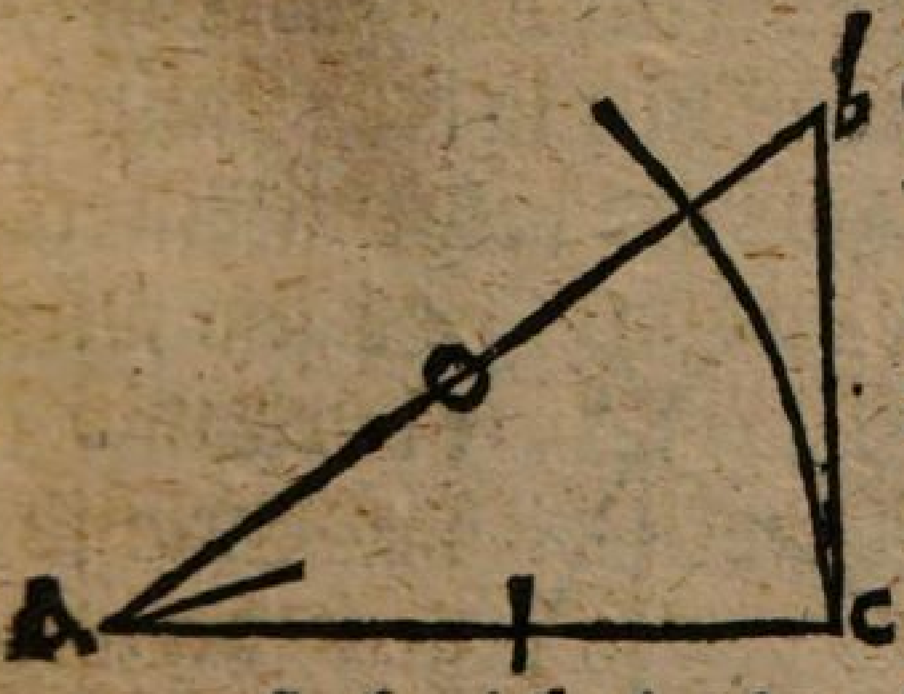
So ist auch diese Erinnerung hierbey nöthig, nehmlich wie man erkennen und erfahren solle, welche Seite an einem Triangul Sinus, Tangens, oder Secans sey, dazu dienet nachfolgende Regul:

Den Sinum, Tangentem und Secantem zu erkennen und von einander unterscheiden zu lernen, so setze man den Circul allezeit mit dem einen Fusse auf den bekannten Winckel, und auf der bekannten Linea ein, und spanne solchen biß ans Ende derselben bekannte Linea aus, und führe solche durch den Triangul herum, wie an vorgehenden Triangul geschehen, so siehet man, welche Lineam der Circul nur berühre, und welcher hingegen durchschneide, oder welche er gar umgehe,

he, unter denenselben ist alsdenn die berührte Linea Tangens, die durchschnittene secans, die umgangene sinus.

Exemplum 2.

Item an einem rechtwincklichten Triangul *a b c* ist bekannt die Linea *a c*, und ist lang 30. Ruthen, der Winckel *c a b* ist 35. Grad, und der Winckel *a c b* ist ein rechter Winckel, ist die Frage, wie lang die Linea *a b* sey? Antwort: $36\frac{6}{10}$. Ruthen.



Aus vorgehender Regul ist gewiesen, daß die Linea *a b* Secans seyn müsse, derowegen suche ich in den Tabulis Sinuum den secantem von 35. Grad, und finde 122077746. der rechte Winckel giebt si-

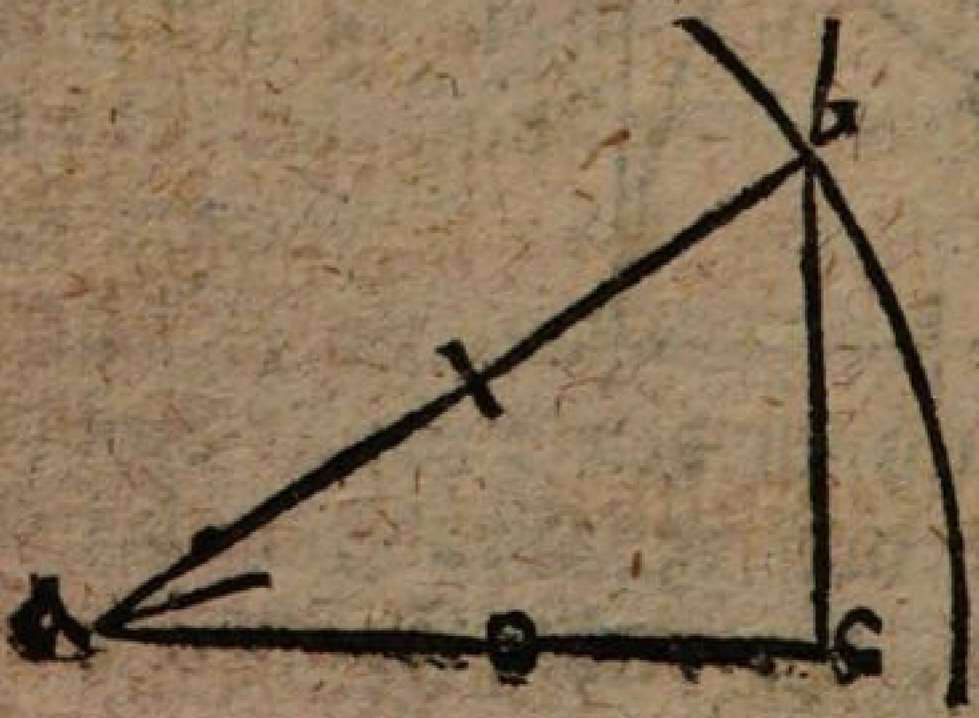
sinum totum, stelle darauf die Rechnung also an: sinus totus 10000000. giebt *ac* 30. Ruthen, was secans 12207746? Antwort: $36\frac{6}{10}$. Ruthen.

Exemplum 3.

Item an einem rechtwincklichten Triangul *a b c* ist bekannt die Seite *a b*, und ist lang $36\frac{6}{10}$. Ruthen, der Winckel *b a c* thut 35. Grad, und *a c b* ist ein rechter Winckel, wird gefragt, wie lang die Seite *a c* sey?

Antwort: $29\frac{98}{100}$. Ruthen, das ist 30. Ruthen bey nahen.

WEnn ich den Circul nach oben gegebener Regul allhier in den bekannten Winckel *a*, und auf die bekannte Lineam *a b* setze, und oben aus *b* einen Circulbogen herunter gegen der Linien *a c* führe, so befinde, daß

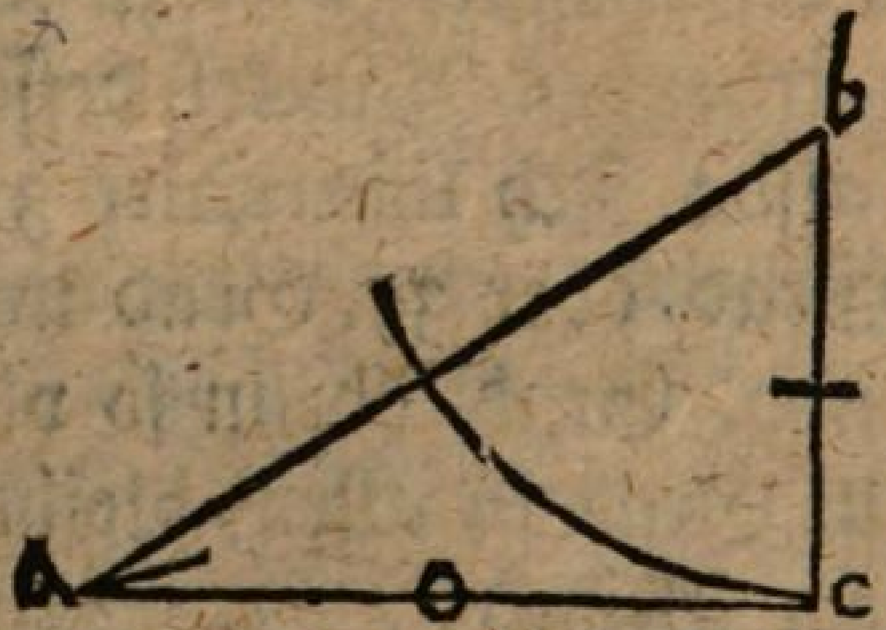


daß die unterste Linea *a c* durch solchen Circulbogen nicht berührt und auch nicht durchschnitten wird, also ist dieselbe nicht tangens, auch nicht secans, sondern sinus, dieser Sinus hat den Winckel *a b c* zu seinem gegen über stehenden Winckel, dessen Grad finde ich also: Ich subtrahire 35. Grad von 90. Grad, oder 35. Grad und 90. Grad von 180. Grad, (denn so viel hat ein Triangul Grad in allen) bleiben 55. Grad vor dem Winckel *a b c.* Nun den calculum anzustellen, so nehme ich von 90. Grad den sinum totum, suche auch in den tabulis sinuum den sinum des Winckels *a b c* auf 55. Grad, solcher ist 8191521. Diß stell ich in die Regulam detri also: sinus totus 10000000. giebt *a b* $36\frac{6}{10}$. Ruthen, was von 55. Grad sinus 8191521? Antwort: $29\frac{28}{100}$. Ruthen, oder 30. Ruthen bey nahen.

Exemplum 4.

Item ein rechtwincklichter Triangul *a b c* hält

hält im Winckel *b a c* 35. Grad, *a c b* ist ein rechter Winckel, und die Seite *b c* ist lang 21. Ruthen, wird gefragt, wie lang die Seite *a c* seyn müsse? Antwort: 30. Ruthen bey nahen.



Hier ist auch der Winckel *a b c* bekant, denn wenn ich 35. Grad von 90. Grad subtrahire, so find ich solchen alsobald, nehmlich zu 55. Grad.

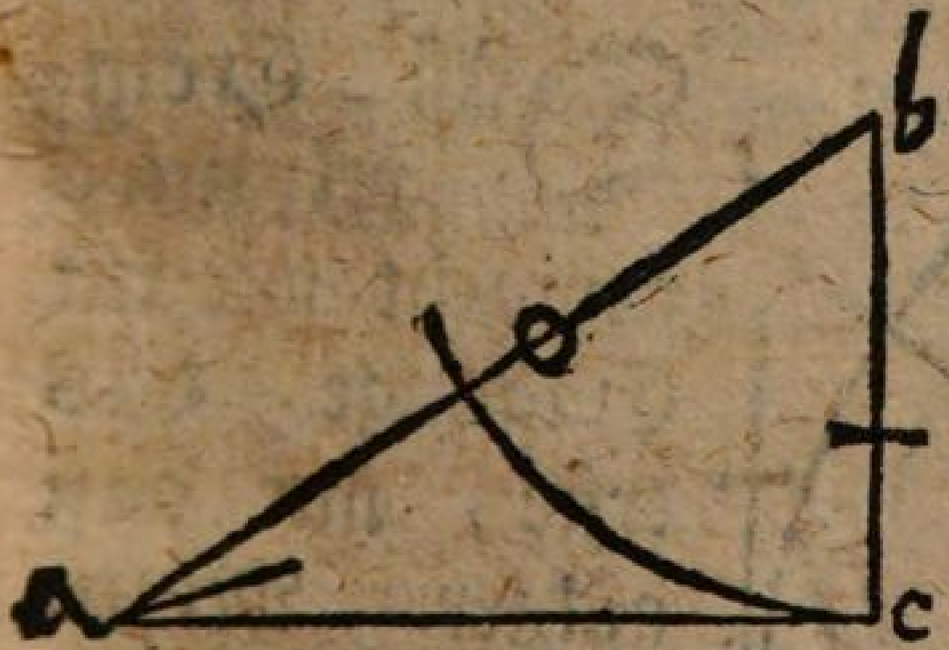
Wenn ich derohalben den Circul in diesen Winckel, und auf die bekannte Lineam *b c* setze, und solchen unten herum führe, so befinde ich, daß die Linea *a c* tangens sey.

Stelle derowegen meine Rechnung also an sinus totus 10000000. gieb *b c* 21. Ruthen, was tangens von 55. Grad 14281480. Antwort: 30. Ruthen bey nahen.

Exem-

Exemplum 5.

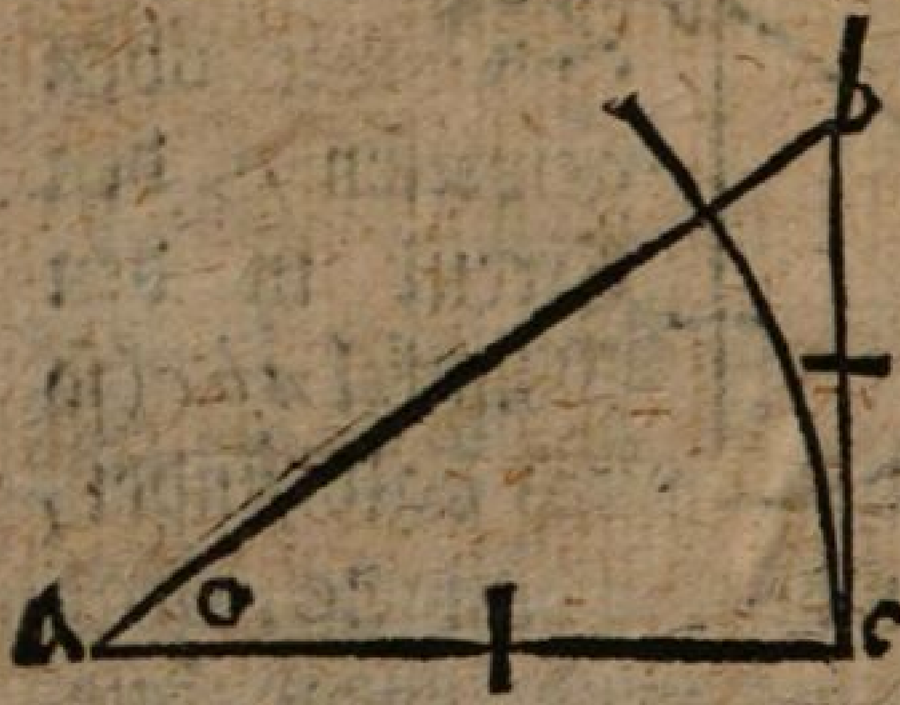
Item an einem rechtwincklichten Triangul *a b c* ist die Seite *b c* lang 21. Ruthen, der Winckel *b a c* 35. Grad, und der Winckel *b c a* ein rechter Winckel, ist die Frage, wie lang die Seite *a b* sey? Antwort: $36\frac{6}{10}$. Ruthen.



Wenn ich, wie oben gewiesen, den Circul in den Winckel *a b c* (so sich bald findet, wenn die bekannten beyden von 180. Grad abgezogen werden) welcher 55. Grad thut, auf die bekannte Lineam *b c* setze, so befinde ich, daß die Linea *a b* secans sey, derowegen stelle ich die Rechnung also an: sinus totus 10000000. giebt *b c* 21. Ruthen, was von 55. Grad secans 17434468? Antwort: $36\frac{6}{10}$. Ruthen.

Exemplum 6.

Item ein rechtwincklichter Triangul *abc* hält im Winckel *bac* 40. Grad 22. Min. *acb* ist ein rechter Winckel, und die Seite *ac* ist lang 30. Ruthen, wird gefragt, wie lang *bc* seyn müsse? Antwort: $25\frac{5}{10}$. Ruthen.

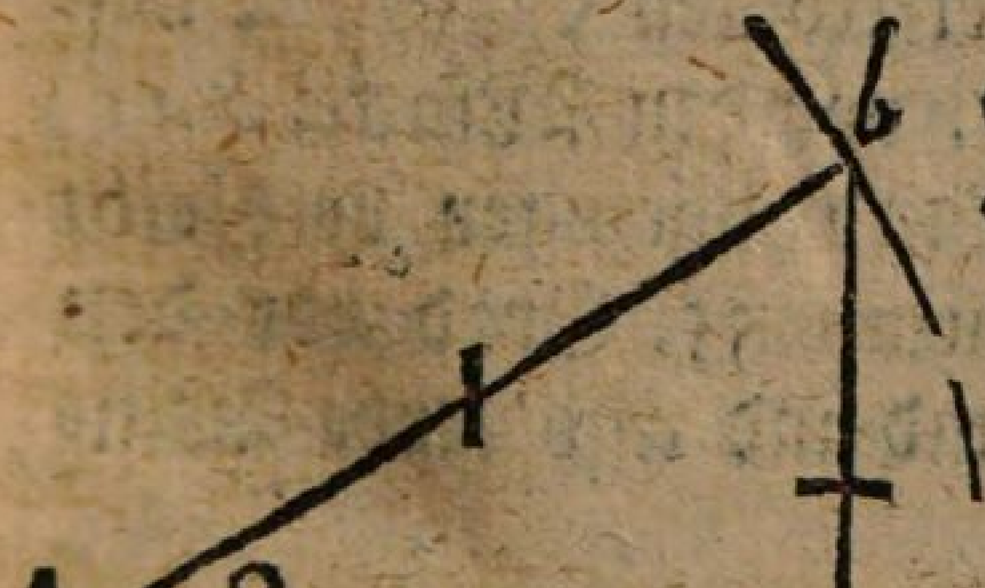


Diß Exempel wird gemacht wie im Eingange das erste, nur daß allhier Minuten dabey stehen, und man den Tangentem auf 40. Grad und 22. Minuten in den Tabulis Sinuum aufsuchen muß, wird derowegen also calculirt: sinus totus 10000000. giebt *ac* 30. Ruthen, was tangens von 40. Grad 22. Minuten 8500640? Antwort $25\frac{5}{10}$. Ruthen, ist also nicht daran gelegen, ob bey den Graden auch Minuten stehen, oder

oder nicht, weil man die Tafeln so wohl auf Minuten, als Gradus, allezeit beysammen findet.

Das 7. Exempel.

Item an einem rechtwincklichten Triangul *abc* ist *acb* ein rechter Winckel, die Seite *bc* thut 21. Ruthen, und *ab* $36\frac{6}{10}$. Ruthen, ist die Frage, wie groß der Winckel *bac* und *abc* sey? Antwort: *bac* 35. Grad, und *abc* 55. Grad. Regul.



Den Sinum tangentem und secantem bey Suchung der Winckel zu unterscheiden, setzt man den Circul ein auf den unbekannten Winckel, und die daran stossende bekannte Lineam, und machet ein kleines Rund, so weiset solches den Unterscheid, in diesem Exempel wird die Linea *bc* sinus.

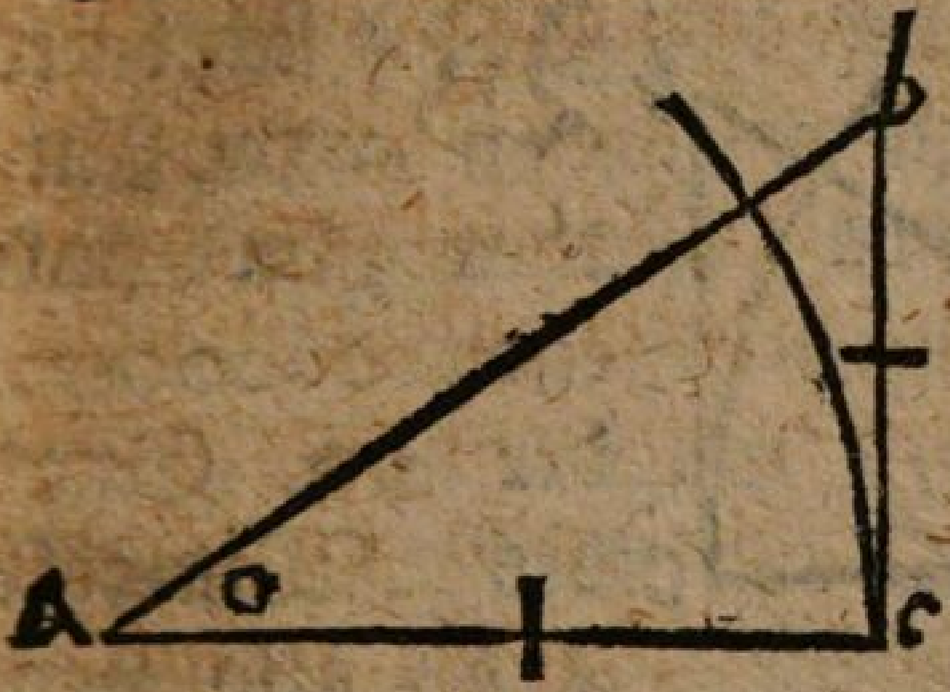
Der calculus wird allhier und bey

dergleichen Exemplis insgemein also anstellet, daß man die bekannte Lineam gegen dem bekannten Winckel übersetzt, und die übrige bekannte Lineam zuletzt stellet, und per Regulam proportionum oder Detri also rechnet: die Linea *a b* $36\frac{6}{10}$. Ruthen giebt (von 90. Grad) sinum totum 10000000. was giebt 21. Ruthen die Linea *b c*? Antwort: 5737705. diesen sinum sucht man in den Tabulis Sinuum auf, oder welcher demselben am nähesten kommt, derselbe sey 5735764. dessen Grad seyn 35. vor den Winckel *b a c*, diesen von 90. Grad abgezogen, verbleibt sein complementum 55. Grad vor den Winckel *a b c*, und sind also beyde Winckel gefunden.

Exemplum 8.

Item an einem rechtwincklichten Triangul *a b c* ist der Winckel *a c b* ein rechter Winckel, und die Seite *a c* lang 30. Ruthen, *b c* ist lang 21. Ruthen, wird gefragt, wie groß *b a c* und *a b c* seyn müsse? Antwort: der Winckel *b a c* 35. und *a b c* 55. Gr.

Hier



HIer ist die Linea *b c* tangens und *a b* secans, wie sich nun hält die Linea *a c* 30. zum sinu toto von 96. Grad 10000000. also hält sich die Linea *b c* 21. tangens zum secanti *b a c*, stehet also:

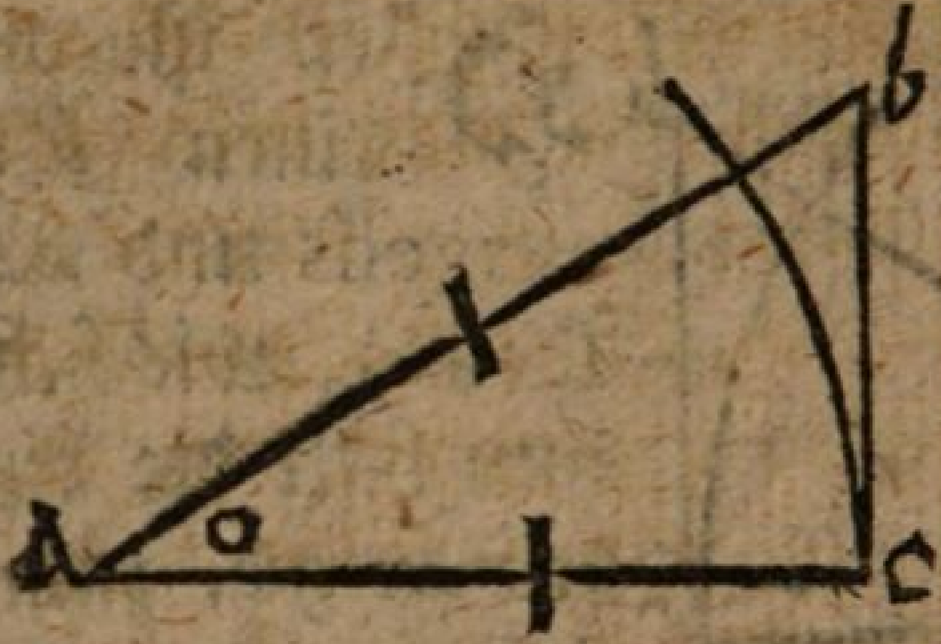
30. 10000000. - 21.

Komt 7000000.

Tangens dieser hat in den Tabulis 35. Grad vor den Winckel *b a c*, sein complement ist 55. Grad vor den Winckel *a b c*.

Exemplum 9.

Item an einem rechtwincklichten Triangul *a b c* sey die Seite *a c* 50. Ruthen, und *a b* 65. Ruthen, der Winckel *b c a* ein rechter Winckel, wird gefragt, wie groß der Winckel *b a c* seyn müsse? Antwort: 39. Grad 43. Minuten.



Wie sich hält *ac* 50. Ruthen zum sinu toto 10000000. der 90. Grad des Winckels *acb*, also verhält sich *ab* 65. zum secanti des Winckels *bac*, steht aufgesetzt also:

50 R. 10000000. - 65. R.

Komt 13000000. Secans.

Dieser hat in den Tabulis 39. Grad 43. Minuten, vor den Winckel *bac*.

Das 10. Exempel.

Item an einem rechtwincklichten Triangul *abc* ist die Seite *ac* 50. Ruthen, *ab* 65. Ruthen, *acb* ist ein rechter Winckel, wird gefragt, wie lang die Seite *bc* sey?

Antwort: $41\frac{5}{10}$. Ruthen.

MAn suche erst den Winckel *bac* wie bey vorgehenden Exempel gesche-

schehen, solcher ist daselbst 39. Grad 43. Minuten, darauf mache man entweder die Rechnung also, daß man spreche sinus totus 10000000. giebt *a c* 50. Ruthen, was tangens 8307075. von 39. Grad 43. Minuten: Oder sinus totus von 90. Grad des Winckels *a c b*, giebt gegenüber stehende Lineam *a b*, 65. Ruthen, was sinus des Winckels *b a c* von 39. Grad 43. Minuten (welcher sinus in den Tabulis muß aufgesucht werden) wird iedesmahl $41\frac{5}{10}$. Ruthen kommen.

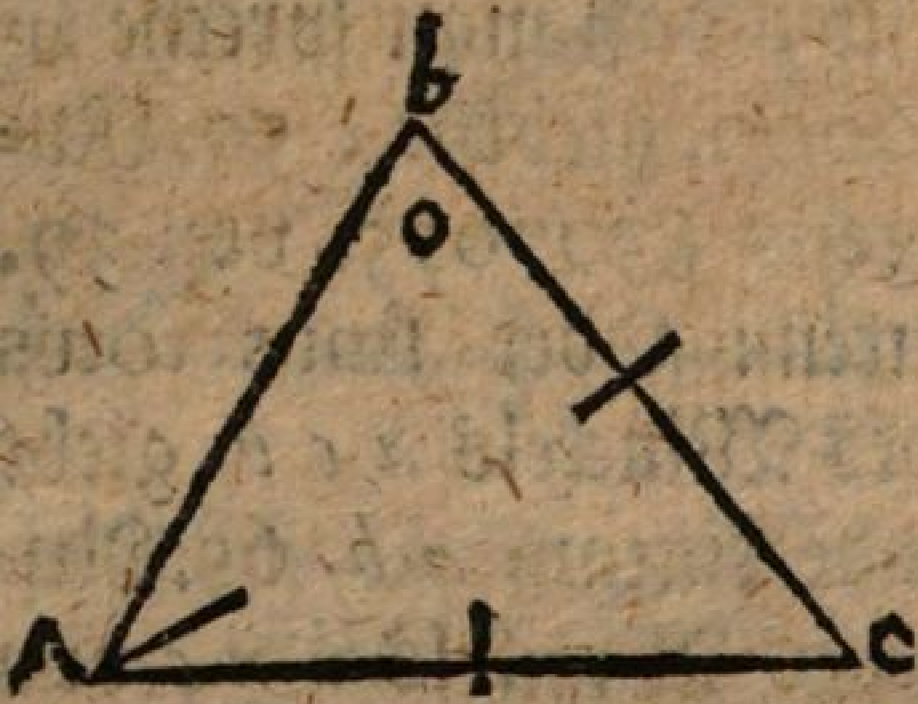
Exemplum II.

Item an einem scharffwincklichten Triangul *a b c* ist die Seite *a c* lang 50. Ruthen, *b c* 45. Ruthen, und der Winckel *b a c* thut 59. Grad, wird gefragt, wie groß der Winckel *a b c* und *a c b* ieder besondern seyn müsse?

Antwort: *a b c* 72. Grad 15. Minuten und *a c b* 48. Grad 45. Minuten.

In scharff- und stumpffwincklichten Triangulen hat man mit dem Sinu toto

nichts zu thun, sondern allein in dem rechtwincklichten.



Bey gegenwärtigem Exempel stellet man die Rechnung also an, und spricht: Wie sich hält die Seite *bc* zum sinu ihres gegenüber stehenden Winckels *bac*, also verhält sich auch die Seite *ac* zum sinu ihres gegenüber stehenden Winckels *abc*, steht demnach aufgesetzt also:

45. R. geben von 59. Gr. was 50. R.?

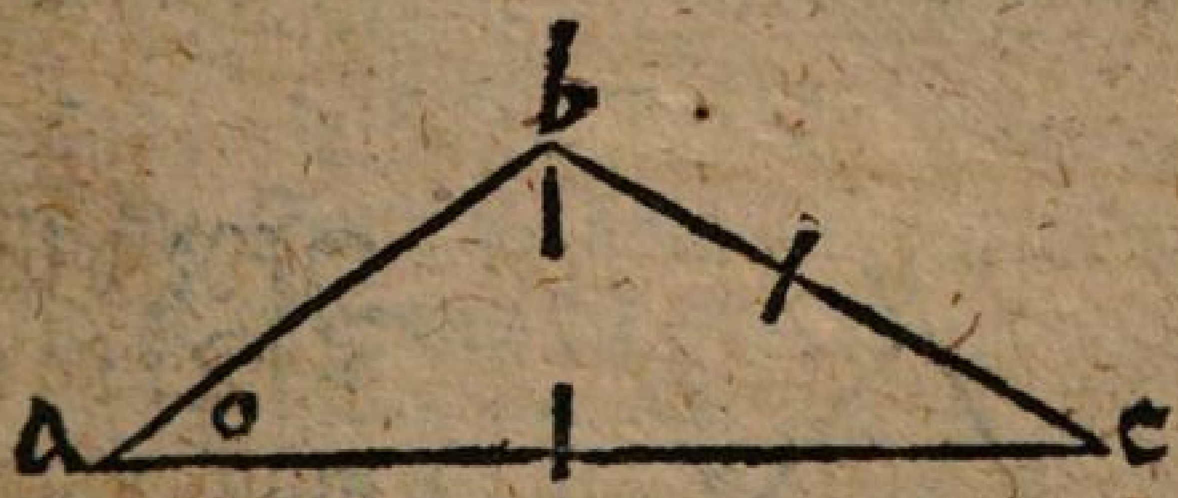
Sinum 8571673.

Antwort: Sinum 9524081. dessen Gr. 72. und 15. Minuten vor den Winckel *abc*, diese und die Grad des Winckels *bac* von 180. Grad (weil ein ieder Triangul so viel Grad hat) abgezogen, bleiben 48. Grad 45. Minuten vor den Winckel *acb*.

Exem-

Exemplum 12.

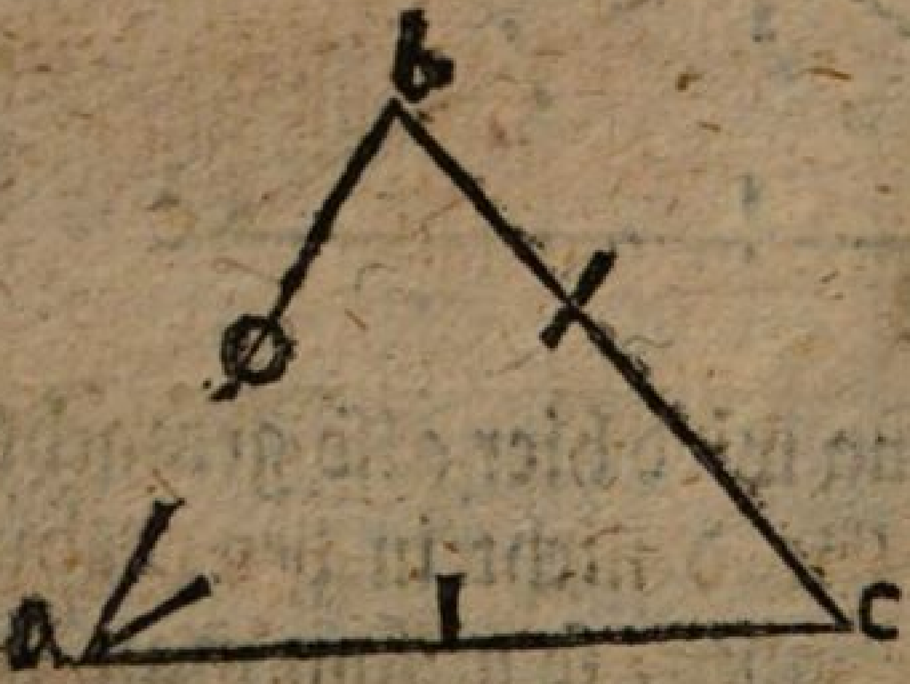
Item an einem stumpffwincklichten Triangul *abc* thut die Seite 80. Ruthen, *bc* 50. Ruthen, und der stumpffe Winckel *abc* 116. Grad, wird gefragt, wie viel Grad der Winckel *bac* sey? Antwort: 34. Grad 11. Minuten.



DIe Rechnung wird hier also gemacht: weil 116. Grad nicht in den Tabulis sinuum zu befinden, so nimmt man deren complement, welches ist der Rest von 180. Grad, nehmlich 64. und spricht: wie sich 80. Ruthen der Seite *ac* zum sinu des complements der 64. Grad 8987940. halten, also verhält sich 50. R. die Seite *bc* zum sinu des Winckels *bac* komt zum sinu 5617462. dessen Grad 34. 11. Min. vor den Winckel *bac*.

Das 13. Exempel.

Item an einem scharffwincklichten Triangul *abc* sey 2. Seiten und ein Winckel bekannt, thut die Seite *ac* 50. *bc* 45. Ruthen, und der Winckel *bac* 59. Grad, wird gefragt, wie lang die Seite *ab* sey? Antwort: $39\frac{47}{100}$. Ruthen.



AN diesem Triangul muß man erst den Winckel *acb* suchen, wie geschehen beym 11. Exempel, solcher thut 48. Gr. 45. Minuten, dessen sinum sucht man hernach in den Tabulis sinuum, auf solcher ist 7518398. so sucht man auch den sinum auf die Grad des Winckels *abc*, solcher sinus ist 8571673. Nun rechnet man also: sinus 8571673. Der Grad des Winckels *bac* giebt seine gegenüber stehende Seite 45. Ruthen,

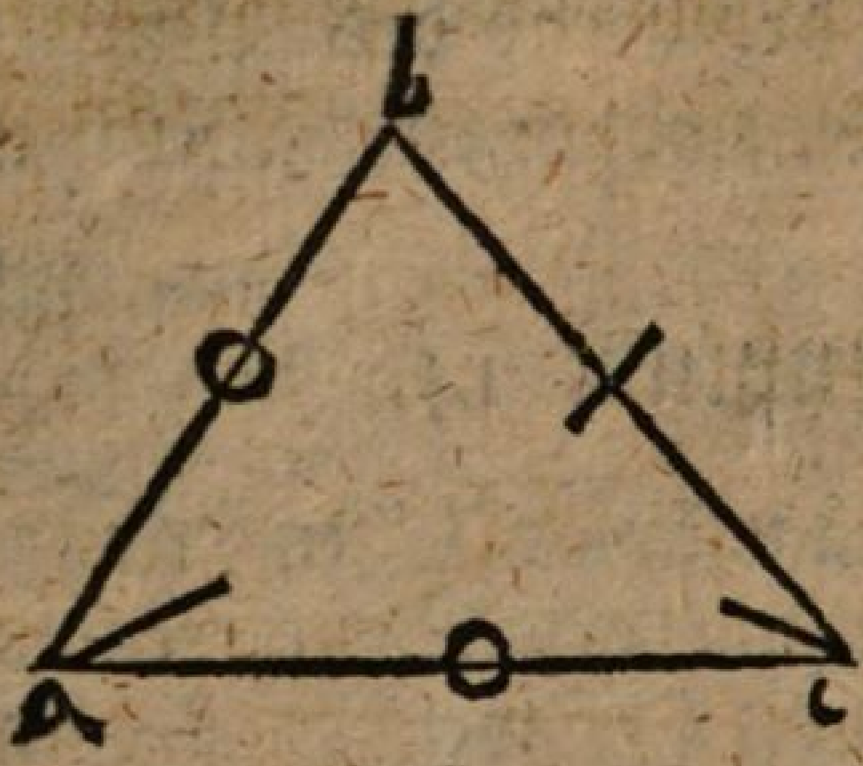
then, was sinus der Grad des Winckels *bca* 7518398? Antwort: $39\frac{47}{100}$. Ruthen.

Exemplum 14.

Item an einem scharffwincklichten Triangul sind zwey Winckel und eine Seite bekannt, nehmlich der Winckel *bac*, welcher 59. Grad thut, und der Winckel *acb* 48. Grad 45. Minuten, die Seite *bc* aber 45. Ruthen, wird gefragt, wie lang die Seiten *ab* und *ac* seyn müssen? Antwort: *ab* $39\frac{47}{100}$. Ruthen, und *ac* 50. Ruthen.

HIer suche man auch erst den dritten Winckel also; Man addire die beyden bekannten, solche thun zusammen 107. Grad 45. Minuten, diese von 180. Grad abgezogen, bleibt vor den dritten Winckel *abc* 72. Grad 15. Minuten.

Nun rechne man die Seite *ab* und *bc*, eine iede aus ihren gegen über stehenden Winckel besondern also: 8571673. der sinus des Winckels *bac* giebt *bc* 45. Ru-



Ruthen, was Sinus des Winckels *a b c* 9523958? Antwort: 50. Ruthen der Seite *a c*.

Weiter rechne man auch die Seite *a b* aus ihrem gegen über stehenden Winckel also: Sinus 8571673. des Winckels *b a c* giebt 45. Ruthen *b c*, was Sinus 7518398. des Winckels *a c b*? Antwort: $39\frac{47}{100}$. Ruthen der Seite *a b*, und ist gemacht.

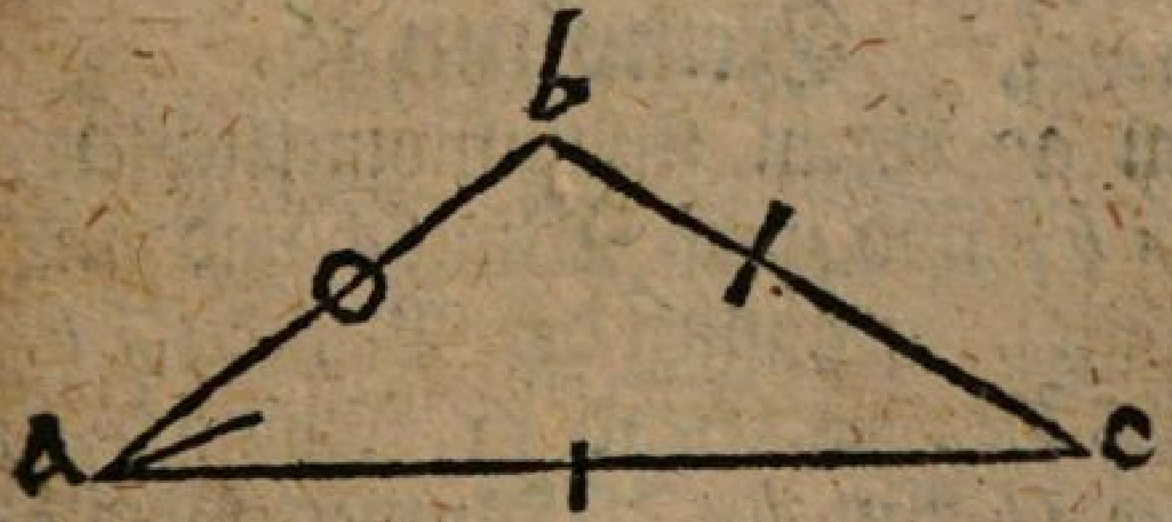
Exemplum 15.

Item an einem stumpffwincklichten Triangul *a b c* sind zwey Seiten und ein Winckel bekannt, nehmlich die Seite *b c*, welche 50. Ruthen thut, und die Seite *a c* 80. Ruthen, der bekannte Winckel aber ist *b a c* 34. Grad 11. Minuten, wird gefragt, wie lang die Seite *a b* sey? Antwort: $44\frac{25}{100}$. Ruthen.

Hier such ich erst den Winckel *a b c* also:

Ich

Ich sprech 50. die Linea *b c* giebt den sinum des Winckels *b a c* von 34. Grad,

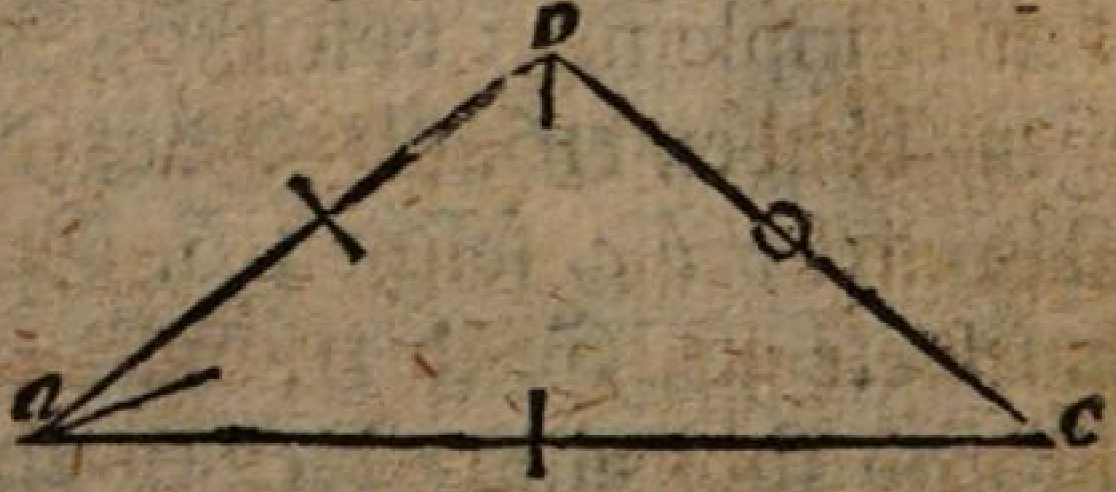


11. Minuten, welcher bey obigen zwölfften Exempel 5617462. gewesen, was geben 80. Ruthen *a c*? Antwort einen sinum, welcher 64. Grad thut, diese 64. Grad als das complement von 180. Grad abgezogen, bleiben 116. Grad vor den weiten Winckel *a b c*, solche 116. Grad und obgemeldete 34. Grad 11. Minuten von 180. Grad subtrahirt, bleiben 29. Grad 49. Minuten vor den Winckel *b c a*, hieraus ist nun die Seite oder Linie *b c* leicht zu rechnen, also: Ich spreche des Winckels *b a c* (von 34. Grad 11. Minuten) sein sinus 5617462. giebt 56. Ruthen *b c*, was sinus (von 29. Grad 49.

Minuten) des Winckels *a c b* 4972264
Antwort: $44\frac{25}{100}$. Ruthen bey nahen.

Exemplum 16.

Item an einem stumpffwincklichten Triangul *a b c* sind zwey Winckel und eine Seite bekannt, nehmlich der Winckel *a b c* 116. Grad, *b a c* 34. Grad 11. Minuten, und die Seite *a b* thut $44\frac{25}{100}$. Ruthen, wird gefragt, wie lang die Seite *b c* und *a c* jede besondern sey? Antwort: *b c* 50. Ruthen, und *a c* 80. Ruthen.



Man sucht erst auch die Grad des dritten Winckels also: man addirt *a b c* 116. Grad, und *b a c* 34. Grad 11. Minuten, kommt in Summa 150. Grad 11. Minuten, diese von 180. Grad abgezogen, bleiben 29. Grad 49. Minuten,

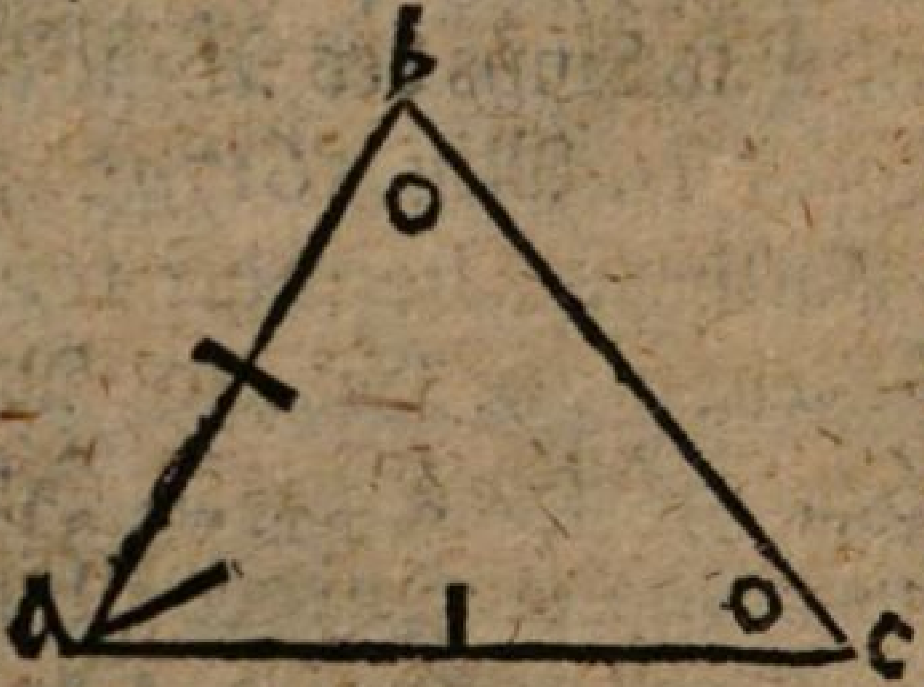
vor den Winckel *b c a*. Nun rechnet man die unbekannten Seiten auf 2. Sätze also: der sinus des Winckels *b c a* von 29. Grad 49. Minuten 4972264. giebt *ab*, $44\frac{25}{100}$. Ruthen, was Sinus des Winckels *b a c* von 34. Grad 11. Min. 5617462.? Antwort: 50. Ruthen. Item der sinus des Winckels *b c a* von 29. Gr. 49. Minuten 4972264. giebt *ab* $44\frac{25}{100}$. Ruthen, was Sinus complementi des Winckels *a b c* von 64. Grad 8987940.? Antwort: 80. Ruthen.

Das 17. Exempel.

Item an einem scharffwincklichten Triangul *a b c* sind 2. Seiten und ein Winckel bekannt, nehmlich die Seite *a b* thut $39\frac{77}{100}$. Ruthen, *a c* 50. Ruthen, und der Winckel *b a c* 59. Grad, wird gefragt nach den Winckeln *a b c*, und *b c a*? Antwort: *a b c* thut 72. Grad 16. Minuten, und *b c a* 48. Gr. 44. Minuten.

Diß könte durch Fällung einer perpen-

pendicular-Linie gesucht werden, w[...] wollen es aber kürtzer machen, und pe[...] differentiam beyder Seiten calculire[...] also:



Wie sich häl[...] die Summa bey[...] der Seiten ab und ac (beyde addirt $89\frac{47}{100}$. Ruthen) zu ihrer differentz (eine Seite von der andern subtrahirt) $10\frac{53}{100}$. Ruthen; also verhält sich tangens der Helffte beyder unbekannten Winckel (welche beyde Winckel, wenn 59. Grad von 180. Grad abgezogen werden, 121. Grad zusammen thun) als 60. Grad 30. Minuten zum tangenti der beyden Winckel, und ihrer Summen, steht demnach aufgesetzt also:

$89\frac{47}{100}$. R. geben von 60. Gr. 30. M. was $10\frac{53}{100}$. R.

Tangentem 17674940.

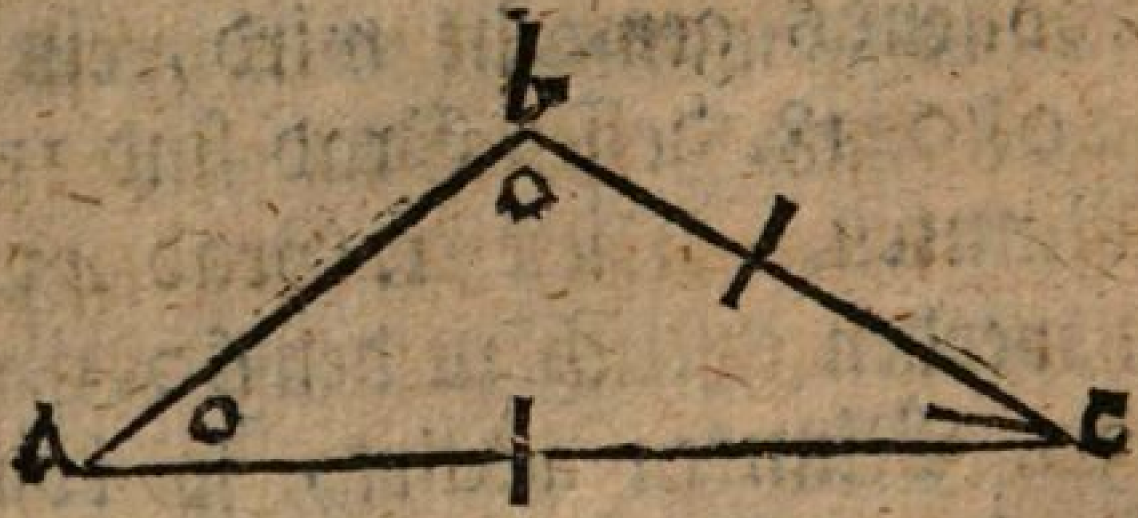
Und

Und kömmt, wenn es nach der Regul detri vollends gemacht wird, ein Tangens 2080218. dessen Grad sind 11. und 45. Minuten. Diese 11. Grad 45. Minuten werden erstlich zu den 60. Graden und 30. Minuten addirt, so kommen 72. Grad 15. Minuten vor den grössern Winckel *a b c*, hernach werden solche 11. Grad 45. Minuten auch von den 60. Grad 30. Minuten subtrahirt, bleiben 48. Grad 45. Minuten vor den kleinen Winckel *a c b*.

Exemplum 18.

Item an einem stumpffwincklichten Triangul *a b c* sind zwey Seiten und ein Winckel bekannt, thut die Seite *a c* 80. Ruthen, *b c* 50. Ruthen, und der Winckel *a c b* 29. Grad 49. Minuten, wird gefragt nach den andern beyden Winckeln *a b c* und *c a b*? Antwort: *a b c* thut 116. Grad, und *b a c* 34. Grad 11. Minuten.

Diß



Diß Exempel gleicht sich der operation nach dem vorhergehenden:

ac 80. R.	add. 80.	sub.	von 180. g. sub.	
bc 50. R.	50.		*acb* 29. g. 49. m.	
thut 130. R.	rest. 30. R.		rest. 150. Gr. 11. m.	
			halbirt 75. Gr. 5. m.	
			Tangens ist 37538815.	

Und heist nun also:

130. Ruthen geben einen tang. von 75. 5. 37538815? was 30. Ruthen.

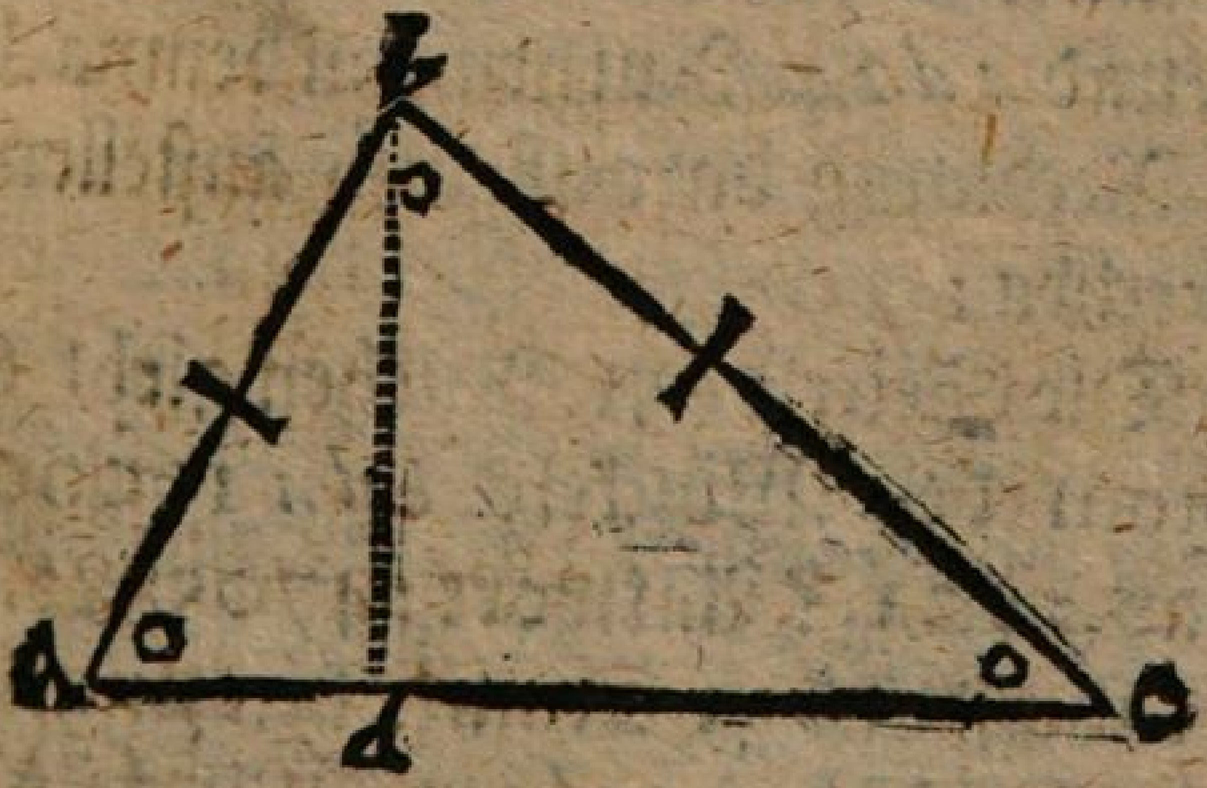
Antwort 8662803. dessen Grad 40. und 54. Minuten.

Diese zu 75. Grad 5. Minuten addirt, und die im halbiren ausgelassene Minute darzu genommen, bringt den wei-

weiten Winckel *abc* 116. Grad, und die 40. Grad 54. Minuten auch von 75. Grad 5. Minuten subtrahirt, bringt 34. Grad 11. Minuten vor den übrigen Winckel *bac*.

Das 19. Exempel.

Item an einem scharffwincklichten Triangul *abc* seyn alle drey Seiten bekannt, nehmlich die Seite *ab* 51. Ruthen, *bc* 75. Ruthen, und *ac* 81. Ruthen, wird gefragt, wie groß die drey Winckel ieder besondern? Antwort: *bac* 61. Grad 56. Minuten, *abc* 81. Grad 12. Minuten und *bca* 36. Grad 52. Minuten.



Diß

Diß zu resolviren, so fälle man erst eine perpendicular-Lineam aus *b* in *d* auf die Lineam *a c*, hernach quadrire man alle drey Seiten *a b* 51. thut quadrirt 2601. *b c* 75. quadrirt 5625. und *a c* 84. quadrirt 7056. Hierauf die beyden Quadrata der Seiten *ab* und *a c* addirt, 9657. davon das Quadrat der Seite *b c* 5625. subtrahirt, bleibt 4032. diese durch das duplum der Seite *a c* als durch 168. dividirt, kommt 24. vor das Stück der Linie *a d*.

Nun habe ich einen kleinen Triangul *a b d*, daran zwey Seiten und ein Winckel bekannt, nehmlich in *a d b* ein rechter Winckel zu 90. Grad, und die Seite *a b* 51. und *a d* 24. Ruthen, kan demnach meine Rechnung darauf also anstellen, und sprechen:

Die Seite *a b* 51. Ruthen giebt Sinum totum des Winckels *b d a* 10000000. was *a d* 24.? Antwort: 4705882. dessen Grad 28 und 4. Minut. hierzu addir ich 90. Grad des rechten Winckels *a d b*, kom-

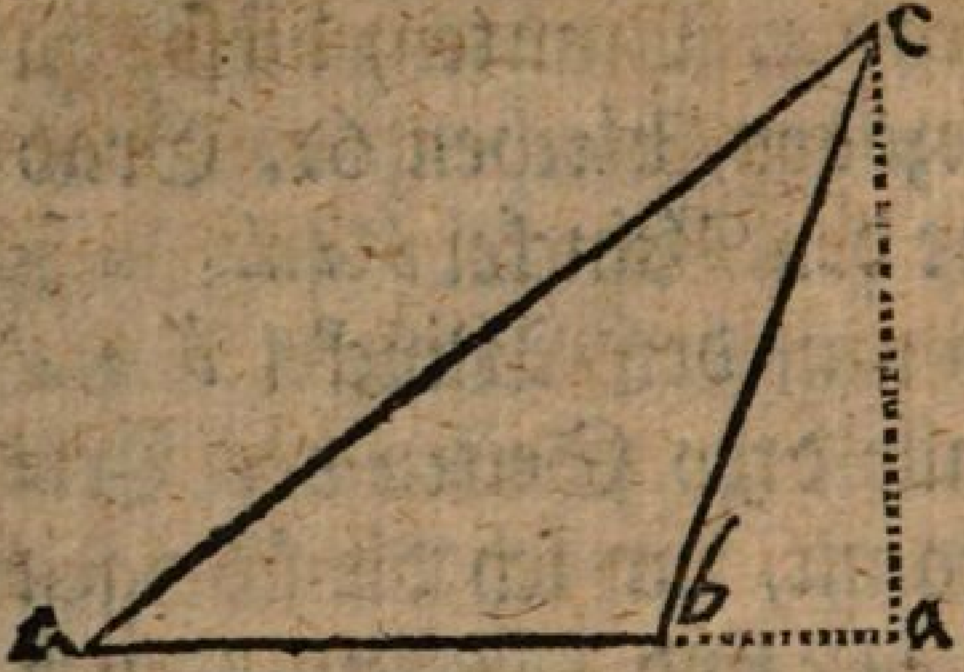
kommen 118. Grad 4. Minuten, diese von 180. Grad abgezogen, bleiben 61. Grad 56. Minuten vor den Winckel *b a d.*

Nachdem ich nun den Winckel *b a d* gefunden, und alle drey Seiten des Trianguls *a b c* bekannt, kan ich die übrigen beyden Winckel *a b c* und *a c b* leicht auch finden, wenn ich sage: die Seite *b c* 75. giebt den Sinum des Winckels *b a c* von 61. Gr. 56. Minuten 8824007. was 84. Ruthen *a c*? Antwort: Sinum 9882886. dessen Grad 81. und 12. Minuten vor den Winckel *b a c*, diese 81. Grad 12. Minuten und 61. Gr. 56. Min. addirt, und von 180. Grad abgezogen, bleiben 36. Grad 52. Minuten vor den Winckel *b c a.*

Exemplum 20.

Item an einem stumpffwincklichten Triangul *a b c* sind alle drey Seiten bekannt, thut die Seite *a b* $44\frac{25}{100}$. R. *b c* 50. Ruthen, und *a c* 80. Ruthen, wird gefragt, wie groß ein ieder Winckel besondern sey? Antwort: der weite Winckel *a b c* thut 116. Gr. 2. M. *b a c* 34. Gr. 10. M. und *a c b* 29. Gr. 48. Min.

Man



MAn gebahret allhier fast eben, wie bey vorgehenden Exempel, nur daß die perpendicular-Linea auswarts fället, und das auswärtige Theil *b d* zu rechnen: *a c* 80. Ruthen quadrirt, thut 6400. *a b* 44. $\frac{25}{100}$. quadrirt, thut 1958. und *b c* 50. quadrirt, thut 2500. darauf beyde Quadrata *a b* und *b c* vom Quadrat *a c* subtrahirt, bleibt 1942. diese 1942. durch das duplum der basis *a b* als 88$\frac{5}{10}$. dividirt, kommt 21. $\frac{94}{100}$. vor *b d*.

Nun fährt man in der Rechnung weiter also fort: die Seite *b c* 50. Ruthen giebt sinum totum 10000000. des rechten Winckels *b d c* was 21$\frac{94}{100}$. R. *bd*? Antwort: sinum 4388000. dessen gr. 26. und 2. Min. vor den Winckel *b c d*, solche von 90. Gr. abgezogen, bleiben 63. Gr. 58. m. vor den Winckel *c b d*, diese 63. gr. 58. min.

wie-

wieder subtrahirt von 180. Gr. Rest 116. Gr. 2. Min. vor den weiten Winckel *a b c*. Nun sind die übrigen beyden Winckel hieraus vollends leicht zu suchen, nach Anweisung vorgehender 12. Fürgabe, kommt vor den Winckel *b a c* 34. Gr. 10. M. und vor den Winckel *b c a* 29. Gr. 48. Min.

Wiederhohlung Vorgehender Triangul-Rechnung, Darinnen nicht allein Die Beschreibung und der Gebrauch Der zu geschwinder und behender Ausrechnung vortrefflich, künstlich und sinnreich verfasseten schönen PROPORTIONAL-Tafeln derer Logarithmorum

Nach dem Triangul, sondern auch, wie solche höher, und in die grösten Extractiones radicum aufsteigen, und darzu gleichfalls mit Vortheil und Geschwindigkeit gebrauchet werden können, in dieser Vermehrung meines Geometrischen Lust-Gartens gewiesen wird.

Weil

WEil demnach diejenigen, welche sich der Tabularum Sinuum bey voriger Triangul-Rechnung gebrauchen, ohne Zweiffel auch gerne wissen möchten, was der usus logarithmorum, und der Unterscheid zwischen denenselben und denen Tabulis Sinuum sey: So kan man deren kurtze Erklärung in meinem Arboreto Mathematico finden, allda gemeldet wird, daß logarithmi vom Griechischen Wort λόγος (so nicht nur ein Wort, sondern bey dem Euclide auch proportionem bedeutet) und Ἀριθμός (numerus) Zahl herkomme, also daß logarithmi nichts anders, als künstlich durch vielfältig ausgezogene Quadrat-Wurtzeln ausgerechnete proportional-Zahlen sind.

So viel aber den Gebrauch betrifft, ist derselbe viel kürtzer, leichter und behender als der Tabularum Sinuum; Denn wo man nach den Tabulis sinuum in dreyen nach der Regul Detri befindlichen Sätzen eben wie sonst den hintern

tersten und mittelsten multipliciren, und durch den fördern dividiren muß, so darff man hier nur den hintersten und mittelsten Satz addiren, und den fördern davon subtrahiren, alsdenn hat man gleich einen Logarithmum, der in denen Tafeln derselben das facit anzeiget.

Wir wollen solches in der Kürtze darstellen mit dem Exempel beym Eingange, und in Wiederhohlung vorgehender 20. Triangulen, und wie dieselben dort nach denen Tabulis sinuum calculirt, solche allhier gleichfalls nach denen Logarithmis absetzen.

Daselbst stehet:

Sinus totus von 90. Gr.	giebt eine Lineam von 135.	Was tangens von 50. Gr.
10000000.	Elen	11917536.

Hier muß ich nach denen Tabulis sinuum den hintern und mittlern Satz multipliciren, was kömmt, durch den fördern dividiren, so entspringen daraus zum facit $160\frac{88}{100}$. Elen.

Nach denen Logarithmis aber wird es also gemacht:

Logarithmi Sinus totus von 100. Gr.	giebt 135. Elen	was logarithmi tangens von 50. Gr.
10,0000000.	log. 2,13033338.	10,0761865

NB.

Den fördern und hintern Satz muß man in denen logarithmischen Tafeln unter denen gradibus, den logarithmum zur mittlern Zahl aber in denen Tabulis logarithmorum über die absolut-Zahlen suchen, die förderſten eintzeln Zahlen biß an den Punct werden Indices genannt.

Nun unter vorstehenden 3. Sätzen den hintern und mittlern addirt, thut 12. 2065203. davon den fördern subtrahirt, Rest Logarithmus 2.2065203.

Diesen Logarithmum in den Tafeln der absolut-Zahlen aufgesucht, so findet sich derselbe unter dem Indice 2. in voriger Zahl am nechsten auf 2. 2041200. davon muß ich die beystehende

de absolut-Zahl 160. zum facit behalten. Weil aber dieser Logarithmus den obigen nicht erreichet, sondern kleiner ist, thu ich an obstehenden den Indicem 2. (wenn ich erst die gantze Zahl 160. unter demselben genommen) hinweg, und setze dafür den Indicem 3. oder (wer die Tafeln so groß hat, wie ich dergleichen in folio habe) 4. unter diesen finde ich einen logarithmum auf 4. 20650. 2c. solcher kommt dem obstehenden gantz nahe, und hat auf der Seite zur absolut-Zahl 16088. darunter bedeuten die ersten 3. Ziffern 160. gantze Ellen, die andern beyde den Bruch $\frac{88}{100}$.

Daß also das facit $160\frac{88}{100}$. wie oben bey den tabulis sinuum.

Wer aber die Tafeln nicht so groß und biß auf den 4ten Indicem, sondern nur biß 3. hat, (wie gemeiniglich die kleinen editiones nicht grösser) der wird hierunter bey 3. nur einen logarithmum auf 3. 2062860. und dabey 1608. das ist $160\frac{8}{10}$. und also um $\frac{8}{100}$. Theil weniger finden.

Dennoch gebrauchen die meisten nur die kleinern editiones biß auf den Indicem 3. und lassen, wenn hinten noch ein Theil eines Bruchs kömmt, (so aber nicht allewege geschicht) denselben fahren.

Nun kommen wir an die 20 Exempla vorgehender Triangul-Rechnung, dieselben, wie sie dort nach den Tabulis Sinuum calculirt seyn, wollen wir alle nach einander auch allhier nach denen logarithmis zu derselben deutlicher und besserer Ubung durchmachen.

Die 1. Fürgabe

Kan man daselbst nach denen Tabulis Sinuum gemacht besehen, allwo es zum facit 21. Ruthen bringt; Hier setzt man es nach denen logarithmis also auf:

log. sin. tot. von 90. Gr.	giebt 30. Ruthen	Was logar. tang. v. 25. Gr.
10.0000000.	log. 1.4771212.	9.8452268.
	adde	1.4771212.
		11.3223480.
	subt.	10.0000000.
	Rest log.	1. 3223480.

Dessen absolut-Zahl nur unter dem Indice auf 21.

Das

Das 2. Exempel

Steht dort in den Tabulis Sinuum also aufgesetzt und gerechnet:

Sinus totus von 90. Gr.	giebt 30. R.	Was Secans von 35. Gr.

10000000. fac. $36\frac{6}{10}$. R. 12207746.

Von den Logarithmis wird es also gemacht:

Weil man in den Tabulis Logarithmorum keinen Secanten hat, verfähret man dagegen derogestalt:

von 90. Gr.
subt. 35. Was log. sin. tot.
Rest 55. Gr. von 90.

log. sin. 9.9133645. giebt 30. R. 10.0000000.

log. 1.4771212.
adde 10.0000000.

11.4771212.
subtr. 9.9133645.

Rest log. 1.5637567. kommt dem Logarithmo der absolut-Zahlen beym ein-

fachen Indice 1. 5563025. am nechsten, bey welchem 36. stehen. Weil aber 1. 5637567. was mehr, kan man es unter dem Indice 2. aufsuchen, da findet man 2. 5634811. und darbey 366. das ist $36\frac{6}{10}$.

Oder:

Will mans noch genauer haben, unter dem Indice 3. da findet man einen logarithmum auf 3. 5637183. (welcher dem ersten 5637567. am nechsten) und dabey 3662. thäte also das facit $36.\frac{62}{100}$. Ruthen.

Das 3. Exempel.

In diesem verfährt man erstlich mit Abtheilung der Graduum, wie daselbst bey der Triangul-Rechnung gelehrt, und nimmt darauf die daselbst zuletzt gesetzten 3. Sätze nach denen logarithmis also:

log. sin. tot. von 90. Gr.	giebt $36\frac{6}{10}$. R.	Was log. sin. von 55. Gr.
10,0000000.	2. 5634811.	9. 9133645

add. 9. 9133645.

12. 4768456.

subt. 10. 0000000.

Rest log. 2. 4768456. dessen absolut-Zahl 30. Ruthen bey nahen.

Ste-

Stehen zwar in den Tafeln bey 2. 4771212. (so obigen logarithmo am nechsten.) 300. Aber das hintere 0. lässet man wegen des Bruchs fahren, bleiben 30. R.

Das 4. Exempel.

log. sin. tot. von 90. Gr.	giebt 21. R.	was log. tang. von 55. Gr.
10.0000000.	1.3222193.	10.1547732.

Diß durch addirung des mittlern und hintern Satzes, und subtrahirung des fördern, wie bey vorgehenden Exemplo gemacht, kommt logarith. 1.4769925. dessen absolut-Zahl bey nahen 30. Ruthen.

Das 5. Exempel

Wird gemacht, wie oben das andere.

Das 6. Exempel.

log. sin. tot. von 90. Gr.	giebt 30. R.	Was log. tang. von 40. Gr. 22. M.
10.0000000.	1.4771212.	9.9294516.

9.9294516.

11.4065728.
10.0000000.

log. 1.4065728.

kommen unter dem Indice 2. aufgesucht bey 2.4065402. nahe 255. das ist $25\frac{5}{10}$.

 Exem-

Das 7. Exempel.

$36\frac{5}{10}$. R.	geben log. sin. tot. von 90. Gr.	Was logarith. von 21. R.
2.5634811.	10.0000000.	1.3222193.
	1.3222193.	
	11.3222193.	
	1.5634811.	

log. sin. 9.7587382.

dessen Grad 35. von 90. subtrahirt, Rest 55. Grad, den fördern Logarithmum habe ich unter dem Indice aufgesucht.

Das 8. Exempel.

30. R. geben log. sin. tot. von 90. gr. was 21. R.

1.4771212.	10.0000000.	log. 1.3222193.
	1.3222193.	
	11.3222193.	
	1.4771212.	

log. tang. 9.8450981. dessen Grad 35. sein Complement 55.

Wie solch facit und anderer Bericht oben bey der Ausrechnung nach den Tabulis

bulis sinuum zu sehen, da man allezeit selbiger Exempeln ausführliche Beschreibung hier zu diesen operationen ansehen muß.

Das 9. Exempel.

Weil allhier *a b* Secans ist, wie an der Figur zu sehen, und aber in denen Tabulis logarithmorum die Secantes nicht calculirt zu befinden, als sucht man zuförderst den Winckel *a b c*, und subtrahirt solchen von 90. Gr.
Rest *b a c* 39. Gr. 43. Min. wird
umgekehrt also gesetzt:

65. R. geben log. sin. tot. Was 50. R.
von 90. Gr.

1.8129133. 10.0000000. log. 1.6989700
gemacht, kommt log. sin. 9.8860567.
dessen gr. 50. und 17. m.
diese von 90. Gr. subt. Rest 39. gr. 43. m. vor den Winckel *b a c*.

Das 10. Exempel.

Hier suche man erst den Winckel *b a c* (wie schon bey vorgehenden Exemplo geschehen) der ist 39. Grad 43. Minuten, darauf sage man:

log. sin. tot. von 90. Gr.	giebt *a c* 50. Ruth.	Was log. tang. von 39. gr. 43. m.
10.0000000.	1.6989700.	9.9194481.

Diß vollends durch addiren und subtrahiren gemacht, kommen bey den logarithmis der absolut-Zahlen unter dem Indice 2. 6180481. allhier 415. das ist $41\frac{5}{10}$. Ruth. weil beym Indice 1.6127839. anfangs 41. stehen, aber der logarithmus 1. 6184181. was grösser ist, und also beym Indice 2. gesuchet werden muß.

Man könte ihn auch noch schärffer und beym Indice 3. 6184645. suchen, da ein wenig was mehrers und $41\frac{54}{100}$. bey nahen kommen würde.

Diß Exempel könte auch also calculirt werden:

log. sin. tot. von 90. Gr.	giebt 65. R.	Was log. sin. von 39. gr. 43. m.
10,0000000.	1.8129133.	9.8054951.

9.8054951.

11.6184084.

10.0000000.

1.6184084.

Kom-

Kommen unter dem Indice 2. ebenfalls 415. das ist $41\frac{5}{10}$. Ruthen.

Exemplum 11.

45. R. geben	log. sin. von 59. Gr.	was 50. R.?
1. 6532125.	9. 9330656.	1. 6989700.
	1. 6989700.	
	11. 6320356.	
	1. 6532125.	

log. sin. 9. 9788231. dessen Grad 72. und 15. M. *abc.*
hierzu - - 59. Gr. den Winckel
bac addirt, thut 131. Gr. 15. M.

Solche 131. Gr. 15. M. von 180. Grad (weil ein ieder Triangul so viel Grad hat) subtrahirt, Rest 48. Gr. 45. M. vor den Winckel *acb.*

Exemplum 12.

Von 180. Grad nach Unterricht oben bey der Ausrechnung nach den Tabulis Sinuum 116. Gr. subtrahirt, restiren 64. Grad.

Diß in die Regul gesetzt und gesagt: 80. R. geben log. sin. von 64. Gr. was 50. R.

1. 9030900.	9. 9536602.	1. 6989700.

 kom-

kommt logarithmi sinus 9. 7495403. dessen Grad 34. und 11. Minuten vor den Winckel *bac*.

Das 13. Exempel.

Zu diesem suche man erst den Winckel *acb*, wie beym 11. Exempel geschehen, der thut 48. Grad 5. Minuten.

Nun spricht man:

log. sin. von 59. Gr.	giebt 45. R.	was log. sin. von 48. Gr. 45. M.
9.9330656.	1.6532125.	9.8761253.

facit log. 1.5962722.

Dessen absolut-Zahl unter dem Indice 3. gesucht, kommen daselbst beym logar. 3. 5962671. (als vorstehenden am nechsten) 3947. das ist $39\frac{47}{100}$. Ruthen.

Das 14. Exempel.

Nach vorher beschehener Einrichtung der Winckel, wie bey den Tabulis sinuum dieses Exempels geschehen, stelle man die Rechnung in zweyen Auffsätzen also an:

Erst-

Erstlich

log. sin. des Winckels *bac* 59. Gr.	giebt 45. R.	was log. Sin. des W. *abc* 72.15.
9.9330656.	1.6532125.	9.9788175.

kommt logarithmus 1. 6989644. thut 50. Ruthen *a c.*

Vors andere

log. sin. des Winckels *bac* von 59. Gr.	giebt 45. R. 1.6532125.	was log. sin. des Winckels *bac* 48. Gr. 45. M.
9.9330656.		9.8761263.

Antwort: log. 3. 5962671. dessen absolut-Zahl 39$\frac{47}{100}$. Ruthen, wie bey vorgehenden Exemplo.

Das 15. Exempel.

Nach vorbeschehener Suchung des Winckels *abc* (vorhin nach den Tabulis Sinuum bey diesem Exemplo gewiesen, so nach den logarithmis gleichfalls zu suchen) setz ich endlich also:

log. Sin. des Winckels *bac* von 34. gr. 11. m.	giebt 50. R. 1.6989700.	was log. sin. des Winck. *acb* von 29. gr. 49. m.
9.7496148.		9.6965541.

Kommt

Kommt nach beschehener addirung und subtrahirung logar. 1. 6459093. dessen absolut-Zahl unter dem 3. Indice allwo der logarithmus 3. 6459133. und also vorgehenden am nechsten 4425. das ist $44\frac{25}{100}$. Ruthen.

Das 16. Exempel.

Nach vorher gesuchten Graden des dritten Winckels (beym Exempeln nach denen Tabulis Sinuum gewiesen) thut man hierauf noch 2. Sätze, also:

Erstlich

log. Sin. des Winckels *bca* von 29. gr. 49. m.	giebt *ab* $44\frac{25}{100}$. R.	was log. Sin. des Winckels *bac* von 34. gr. 11. m.
	1.6459133.	
9.6965541.	9.7496148.	9.7496148.
	11.3955281.	
	9.6965541.	

kommt log. 1.6989740. dessen absolut-Zahl 50.

Vors andere

log. Sin. des Winckels *bca* von 29. Gr. 49. M.	giebt *ab* $44\frac{25}{100}$. R.	was log. Sin. compl. des Winckels *abc* 64. Gr.
1.6965541.	1.6459133.	9.9536602.

Diß durch addiren und subtrahiren vollends gemacht, giebt logarithmum 1. 9030194. dessen absolut-Zahl 80. R.

Das 17. Exempel.

Nach anderer vorhergehender Zubereitung in diesem Exemplo vorhin in der Ausrechnung nach den tabulis sinuum (so man allewege wie bey allen vor und nachgehenden exemplis dagegen halten, und zu deutlichem Verstande besehen muß) gewiesen, wird endlich der Auffsatz also gemacht.

$89\frac{47}{100}$. R. geben log. tang. was $10\frac{53}{100}$. R. vor 60. gr. 30. m.

3.9516774.	10.2473580.	3.0224284.
	3.0224284.	
	13.2697864.	
	3.9516774.	

kommt log. tang. 9. 3181090. dessen Grad 11. und 45. M.

Diese 11. Grad 45. Minuten zu denen 60. grad 30. m. addirt, bringen den grössern Winckel *a b c* von 72. gr. 15. m.

Solche 11. gr. 45. m. auch von denen 60. Gr.

60. Grad 30. Minuten subtrahirt, gegen den kleinern Winckel *acb* 48. Grad 45. Minuten, und ist gemacht.

Das 18. Exempel

Ist der operation nach dem vorigen gleich, und kommt endlich daraus dieser Auffsatz:

130. Ruthen geben tangentem von 75. Gr. 5. M. was 30. R.

2.1139433.	10.5744806.	1.4771212.
	1.4771212.	
	12.0516018.	
	2.1139433.	

kommt log. tang. 9.9376585. dessen Gr. 40. und 54. M.

Solche zu 75. Gr. 5. M. addirt, auch noch eine Minute darzu genommen, weil solche im halbiren aussen gelassen, wie bey der operation nach den Tabulis Sinuum zu sehen, bringt den weiten Winckel *abc* 116. Item solche 40. Grad 54. Minuten auch von 75. Gr. 5. Min. subtrahirt, geben den kleinen Winckel *bac*, auf 34. Grad 11. Minuten.

Das

Das 19. Exempel.

Wann erst mit Quadrirung und anderer operation verfahren wird, wie bey der Ausrechnung nach den Tabulis Sinuum in diesem Exemplo zu sehen, so kommen folgende zweyerley Aufsätze nach den Logarithmis:

Erstlich:

a b 51. R. geben log. Sin. tot. was 24. R. des Winckels *b d a.*

1.7075702. von 90. Gr. 1.3802112.

10.0000000.
1.3802112.

11.3802112.
1.7075702.

log. Sin. 9.6726410. dessen
Grad 28. und 4. M.

Hierzu 90. Grad addirt, kommen 118. 4. Minuten. Diese von 180. Grad subtrahirt, lassen Uberrest 61. Grad 59. Minuten vor den Winckel *b a d.*

Wei-

Weiter:

bc 75. R.	geben log. Sin. des Winckels *bac*	was 84. R.
1.8750613.	von 61 Gr. 56. M.	1.9242793.
	9.9456659.	
	1.9242793.	
	11.8699452.	
	1.8750613.	

log. sin. 9.9948839. thut 81. Gr. 12. M. Hierzu 61. Gr. 56. M. addirt, macht 143. Gr. 8. M. solche von 180. subtrahirt, bleiben 36. Gr. 52. M. vor den Winckel *bac*.

Das 20. Exempel.

Die antecedentia werden hier auch also gemacht, wie bey der Ausrechnung dieses Exempels nach den Tabulis Sinuum zu sehen, darauf folgen gleichfalls 2. Sätze nach denen logarithmis, also:

bc 50. R.	geben log. sin. tot. des Winckels	was 94. R.
1.6989700.	*bcd* von 90. Gr.	1.3412366.
	10.0000000.	
	1.3412366.	
	11.3412366.	
	1.6989700.	

log. sin. 9.6422666. thut 26. Gr. 2. M. 1.6989700.

Weiter:

80. R.	geben log. sin. des weiten Winckels	was 50. R.
1,9030900.	116. Gr. 2. M. seines Compl. 63. Gr. 58. M.	1.6989700.

9.9535369.
1.6989700.

11.6525069.
1.9030900.

log. Sin. 9.7494169. thut 34. Gr. 10. M. vor den Winckel *bac* diese zu 116. Gr. 2. m. addirt, thut 150. G. 12. M. von 180. subtrahirt, Rest *b c a* 29. Gr. 48. Min.

Hiermit ist nun der herrliche schöne modus der behenden kurtzen Rechnung nach den logarithmis bey vorstehenden wiederhohlten exemplis zur Trigonometria verhoffentlich gnugsam angewiesen, und können nun nicht allein folgende Exempla der praxis in Messung der Höhen, Weiten und Breiten gleichfalls darnach calculiret werden;

Son-

Sondern es erstreckt sich auch deren nutzbarer Gebrauch viel weiter in andere disciplinas mathematicas, als in Geographicis die distantias locorum aus ihren longitudinibus und latitudinibus gegen einander darnach zu calculiren, wie ich im dritten Theil meiner Geographiæ gewiesen; In Astronomicis täglich der Sonnen declination vom Æquatore, deren stündliche altitudinem supra horizontem, um welche Zeit es iedes mahl sey, und viel anders durch Sphærische Triangul-Rechnung darnach zu calculiren, wie ich mich denn auch in meinem Arboreto mathematico bey Verfertigung declinirender Sonnen-Uhren dieser Logarithmischen kurtzen Rechnung mit Nutz gebraucht habe.

Summa dieser erfundenen und durch grosse Mühe elaborirten sinnreichen proportional-Tafeln Nutzbarkeit ist fast unbeschreiblich, und giebt unter andern auch eine

eine treffliche Behendigkeit in extrahirung der radicum, als:

Bey Ausziehung der Quadrat-Wurtzel

Wollen wir das Exempel oben aus der decimal-Rechnung nehmen, allda stehen 459684. und die extrahirte Quadrat-Wurtzel ist 678.

Will man aus dieser Zahl 459684. radicem quadratam nach denen logarithmis ziehen, so nehme man die ersten 4. Ziffern, (weil in den Tafeln die Zahlen meistens nur auf 4. Ziffern, ob wohl in den grössern auf 5. gesetzt) diese 4. Ziffern setze man also hin.

4596. Suche darzu ihren Logarithmum, der ist (ungerechnet des Indicis 3.) 662380. Hierzu muß man einen grössern Indicem ordnen, der ist allezeit um eine Ziffer oder Zahl weniger als die sämmtlichen Ziffern der Quadrat-Zahl, nun sind der Quadrat-Zahl Ziffern 459684. sechse, darum

muß

muß der Index nur 5. seyn, steht demnach also:

4596. deren logar. 5. 6623800.

diesen durch 2. div. 2. 8311900.

Solchen in den Tafeln aufgesucht, steht dabey die Quadrat-Wurtzel 678.

In kleinern Zahlen, die nur in 3. oder 4. Ziffern bestehen, geht es um so viel desto behender an; als ich soll radicem quadratam nach denen logarithmis aus 2304. extrahirn, hierzu such ich ihren logarithmum, solcher ist 3. 3624825. den halbir ich, kommt log. 16812412. diesen in den Tafeln aufgesucht, steht darbey 48. die Quadrat-Wurtzel.

Radix cubica.

Wo die cubic-Zahlen auch grösser seyn, als die Zahlen in den Tafeln, wird mit extrahirung der cubic-Wurtzeln nach den Logarithmis also procedirt: Als ich soll radicem cubicam aus der cubic-Zahl 31166 5752. extrahiren, nehme daran nur die födern 4. Ziffern: 3116.

3116. suche darzu logarithmum, der ist 3.4935974. davon werff ich den Indicem 3. hinweg, und nehme einen andern, der um 1. weniger ist, als die Anzahl der Ziffern 311665752. nehmlich 8.

Kommt log. 8.4935974. diesen als in Cubischen extr. per 3. dividirt:

Kommt logar. 2.8311991. dessen absolut-Zahl in Tabulis aufgesucht, thut 678. pro radice cubica.

Radix Zensizensica.

Wird gleichfalls also gefunden, als: Ich soll radicem Zensizensicam aus 182940976656. extrahiren, hierzu nehme ich nur die ersten 4. Ziffern 1829. und suche deren logarithmum auf, der ist 3.2622137. Ich muß aber an statt des Indicis 3. einen andern Indicem nehmen, nehmlich um 1. weniger als die Zahl der Ziffern 182940976656. der ist 11. und wird an obstehenden logarithmum an statt des Indicis 3. gesetzt, kommt logar. 11.2622137. Diesen dividirt durch 4. bringt einen andern

Lo-

Logarithmum auf 2. 8155534. solchen in den Tafeln aufgesucht, kommen 654. als radix Zensizensica.

Radix Sursolida.

Item ich soll radicem sursolidam nach den Logarithmis extrahiren aus 11964339873 3024. wie viel wird solcher radix seyn? Antwort 654.

Ich nehme gleichfalls nur die ersten 4. Ziffern 1196. suche darauf den Logarithmum, der ist 3. 0777312. muß aber gleichfalls den Indicem 3. hinweg thun, und dafür um 1. Zahl weniger setzen, als obige sursolid-Zahl, kommt also 14. 0777312. dieser dividirt durch 5. bringt Logarithmum 2. 8155462. dessen absolut-Zahl in den Tafeln 654. als radix Sursolida.

Radix Zensicubica.

Item aus 78246782771397696. radicem Zensicubicam per logarithmos extrahirt, thut gleichfalls 654.

Auf die ersten vier Ziffern 7824. den Logarithmum in den Tafeln gesucht, thut

thut 3. 8934288. den Indicem 3. hiervon weggethan, und einen andern nach Anzahl der Ziffern obiger Zahl weniger eins daran gesetzt, kommen 16. 8934288. diese durch 6. dividirt, geben logarithmum 2. 8155714. hierauf die absolut-Zahl in den Tafeln gesucht, thut 654. pro radice Zensicubica.

Radix Bsursolida.

Item aus 511733959324940931184. ist radix Bsursolida gleichfalls 654.

Die ersten 4. Ziffern 5117. geben in den Tafeln logarithmum 3. 7090154. hiervon den Indicem 3. weggethan, und dafür einen andern nach Anzahl obiger Ziffern weniger eins einen andern gesetzt, so 19. also daß der logar. 19. 7090154. diesen durch 7. dividirt, giebt logarith. 2. 8155736. dessen absolut-Zahl in den Tafeln aufgesucht, giebt 654. radicem Bsursolidam.

Radix Zenszensdezensica

Ist aus 33467400939851136942336. gleichfalls 654.

Denn auf die ersten 4. Ziffern 3364. in den Tafeln den Logarithmum gesucht, thut solcher 3. 5245259. und mit Hinwegnehmung des Indicis 3. darfür gesetzt 22. 5245259. diß dividirt durch 8. giebt Logarith. 2. 8155782. dessen absolut-Zahl in den Tafeln 654. als radix Zenszensdezensica.

Radix Cubi de Cubo.

Aus 218876802146626435602877744. ist gleicher gestalt 654. den auf die ersten 4. Ziffern 2188. in denen Tabulis Logarithmorum den Logarith. aufgesucht, thut solcher 3. 3400473. davon den Indicem 3. genommen, und einen andern nach Anzahl obiger Ziffern weniger eins daran gesetzt, kommt Logarithm. 25. 3400473. diesen durch 9. dividirt, giebt Logarithm. 2. 8155608. dessen absolut-Zahl in den Tafeln 654.

Siehet man also hieraus den überaus grossen Vortheil und Behendigkeit der Logarithmorum auch in Ausziehung

der radicum. Was Zeit und grosse Mühe mit sehr vielen Ziffern würde einer bey gemeiner extraction solcher radicum zubringen.

Wir sind hierinnen mit denen logarithmis eben hoch, und von der radice quadrata durch alle andere folgende radices, als cubicas, Zensizensicas, Bsursolidas, Zenszensdecensicas und Cubi de Cubo gestiegen, daß wohl der tausende nicht meynen solte, wie man darinnen so hoch steigen, und in dergleichen Kürtze fortkommen könte, wenn er es nicht hier vor Augen sehe. Man nehme nur allhier eine gewisse (als etwan Bsursolid.) oder andere Zahl heraus, und extrahire deren radicem auf gemeine Art, da wird man sehen, was es damit vor Zeit und Mühe kostet, und wie viel hundert Ziffern man darzu brauchen und ansetzen müsse, dahingegen es hier per logarithmos mit so wenigen und gantz leicht gethan.

Und ob man wohl die elaborirten

Tafeln der logarithmorum so hoch nicht hat, als diese grosse Zahlen sind, daraus hier die radices extrahirt worden. So hat man es gleichwohl nur durch die ersten 4. Ziffern bey allen diesen Exempeln wunderbahrer Weise so leicht und behende præstiren, und die extractiones verrichten können; Ob gleich nur in gantzen Zahlen, und man dasjenige, was an Brüchen übrig bleibt, in gar grossen Zahlen nicht eben, wie bey der decimal-Rechnung, weiter sucht, sondern gar fahren låst. Genung ists, daß man es in gantzen so weit bringen kan.

Ich will aber doch, damit an dieser herrlichen Invention nirgend kein Mangel erscheine, noch mit wenigen hinzu setzen und berichten, wenn man aus curiosität gerne auf eine grössere absolut-Zahl, als in den Tabulis zu befinden, selbst einen logarithmum calculiren, oder auch aus einem grössern logarithmo die absolut-Zahl suchen wolte, wie man

man es damit machen müste, Item wie man auch die logarithmos auf gebrochene Zahlen finden könne, als

Den Logarithmum auf eine höhere Zahl, so in den Tafeln nicht zu befinden, zu suchen.

Item was vor einen Logarithmum hat die Zahl 5374826?

Antwort: 3. 7303644082.

Diß wird gesucht in den grossen Tafeln, so hiebevorn der Engeländische Professor Geometriæ zu Oxenfort Henricus Briggius in folio in Druck gegeben, darinnen nimmt man obiger Zahl erste 4. Ziffern 5374. mit ihrem logarithmo 3. 7302976621. und die daselbst folgende 5375. auch mit ihrem logarithmo, zeicht eins von andern ab, also:

5375.	deren logar.	3. 7303784686.
5374.	deren logar.	3. 7302976621.
rest. 1.	rest	808065.

Nun auf die ersten 4. Ziffern an obi-

 ger

ger Zahl 5374826. hab ich allbereit den logarithmum, nehmlich auf 5374. also, daß daran noch 3. Ziffern 826. zurücke seyn, darauf ich die Erfüllung des logarithmi zur gantzen Zahl also suchen muß: weil es noch 3. Ziffern, setz ich an obstehenden ersten Rest 1. noch 3. Nullen, (wenn es 2. Ziffern wären, setzte ich nur 2. Nullen darzu) und suche es per Regulam detri also:

1000. geben 808065. Was 826?
Antwort: 667461.

den hintersten Bruch
laß ich fahren.

Nun 5374. ihren log. 3. 7302976621.

addirt giebt log. 3. 7. 303644082.
auf diese gantze obstehende Zahl 5374826.

Auf einen höher gegebenen Logarithmum, als in den Tafeln nicht zu befinden, seine absolut-Zahl zu suchen.

Item, was vor eine absolut-Zahl hat die-

dieser Logarithmus 7. 5663202845. Antwort: 36840056.

Dieses Logarithmi absolut-Zahl suche ich folgender gestalt:

Ich lasse den Indicem 7. bey fürgegebenen Logarithmo fahren, und suche in der Tafel unter dem Indice 3. welche Zahl oder Logarithmus von dieser 5663. ihren Anfang nimmt, und obigen Logarithmo darinnen am nechsten kommt, solcher ist 3. 5663196215. dessen absolut-Zahl aber 3684.

Nun durch dieses Logarithmi und seiner absolut-Zahl, wie auch des folgenden ihre differenz suche ich den Rest, welcher die absolut-Zahl 3684. erfüllen soll, denn 3684. ist schon ein Anfang, also, daß nur noch 4. Ziffern hinten daran kommen müssen, weil ein ieder Logarithmus, der 7. zum Indice hat, eine absolut-Zahl von 8. Ziffern haben muß, also:

3.5664374922.	36850000.	7.5663202845.
3.5663196215.	36840000.	7.5663196215.
1178707.	10000.	6630.

NB. Die Indices laß ich fahren.

Diß per Regulam detri gemachet, kommt 0056. hier müssen die zwey Nullen deßwegen beygefügt werden, weil ich weiß, daß 8. Ziffern seyn müssen, und doch nur 2. kommen.

Nun schliesse ich obige ersten vier Ziffern und diese viere aneinander, und setze den logarithmum, so bey 3684. gestanden, mit blosser Veränderung des Indicis darzu also:

36840056. logar. 7. 5663202845.

So hab ich nun die absolut-Zahl vorstehend auf vorgegebenen grössern logarithmum gefunden.

Die Logarithmos auf gebrochene Zahlen zu finden.

Item was ist der logarithmus auf $\frac{3}{4}$?
Antwort: 0.1249387366.

Ich kehre die logarithmos der Zahlen

len des Zählers und Nenners um, und subtrahire einen logarithmum vom andern also:

4.	hat zum	logar.	0. 6020599913.
3.	- -	log.	0. 4771212547.
Rest auf $\frac{3}{4}$.		logar.	0. 1249387366.

Wer die grossen Tafeln vorermeldten Engeländischen Professoris nicht hat, kan nur bey den kleinern bleiben, darinnen wird bey 4. der log. 0. 6020600.
Und bey 3. der log. 0. 4771212. seyn, da einer vom andern gezogen auf $\frac{3}{4}$. den logar. 0. 1249388. Uberrest läst. Also auf $\frac{5}{8}$. setzt man 8. und 5. auf $\frac{7}{16}$. voran 16. und 7. drunter, und so fortan.

Ist also vorgehend nunmehro in diesem meinem Geometrischen Lust-Garten zur Vermehrung absonderlich hiermit ausführlich und deutlich genug gehandelt, und dasjenige dadurch zur Gnüge an solchen mit eingebracht, was bey vorigen editionen davon zurück geblieben.

Man stehet darbey, wie hoch und un-

endlich Mathesis in ihrer Nutzbarkeit sey, und was absonderlich in solchen Dingen und herrlichen Inventionen vor Scharffsinnigkeit in denen proportionen enthalten, in Summa, es liegt eine rechte Weißheit darinnen, vor welche und andere unaussprechliche Gaben der allweise GOtt, (als die himmlische Weißheit,) der allein der Geber derselben, und von dem wir alles Gutes haben, weil alle gute und vollkommene Gaben von oben herab, als dem Vater des Lichts, kommen, hier zeitlich und dort ewiglich hertzinniglich zu loben, und ihm schuldigen Danck zu sagen.

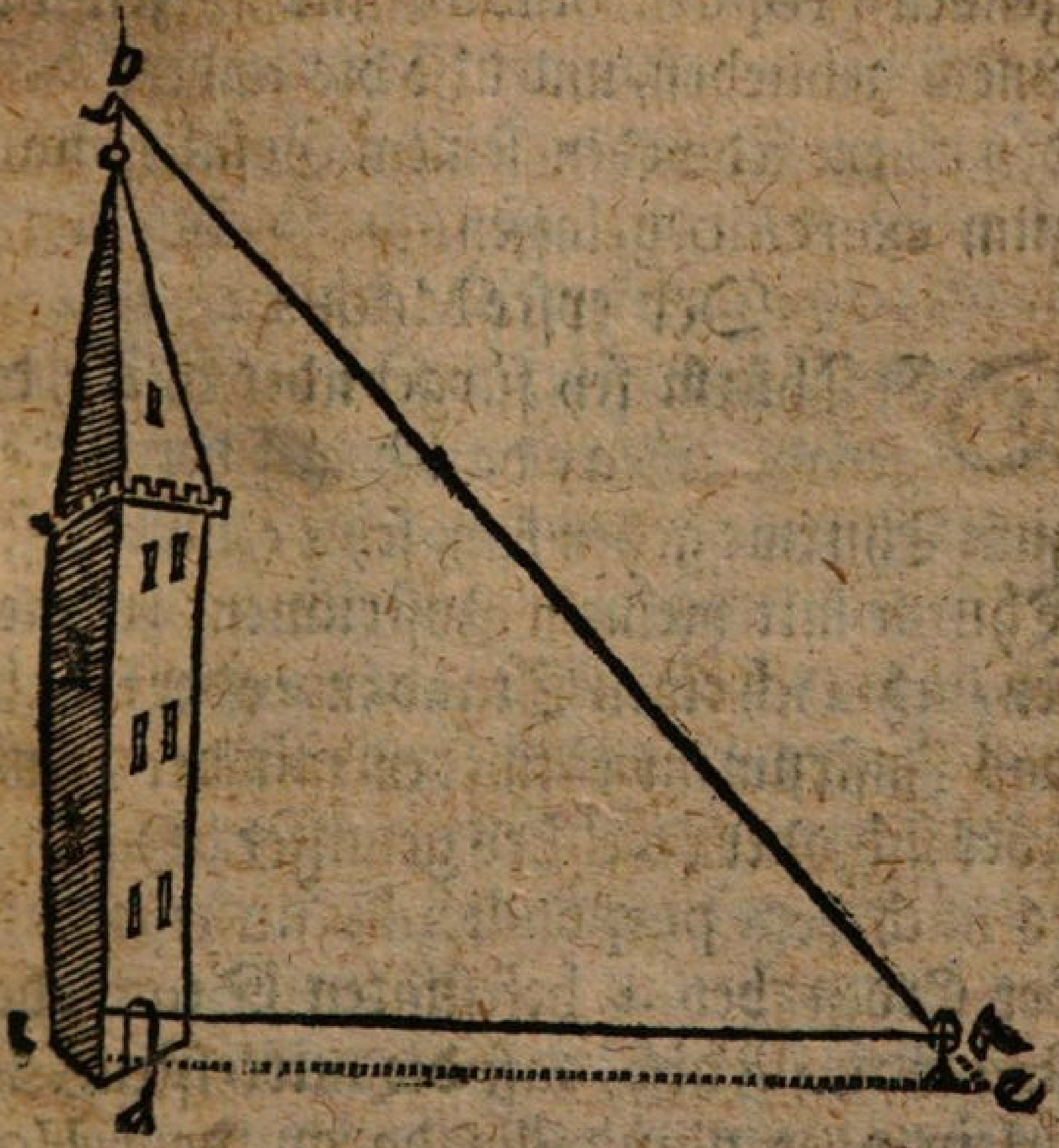
Nun folget von Messung Der Höhen, Tieffen, Weiten, Breiten, Felder, Wälder, Teiche, Wiesen, Gärten, Weinberge, Städte und Länder Durch das Geometrische Scheiben-Instrument.

Die

Die 1. Fürgabe.

Die Höhe eines Thurmes, oder andern Dings zu messen, zu welchen man in einer geraden Linea gehen kan.

DIese und dergleichen Messungen will ich mit dem Geometrischen Scheiben-Instrument ohne und durch die Tabulas Sinuum zu verrichten anweisen,



und bey dieser ersten Fürgabe 3. Modos beschrieben, die ein ieder, seiner Beliebung nach, auch auf hernach folgende Propositiones ziehen, und in allen dergleichen Messungen gebrauchen, und unter solchen dreyen Modis einen erwählen kan, welcher ihm gefällig, wiewohl ich (um Weitläufftigkeit zu vermeiden) in den folgenden Propositionibus nur allezeit bey einem geblieben, und also die andern beyden einem iedweden seinem Gefallen nach zum exercitio gelassen.

Der erste Modus.

DEr Thurm sey fürgebildet in *b c*, die gerade Linea, da ich auf der Erden zum Thurme gehen kan, sey *a c*, nun diesen Thurm mit meinem Instrument zu messen, nehm ich einen Stand in *a* oder *e*, halte das Instrument entweder mit der Hand über sich, oder (welches gewisser ist) hänge es nach dem perpendiculo an einen auf der Erden bey *a* befestigten Stab oder stativam *a e* also, daß die mittelsten Visirlein oder pinnicidia daran dem Horizonti

rizonti parallel lauffen, und ziehe darauf die Regul nach des Thurms Spitzen gerade so weit auf, biß ich durch die pinnicidia oder Visirlein derselben des Thurms Spitze in mein Gesichte bekomme, gesetzt nun, das Instrument sey aufgethan, und bringe in dem Winckel *b a c* 48. Grad, darauf die Lineam *a c* oder *e d* auf der Erden gemessen, die sey lang 16. Ruthen, daraus mach ich die Rechnung nach dem ersten Exempel vorgehender Triangul-Rechnung also: der Winckel *b c a* ist ein rechter Winckel von 90. Grad, und die Linea *b c* der Höhe des Thurms ist Tangens, demnach sprech ich: Sinus totus von 90. Grad 10000000. giebt *a c* oder *e d* 16. Ruthen (die thun 160. Fuß) was Tangens des Winckels *b a c* von 48. Grad 11106125.? Antwort 177$\frac{7}{10}$. Fuß bey nahen, hierzu die Höhe des Stabs, so hoch das Instrument von der Erden hängt, addirt, die sey zum Exempel 3$\frac{3}{10}$. Fuß, thut die gantze Höhe 181. Fuß, diese kan man zu Elen machen, wenn man sagt:

1. Ruthe oder 10. Fuß (wenn die Ruthe in 10. Theil vertheilt ist) thut $7\frac{1}{2}$. Elen, was 181. Fuß? Antwort: $135\frac{3}{4}$. Elen. Dabey zu erinnern, daß bey dieser Messung der ersten Fürgabe nöthig seyn will, wenn man die Höhe eines Thurms gantz biß an den Knopff, Fahne oder Spitze haben will, daß man die Lineam auf der Erde gantz biß unter das Gebäude hinein dem Knopffe oder Fahne diametraliter gleich unter, oder doch äusserlich an der Seite so weit erstrecke und messe, sonsten wo solches nicht geschicht, wird an der Höhe um ein ziemliches gefehlt.

Der andere Modus.

Die Messung durch das Instrument ohne Rechnung zu verrichten.

WEnn ich die Regul auf dem Instrument gleich auf 45. Grad rücke, und hernach so lange gegen dem Thurme hin und wieder gehe, und durch die beyden pinnicidia auf der Regul nach des Knopffes Spitze sehe, biß mir solche in einem gewissen Stande ins Gesichte kommt, so darff ich

ich nur aus solchem Stande die Lineam auf der Erden (wie vorgemeldet) biß unter den Thurm messen, so ist solche gleich so lang, als die Höhe des Thurms; jedoch daß ich darzu addire die Höhe, wie hoch ich das Instrument von der Erden biß an mein Gesichte gehalten.

Der dritte Modus.

WEnn man neben dem grossen Instrument auch einen Transportanten und einen Maaß-Stab hat, so kan man aus obigen ersten Stande die Messung auch verrichten, und nur erst auf dem Maaß-Stabe die gemessene Länge der untersten Linea *a c* nehmen, solche aufreissen, und hernach an derselben Ende in *a* das centrum des Transportanten anlegen, und weil das Instrument in Messen 48. Grad gewiesen, kan man über diese 48. Grad gleicher gestalt eine Lineam an die zuvor aufgerissene anfügen, die ist *a b*, hernach eine andere auf die Lineam *a c* zu Ende derselben in *c* rechtwincklich oder auf 90. Grad stellen;

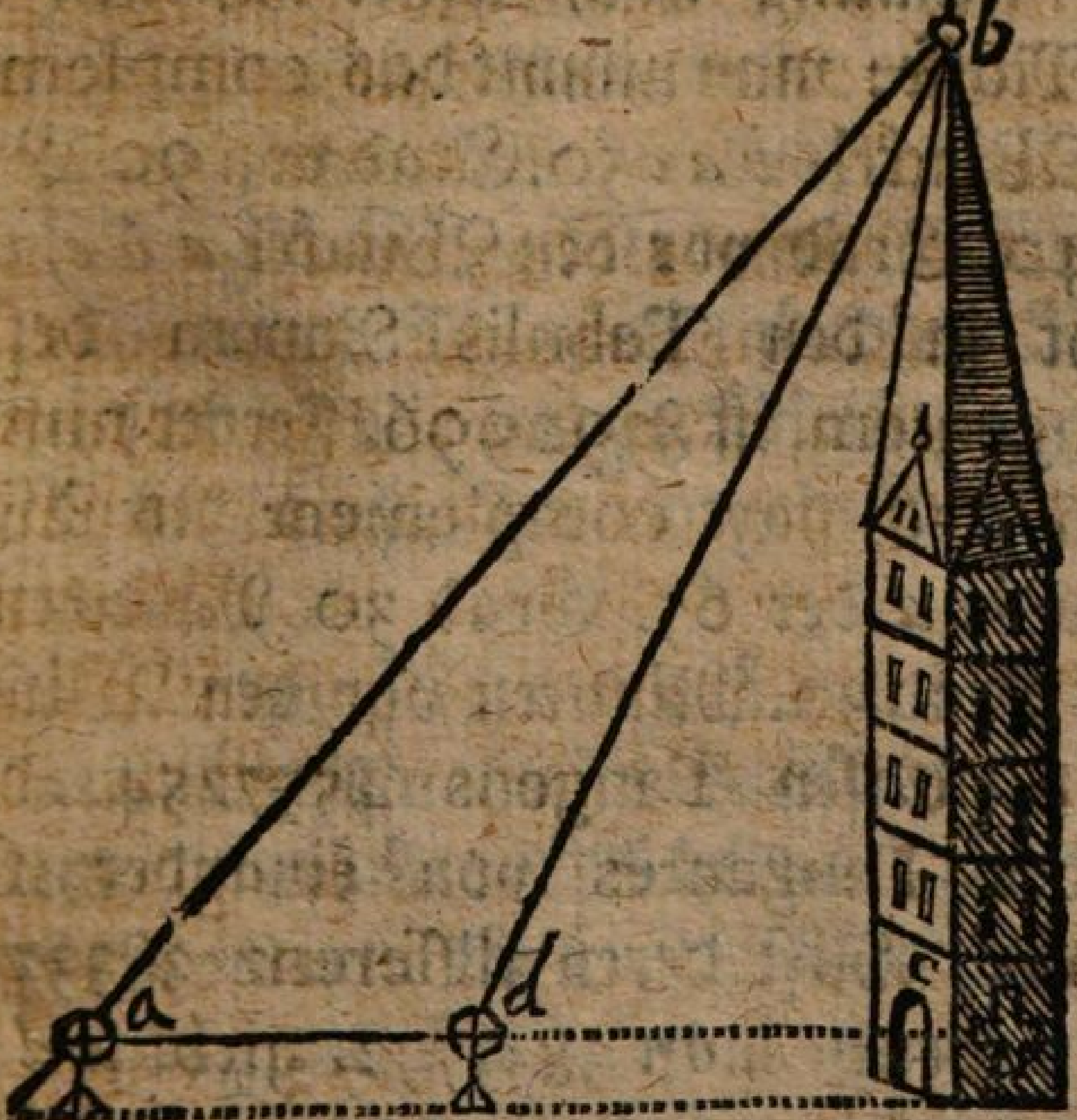
Wo nun diese beyde Linien *ab* und *bc* einander berühren, als *b*, daselbst wird des Thurms Höhe angezeigt durch die Lineam *bc*, deren Länge kan ich also erfahren, wenn ich solche mit dem Circul abfasse und auf eben dem Maaß-Stabe messe, daraus ich die erste *ac* genommen, und wird solche $177\frac{7}{10}$. Fuß seyn, hierzu die Höhe des Stabs, daran das Instrument gehangen, von der Erden biß ans Mittel des Instruments addirt, als $3\frac{3}{10}$. Fuß, so kömmt 181. Fuß vor die gantze Höhe des Thurms *bc*.

Die 2. Fürgabe.

Die Höhe eines Thurms, zu welchem man, wegen eines darzwischen liegenden Wassergrabens, oder anderer Verhinderung, nicht kommen kan, aus einer gegen derselben gerichteten geraden Linien und zweyen Ständen zu messen.

DEs Thurms Höhe sey *bc*, die Linea, so gegen denselben gemessen, sey *ad*, und lang $7\frac{1}{2}$. Ruthen, oder 75. Fuß, auf diese stelle ich erst das Instrument in *a*, und rich-

richte solches auf des Thurms Spitze, befinde vor den Winckel *b a d* 50. Grad, hernach stell ich es in *d*, richte es wieder auf des Thurms Spitze, befinde vor den Winckel *b d c* 65. Grad 30. Minuten, diesen von 180. Grad abgezogen (denn wenn die Linea *b d* gerade aufgerichtet würde, machte sie auf beyden Seiten 2. mahl 90. das ist zusammen 180. Grad) bleibt 114. Grad 30. Minuten vor den inwendigen weiten



Win-

Winckel *b d a*, diesen, und gegenüber stehenden *b a d* 50. Grad von 180. Grad abgezogen, Rest vor den Winckel *a b d* 15. Gr. 30. Minuten. Nun kan man hieraus die Höhe des Thurms eben also calculiren, wie oben bey dem 20. Exempel der Triangul-Rechnung gelehrt, da man nehmlich erst das Stück-Linea *d c* sucht, und hernach nur die perpendicular-Lineam *b c*, als die Höhe des Thurms rechnet, oder man kan die Rechnung noch kürtzer anstellen auf die Masse: man nimmt das complement des Winckels *b a c* 50. Grad von 90. Grad ist 40. Grad vor den Winckel *a b c*, und sucht in den Tabulis Sinuum dessen Tangentem, ist 8390996. Ferner nimmt man auch das complement des Winckels *b c d*, der 65. Grad 30. Minuten ist 24. Grad 30. Minuten vor den Winckel *d b c*, dessen Tangens 4557254. diese beyden Tangentes von einander subtrahirt, Rest deren differenz 3833732. Nun spricht man 3833732. giebt *a d* 75. Fuß, was sinus totus 10000000? Antwort:

wort: $195\frac{6}{10}$. Fuß, hierzu die Höhe des Standes biß ans Mittel des Instruments addirt, die sey wieder $3\frac{3}{10}$. Fuß, kommt $198\frac{9}{10}$. Fuß vor die gantze Höhe des Thurms.

Will man auch wissen, wie weit man vom Thurme gestanden, so rechne man es also: 3833732. giebt 75. Fuß, was 8390996? so wird die Weite daraus gefunden.

Anders
Ohne Rechnung.

Dieses, und alle folgende Exempla kan man gleicher gestalt durch den Transportanten und Maaß-Stab ohne Rechnung finden, wie darzu Anleitung giebt der dritte Modus der vorgehenden ersten Fürgabe.

Allhier darff ich nur erst mit dem Circul auf dem Maaß-Stabe die Länge der Linien *a d* nehmen, und hernach mit dem Transportanten die beyden Winckel *b a d* 50. Grad, und *b d c* 65. Grad 30. Minuten, und aus demselbigen die beyden

Linien *ab* und *db* oben zusammen lauffen lassen, wo nun solche einander berühren, oder durchschneiden, als in *b*, allda fälle ich eine perpendicular-Lineam auf die erlängerte Lineam *bc*, so habe ich des Thurms Höhe *bc*, welcher Länge sich mit dem Circul abgenommen, und auf den Maaß-Stab getragen, auf $195\frac{3}{10}$. Fuß addirt, bringt die gantze Höhe auf $198\frac{2}{10}$. Fuß.

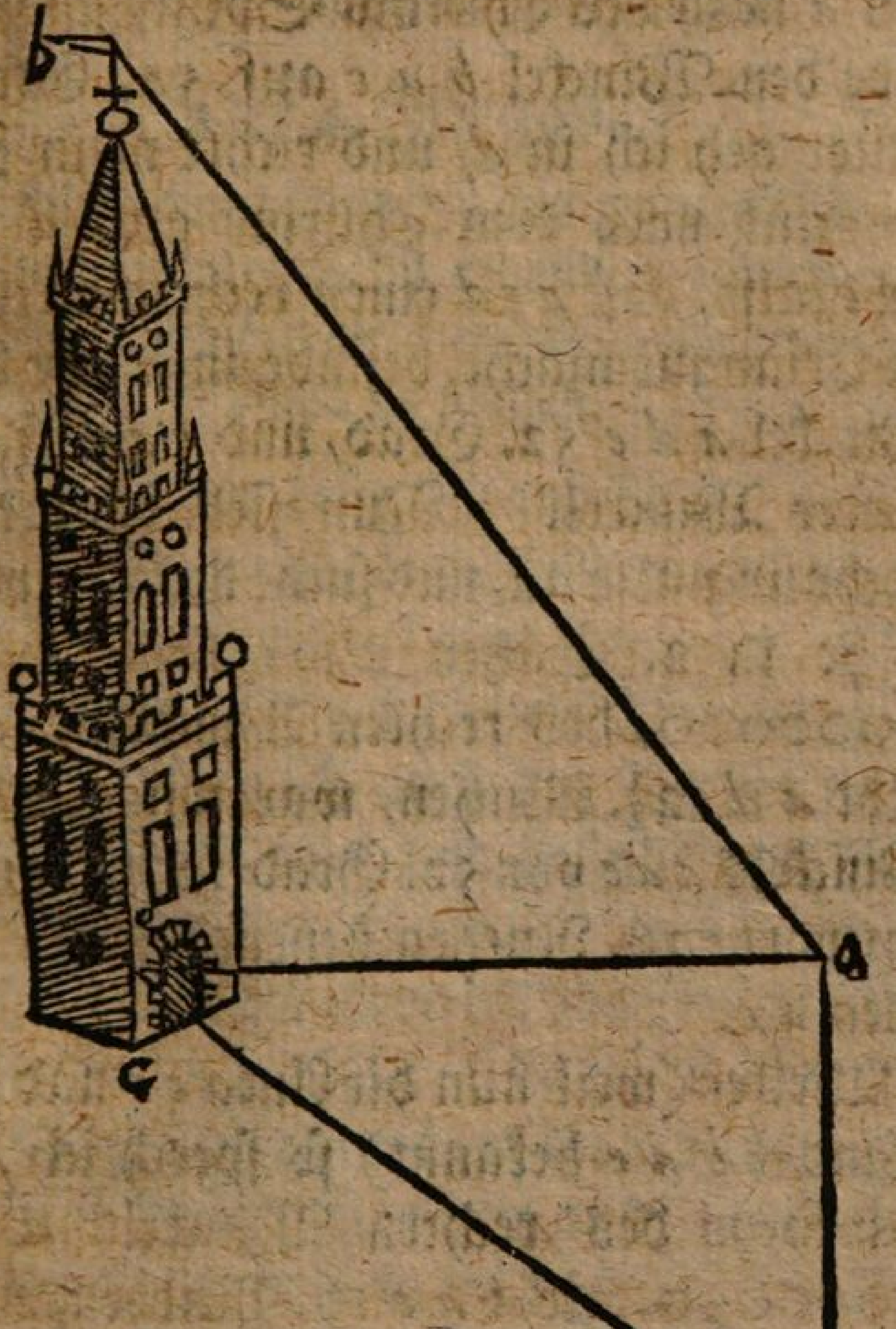
In den folgenden Fürgaben will ich um Kürtze willen diesen Modum übergehen, und denselben einem ieden zu seiner Ubung lassen.

Die 3. Fürgabe.

Die Höhe eines Thurms zu messen, zu welchen man in einer geraden Linea, wegen allerley Verhinderung, weder vorwarts kommen, noch hinterrücks gehen, sondern nur seithalben auf der Erden eine Lineam, so mit des Thurms Grunde in gleicher Höhe gelegen, rechtwincklicht begehen, und die Höhe aus zweyen Ständen nehmen kan.

DIe Höhe des Thurms sey *bc*, die Linea

nea, welche seitwerts kan begangen und



gemessen werden, sey *a d* 12½. Ruthen, hier

hier richte ich nun erst mein Instrument aus *a* nach des Thurms Spitze, und befinde den Winckel *b a c* auf 54. Grad, weiter geh ich in *d*, und richte mein Instrument nach dem Thurme aus *d* gegen *e*, also, daß *a e d* einen rechtwincklichten Triangul mache, befinde in *d* vor den Winckel *a d e* 52. Grad, und *e a d* ist ein rechter Winckel. Nun stell ich meine Rechnung also an, und suche des Thurms Höhe in 2. Sätzen also: sinus totus 10000000. des rechten Winckels *a e d*, giebt *a d* 12½. Ruthen, was tangens des Winckels *a d e* von 52. Grad 12799416? Antwort: 16. Ruthen bey nahen vor die Linea *a e*.

Weiter (weil nun die Linea *a e* und der Winckel *b a e* bekannt) so sprech ich, sinus totus des rechten Winckels *a e b* 10000000. giebt *a e* 16. Ruthen, was tangens des Winckels *b a e* von 54. Grad 13763819? Antwort: 20. Ruthen oder 220. Fuß bey nahen, darzu die Höhe, wie hoch das Instrument gestanden, addirt,

die

die sey allhier 4. Fuß, kommt 224. Fuß vor die gantze Höhe des Thurms.

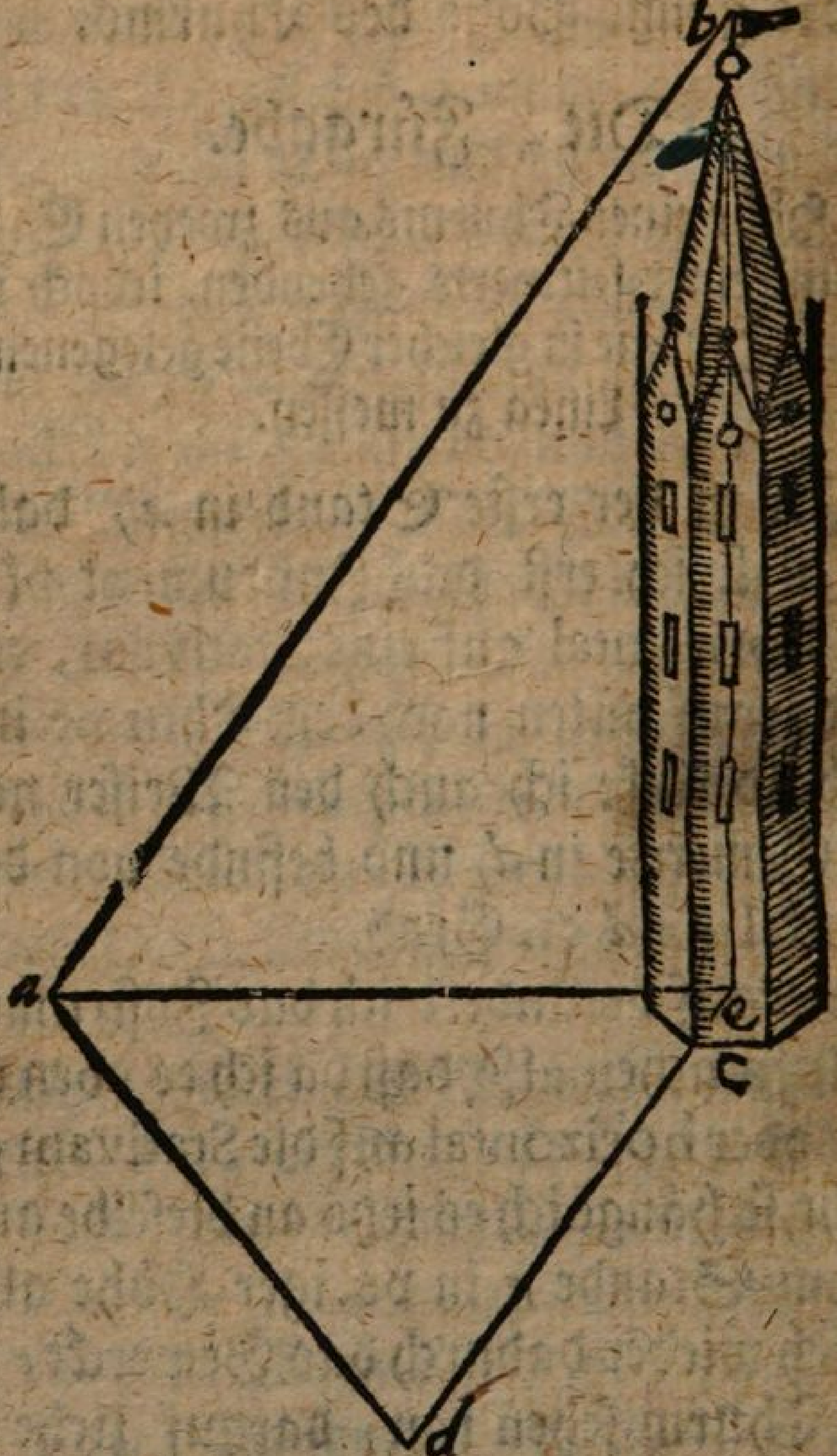
Die 4. Fürgabe.

Die Höhe eines Thurms aus zweyen Ständen, und einer seitwerts gehenden, iedoch mit dem Thurme in gleicher Ebene gelegenen Linea zu messen.

HIer ist der erste Stand in *a*, dahin stell ich erst das Instrument platt oder horizontal auf eine Stativam, und sehe darauf unten nach dem Thurme in *e*, alsobald rücke ich auch den Weiser nach dem Gemercke in *d*, und befinde von dem Winckel *e a d* 51. Grad.

Hierauf verändere ich das Instrument im Aufmachen, also, daß da ich es oben erst platt oder horizontal auf die Stativam gemacht, so hänge ich es ietzo an dieselbe auch in dem Stande *a* in voriger Höhe also: daß ich wieder dadurch das Gemercke *e* an dem Thurm sehen kan, darauf ziehe ich die Regul unverruckt des Instruments so hoch über sich, biß ich dadurch des Thur-

Thurmes Spitze zu Geſichte bekomme,



dabey befinde ich am Inſtrument allhier von dem Winckel *c a b* 50. Gr.

Fer=

Ferner stelle ich auch das Instrument wie Anfangs in *a* gleicher gestalt horizontal auf die Stativam in Gemercke *d*, daselbst richte ich es mit zweyen pinnicidiis nach *a*, mit dem Weiser aber nach *e*, und befinde vor den Winckel *a d e* 73. Grad. Nun messe ich erst auf der Erden die Lineam *a d*, die sey lang 14. Ruthen.

Darauf calculire ich des Thurms Höhe in zwey Sätzen, wie folget:

Erstlich die beyden Winckel *e a d* 51. Grad, und *a d e* 73. Grad von 180. Grad abgezogen, bleiben 56. Grad vor den Winckel *a c d*, dessen sinus 8290376. giebt *a d* 14. Ruthen, was sinus von 73. Grad des Winckels *a d c* 9563048.? Antwort: $10\frac{11}{100}$. Ruthen vor die Linea *a e*.

Nun sprech ich weiter: sinus totus von 90. Grad, 10000000. giebt *a e* $16\frac{15}{100}$. Ruthen, was tangens des Winckels *b a e* von 50. Grad 11917536? Antwort: $19\frac{24}{100}$. Ruthen, darzu 4. Fuß, so hoch das Instrument gestanden, addirt, thut zusammen $19\frac{64}{100}$. Ruthen.

Wolte ich auch wissen, wie weit ich in *d* vom Thurme gestanden, könte ich solches nach der Triangul-Rechnung aus 2. bekannten Winckeln und der bekannten Linea rechnen.

Die 5. Fürgabe.

Die Höhe eines über einem Wasser-Graben gelegenen Thurms samt der Breite des Grabens zu messen.

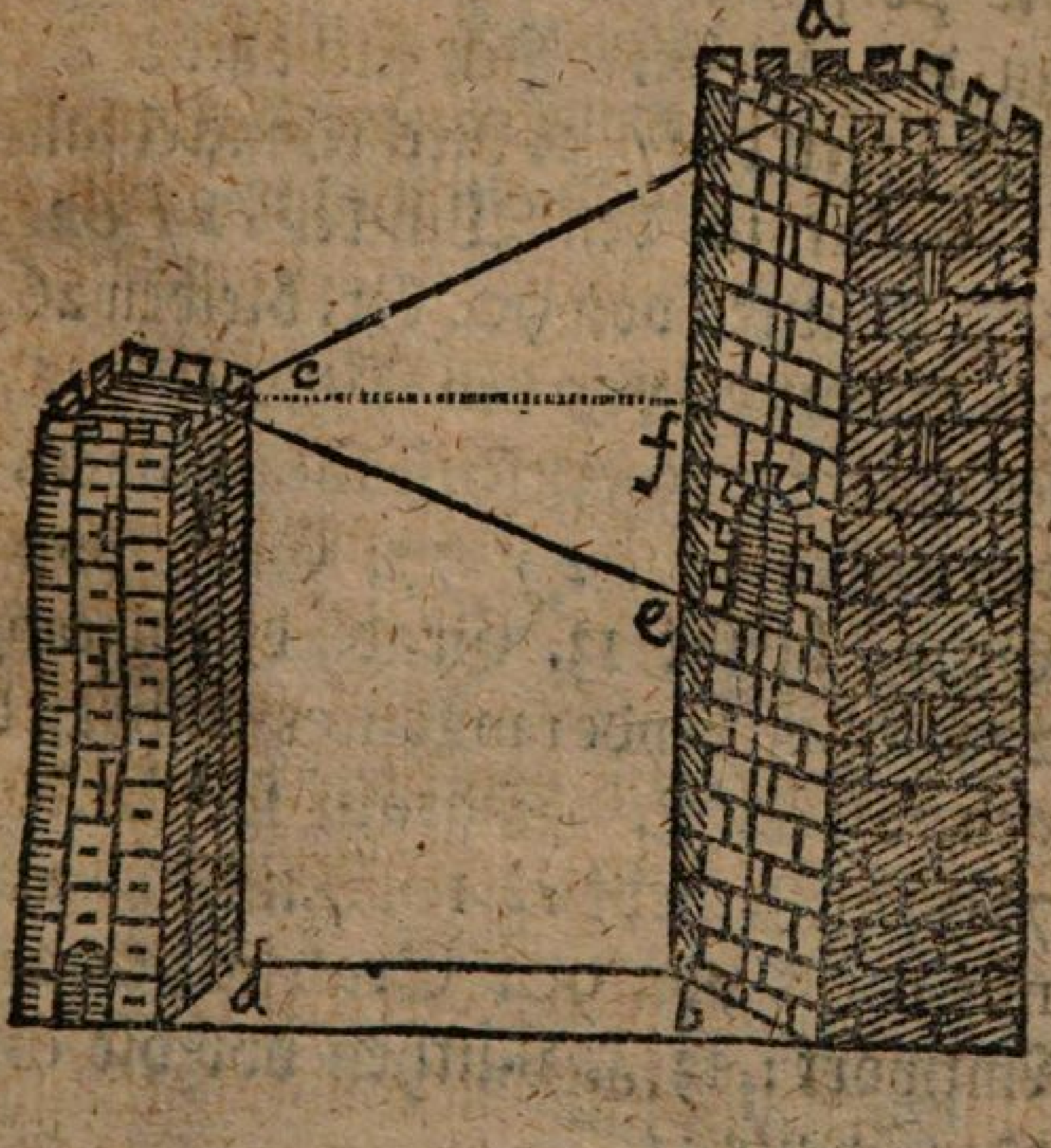
Diß kan geschehen entweder nach vorgehender andern oder vierdten Fürgabe, da bey der andern vor die Breite des Grabens die Linea *dc*, und bey der vierdten die gantze Linea *ae* kan verstanden werden, bedarff also bey dieser Fürgabe weiter keiner andern Erklärung.

Die 6. Fürgabe.

Auf einem höhern Thurm oder Gebäude aus zwey über einander gehenden Fenstern oder Ständen, eines andern niedrigern, und auf gleichem Grunde gegenüber gelegenen Thurms oder Gebäudes Höhe zu messen.

Die

Die Höhe des höhern Thurms sey *ab*, daselbst sey oben der erste Stand in *a*, und der andere in *e*, aus *a* richte ich mein Instrument nach des kleinern



Thurms Spitze in *c*, und befinde den Winckel *c a e* auf 62. Grad 30. Minuten. Ferner richte ich es auch aus *e* gegen *c*, und befinde den Win-

ckel *e c a* auf 77. Grad, das Theil der Höhe des Thurms von *a* biß *e* gemessen, thut 10. Ruthen.

Allhier hab ich nun einen scharffwincklichten Triangul *a c e*, zu solchem such ich die perpendicular-Lineam *c f*, die zeigt an die Weite. Ich suche aber dieselbe also: weil bey *f* 2. Rechtwinckel fallen, so subtrahir ich den Winckel *c a f* 62. Gr. 30. Minuten von 90. Gr. bleiben 26. Gr. 30. Minuten vor den Winckel *a c f*, dessen tangens 4985816. so subtrahir ich auch den Winckel *c e f* 77. Grad von 90. Grad, bleibt 13. Grad, dessen tangens 2308682. beyde tangentes addirt, bringen 7294498. Darauf sprech ich also: 7294498. giebt *a e* 10. Ruthen, was sinus totus von 90. Grad 10000000. ? Antwort: $13\frac{7}{10}$. Ruthen vor die distantz oder Weite *c f*.

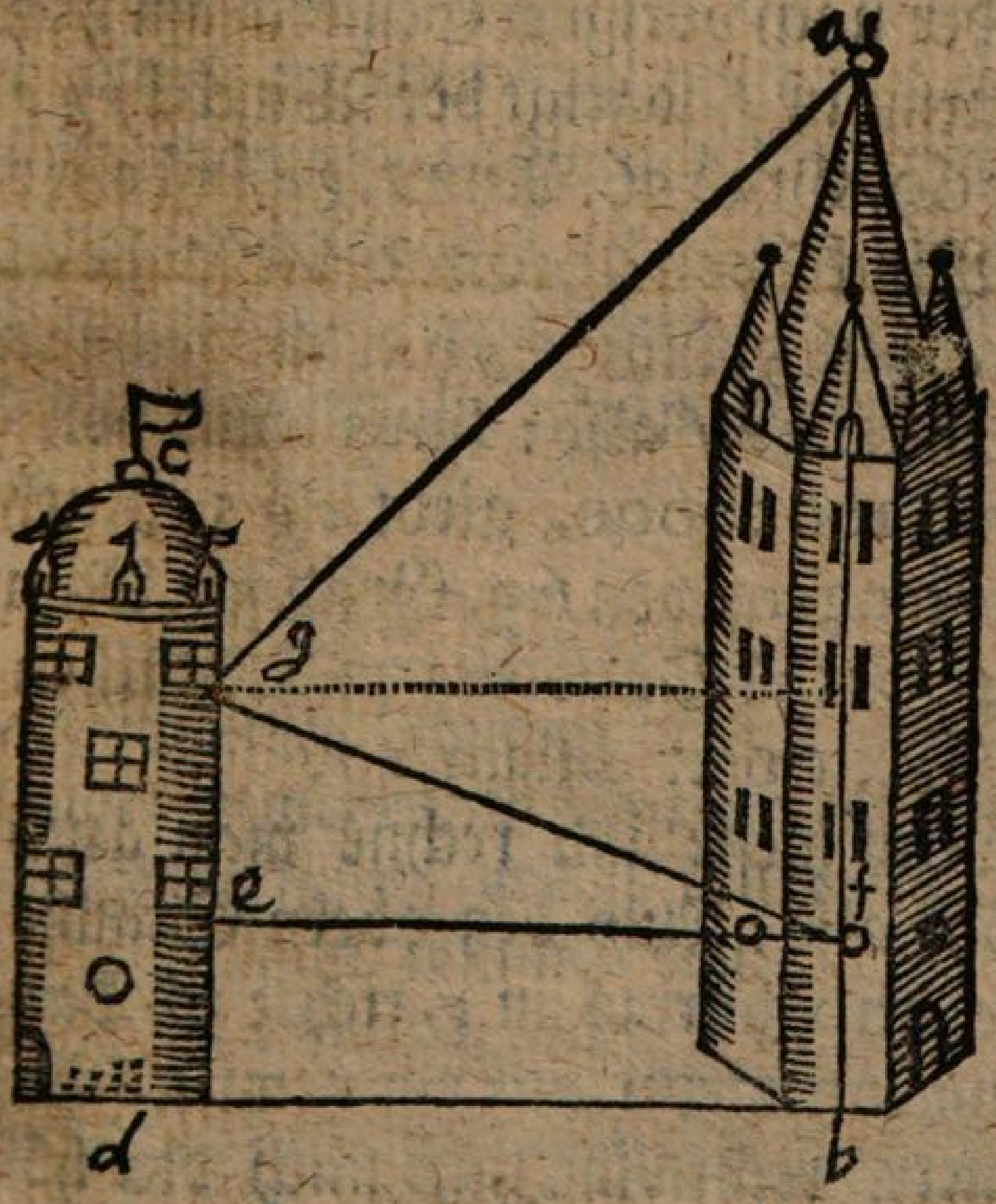
Nun auch die Höhe des kleinen Thurms also gerechnet: sinus totus von 90. Grad 10000000. giebt $13\frac{7}{10}$. Ruthen, was tangens des Winckels *a c f* von 26. Gr.

30.

30. Min. 4985816? Antwort: 6 $\frac{82}{100}$. Ruthen vor die Höhe *af* diese von der ganzen Höhe des höhern Thurms *ab* 18 $\frac{1}{2}$. Ruthe abgezogen, bleiben 11 $\frac{68}{100}$. Ruthen vor *bf*, gleich so hoch ist auch der kleinere Thurm *cd*.

Die 7. Fürgabe.

Auf einem niedrigen Thurm oder Gebäude die Höhe eines höhern zu messen.



ERstlich die distanz oder Weite von einem Thurme zum andern zu messen, nehme man unten auf dem kleinern Thurme *c d* den ersten Stand in *e*, richte das Instrument gerade auf 90. Grad in einer geraden Linea auf ein Augengemercke des grössern Thurms in *f*, hernach gehe man auf dem kleinern Thurme höher biß in *g*, und richte das Instrument wieder nach vorigem Gemerck am höhern Thurme in *f*, so zeigt der Winckel *f g e* allhier 69. Grad 56. Minut. *g e f* ist ein rechter Winckel von 90. Grad, die Höhe aus *g* biß *c* thut 5. Ruthen, hieraus rechne man die distanz *e f* also: sinus totus von 90. Grad 10000000. giebt *e g* 5. Ruthen, was tangens von 69. Grad 57. Minuten 27400352? Antwort: 13$\frac{7}{10}$. Ruthen vor die Weite oder distanz *e f*.

Nun messe und rechne man auch die Höhe also: Aus den obern Stande des kleinern Thurms in *g*, richte ich das Instrument wieder auf ein gewisses Augengemerck rechtwincklicht nach den höhern Thur-

Thurme in *b*, ingleichen nach dem höchsten Theil oder Spitze in *a*, und befinde vor dem Winckel *a g b* 35. Grad, dessen tangens thut 7002075. darauf stell ich die Rechnung also an: Sinus totus von 90. Grad 10000000. giebt *g b* $13\frac{7}{10}$. Ruthen, was tangens von 35. Grad 7002075. Antwort: $9\frac{59}{100}$. Ruthen vor das Stück der Höhe *b a*, hierzu das Theil am kleinern Thurm der Höhe *g d* (so gemessen seyn muß) welches $8\frac{81}{100}$. Ruthen thut, addirt, kommt vor die gantze Höhe des grössern Thurms *a b* $18\frac{5}{10}$. Ruthen, jedoch zu verstehen, wo dieser höhere Thurm mit dem kleinern auf gleichem Grunde gelegen.

Die 8. Fürgabe.

Die Höhe eines Thurms oder andern Gebäudes zu messen, an deme man nur die Spitze sehen, und zu demselben nicht kommen kan.

WEnn der Thurm nur mit dem Grunde, darauf ich stehe, gleicher Höhe liegt,

kan die Messung ohne Schwerigkeit nach vorgehender 4ten Fürgabe verrichtet werden, es mögen gleich Häuser oder Berge biß an des Thurmes Spitze im Wege stehen, und der Thurm nur ein wenig darüber herfür ragen.

Die 9. Fürgabe.

Die Höhe eines Berges zu messen.

Diß mag man thun in ebenem Felde, oder auf einem Thurme, oder auf einem andern Berge, oder andern Höhe, wie es vorkommt, und kan man nur oben auf dem Berge, so gemessen soll werden, ein gewiß Augen-Gemerck der Höhe ins Gesichte fassen, und die Messung darauf, nach Anweisung der vorgehenden Fürgabe, leicht also verrichten, darum allhier unnöthig, davon mehr Weitläufftigkeit zu machen.

Die 10. Fürgabe.

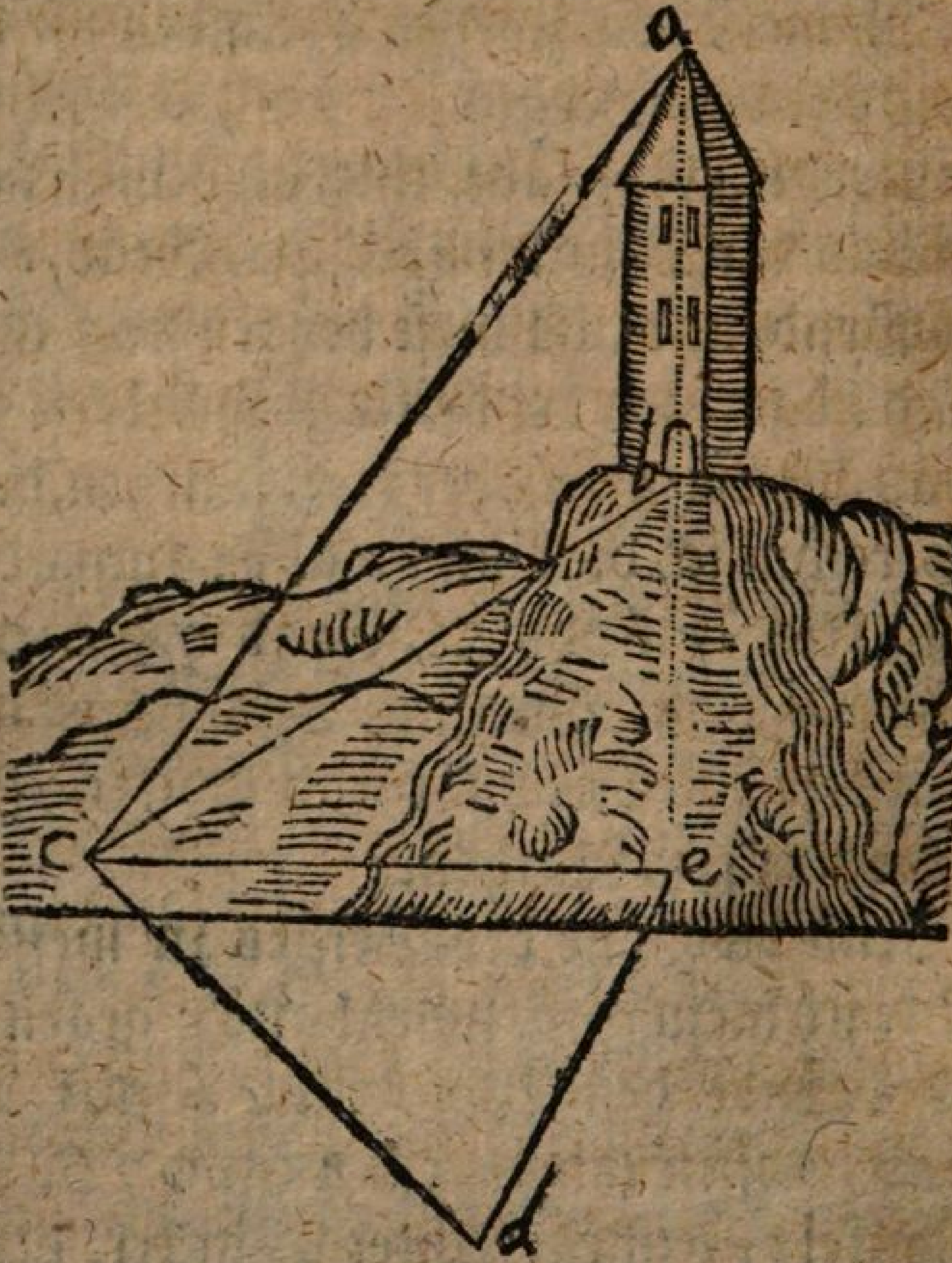
Die Höhe eines Thurmes, so auf einem Berge gelegen, unten am Berge im Thal abzusehen und zu messen.

Ich

Ich messe aus zweyen Ständen *c d* die Höhe des Berges *e b* nach vorgehender vierdten Fürgabe, thut an dem Triangul *c d e* der Winckel *e c d* 40. Grad, *e d c* 88. Grad, und also diese beyden von 180. Grad abgezogen der dritte Winckel *c e d* 52. Grad, die Linea *c d* aber $11\frac{6}{10}$. Ruthen, daraus rechne ich die Linie *c e* also: sinus des Winckels *c e d* von 52. Grad 7880107. giebt *c d* $11\frac{6}{10}$. Ruthen, was sinus des Winckels *c d e* von 88. Grad 9993908.? Antwort $14\frac{7}{10}$. Ruthen.

Nun die Höhe des Berges zu messen, richte ich mein Instrument aus *c* gegen *b*, und befinde den Winckel *e c b* auf 33. Grad, dessen tangens 6494076. der Winckel *c e b* ist ein rechter Winckel, derowegen sprech ich: Sinus totus 10000000. giebt *e c* $14\frac{71}{100}$. Ruthen, was tangens des Winckels *b c e* von 33. Gr. 6494076? Antwort: $9\frac{56}{100}$. Ruthen biß an mein Gesicht, oder wie hoch das Instrument gestanden.

Ferner nun auch die Höhe des Thurms



zu messen, so lasse ich das Instrument eben in diesem Stande unverrückt stehen, und richte nur die Regul darauf biß an des Thurms Spitze, und befinde den Winckel *e c a* auf 51. Grad 30. Minuten, deren tangens thut 12571723. darauf sprech ich weiter: Sinus totus 10000000. gibt

a c e

a c e 14$\frac{73}{100}$. Ruthen, was tangens des Winckels *a c e* von 51. Grad 30. Minuten 12571723. Antwort: 18$\frac{41}{100}$. Ruthen vor die Höhe *a e* als Berg und Thurm zusammen, hiervon die Höhe des Berges 9$\frac{56}{100}$. abgezogen, restirt vor die Höhe des Thurms *a b* 8$\frac{94}{100}$.

Die II. Fürgabe.

Die Höhe eines Thurms, Gebäudes, Berges, oder andern Dings, von Geschoß zu Geschoß, oder von Absatz zu Absatz, von unten biß oben hinaus zu messen.

DIese Fürgabe bedarff keiner absonderlichen Erklärung, weil solche schon durch vorgehende gnugsam zu verstehen, denn wie ich daselbst über die Lineam *b c* mein Instrument noch höher biß *a* wieder aufgespannt, und erst den Berg, hernach den Thurm gemessen, also könte ich auch den Thurm nur erst biß an ein Fenster oder ander Gemerck, vom Fenster biß ans Tach, und das Tach hernach absonderlich messen.

Die 12. Fürgabe.

Die Höhe der Sonnen, Mond und Sternen, wie viel Grad und Minuten dieselbe jedesmahl über den Horizont erhoben, zu messen.

MAn nimmt das Instrument, hält es entweder hangend in der Hand, oder hänget es an ein stativam Wagrecht, und richte es gegen die Sonne, Mond, oder einen Stern, welches Höhe man zu wissen begehret, zeicht darauf die Regul so lange auf und ab, biß am Tage der Sonnen-Strahl durch beyde pinnicidia fållet, des Nachts aber durch dieselben in den Mond oder Sternen gesehen werden kan, so zeiget die Regul auf dem Instrument die Grad und Minuten der Höhen an.

Diß dient unter andern an der Sonnen mit darzu, die Stunden bey Tag und Nacht, item eines Orts Elevationem poli vermittelst gewisser Tabellen dadurch zu suchen, an dem Monden und Sternen aber stellatim zu gehen, und nach besche-

schehener Messung durch Hülffe eines globi cœlestis die Sternen kennen zu lernen.

Sonsten andere Messungen der Sonnen, Mond und Sternen belangende, wie viel Meilen nehmlich dieselbe über dem Erdboden stehen, kan man, um Weitläufftigkeit zu vermeiden, sparen, biß man Astronomiam vornimmt, da man bey Ptolomæo, Copernico, Tychone, und andern fürnehmen Mathematicis finden wird, wie dergleichen Messungen nach dem Semidiametro Terræ nicht ohne grosse subtilität müssen verrichtet werden.

Die 13. Fürgabe.

Die Tieffe von einem Berge in einem Thal zu messen.

Diese Messung kan am füglichsten vollbracht werden, wenn man auf dem Berge etwa seine Standlineam auf einem Thurme, Hause, gerade stehenden Baume, oder herfür gleich über sich ragende Stück-Klippe nehmen kan, wie an der Fi-

gur bey der 10. Fürgabe vorgehend zu sehen, da die Messung ins Thal *c* aus beyden Ständen *a* und *b* geschehen mag, also: in *a* laß ich das Instrument perpendiculariter hangen gegen *b*, und ziehe daran die Regul über sich gegen *c*, so bekomm ich den Winckel *b a c* auf 38. Grad 34. Minuten, und den Winckel *a b c* auf 122. Grad 56. Minuten, thut demnach der Winckel *a c b* 18. Grad 30. Min. die Höhe des Thurmes von *a* biß *b* gemessen, sey $8\frac{94}{100}$. Ruthen, und hab ich einen stumpffwincklichten Triangul *a b c*, daran die Seite *b c* calculirt wird, nach dem 16. Exempel der Triangul-Rechnung, also: Sinus des Winckels *a c b* von 18. Grad 30. Min. 3173047. giebt $8\frac{94}{100}$. Ruthen der Seite *a b*, als die Höhe des Thurms, was Sinus des Winckels *b a c* von 38. Grad 34. Minuten 6234248? Antwort: $17\frac{56}{100}$. Ruthen vor die Linea *b c*, biß ins Thal in *c*.

Die 14. Fürgabe.

Die Tieffe eines Berges mitten durch biß unten dem Thale gleich einzumessen.

Als

Als gesetzt, man begehre nach vorgehender Figur bey der 10. Fürgabe zu wissen, wie tieff gerade mitten durch den Berg von *b* biß *e*, so kan man erst die Lineam *b c* nach vorgehender Fürgabe suchen, die ist $17\frac{56}{100}$. Ruthen, hierauf stell ich mein Instrument in *b*, und lasse es nach dem perpendicul unter sich hangen, richte den Weiser gegen den Punct *c*, und sehe, wie viel Grad der Winckel *c b e* sey, derselbe thut hier 57. Grad, *b c e* ist ein rechter Winckel, so muß demnach der Winckel *b c e* (wenn ich 57. Grad von 90. Grad subtrahire) 33. Grad thun, darauf ist die Rechnung leicht zu machen, also: Sinus totus des Winckels *b e c* 10000000. giebt seine gegenüber stehende Lineam *b c* $17\frac{56}{100}$. Ruthen, was Sinus des Winckels *b c e* von 33. Grad 5446390? Antwort: $9\frac{56}{100}$. Ruthen vor die Linea *b c*, als die gesuchte Tieffe.

Die 1. Fürgabe.

Die Tieffe oder Weite aus einem Thal biß mitten unter einen Berg zu ersuchen.

Wenn

WEnn nach bißhero gebrauchter Figur oben durch einen von *b* biß *e* eingeschlagen, und hernach unten von *c* biß *e* eine Wasserklufft geführet werden solte, und man begehrte zu wissen, wie weit von *c* biß *e* wäre, so könte man aus vorgehender Fürgabe die Lineam *ce* leicht erkundigen, also Sinus totus 10000000. giebt die Lineam *be* $9\frac{56}{100}$. Ruthen, was tangens des Winckels *bce* von 57. Grad 1539865. Oder Sinus totus von 90. Grad 10000000. giebt seine gegenüber stehende Seite *bc* $17\frac{56}{100}$. Ruthen, was Sinus des Winckels *cbe*, von 57. Grad 8386706.? Antwort: $14\frac{7}{10}$. Ruthen, vor die Linea *ce*.

Die 16. Fürgabe.

Die Tieffe einer Wasser-Quelle, wie hoch oder wie tieff dieselbe gelegen, und ob selbige an einen gewissen Ort durch Röhren geleitet werden könne, oder nicht, zu messen und abzuwägen.

DEr Ort, Stadt, Festung, Garten oder anders, dahin man das Wasser lei-

leiten will, wird (wenn man bey der Quelle steht) entweder am Wasser gesehen werden können, oder nicht.

Kan er 1. gesehen werden, so geht man nur etliche Schritte an einen niedrigen Ort, von der Quelle abwärts nach der Stadt zu, hängt daselbst das Instrument an eine stativam oder Stab, und richtet es also, daß wenn man sich mit dem Gesichte nach der Quelle kehret, man durch beyde dem horizont parallel lauffende pinnicidia superficiem aquæ oder platt aufs Wasser sehen kan, darauf läßt man das Instrument unverruckt hangen, und gehet auf die andere Seite des Instruments, kehrt den Rücken nach der Quelle, und siehet durch vorige unverruckt gelassenen pinnicidia nach der Stadt; siehet man nun über die Thürme, Häuser, oder Mauren selbiges Orts, oder Stadt, so ist der Quell höher, und solche Stadt oder Ort tieffer gelegen, und das Wasser aus dem Quell gar wohl dahin zu bringen; siehet man aber unter die

Mau-

Mauren oder Häuser unten an derselben Grund, also daß auch der Grund übers Gesichte geht, so ist nicht müglich, das Wasser durch Canale, Röhren, oder Wasser-Gräben dahin zu leiten; käme aber der Grund oder das Ende oder unterste Theil der Mauren oder Gebäude des Orts dennoch ein wenig unter das Gesichte, oder dem Gesichte gleich, so würde zwar das Wasser noch wohl dahin zu bringen seyn, und dahin lauffen, aber es würde daselbst nicht hoch oder gar nicht über sich steigen, da hingegen wenn man gantz über die Thürme oder Häuser wegsehen könte, dasselbe allda hoch über sich springen, und in Röhren in die Höhe zu bringen seyn würde.

Kan 2. der Ort, dahin man das Wasser leiten will, wegen darzwischen liegender Berge, Gehöltze, oder anderer Verhinderung nicht gesehen werden, so kan man hinter denselben Bergen und Gehöltzen hingehen, biß daß der Ort herfür ragt, und zu Gesichte kommt, und kan die Abwägung

gung aus unterschiedlichen Ständen verrichten, also: Erstlich kan man das Instrument stellen, wie zuvor, und mit dem Gesichte erst nach des Wassers Fläche sehen, hernach kan man sich umwenden, und an statt, da man sonst den Ort oder Stadt ins Gesichte fassen sollen, kan man sich sonst ein Gemerck in der Ferne hinter den Bergen oder Gehöltze ins Gesichte nehmen, und daselbst einen Stab oder Stange hinstecken, wie auch an diesem Orte, da man das Instrument erst gehabt, wenn man es weg nimmt, gleicher gestalt einen Stab in der Erden stecken lassen, der gleich so hoch sey, als die superficies aquæ, oder mein Gesicht gewesen.

Darauf such ich nur in dem andern Stande (wofern der Ort daselbst noch nicht zu Gesichte kommt) wiederum auch auf ietztgemeldete Weise den dritten Stand, und nach Gelegenheit den vierdten, und weiter, so lange biß der Ort ins Gesichte kommt. Findet sich endlich in dem letzten Stande, daß der Ort

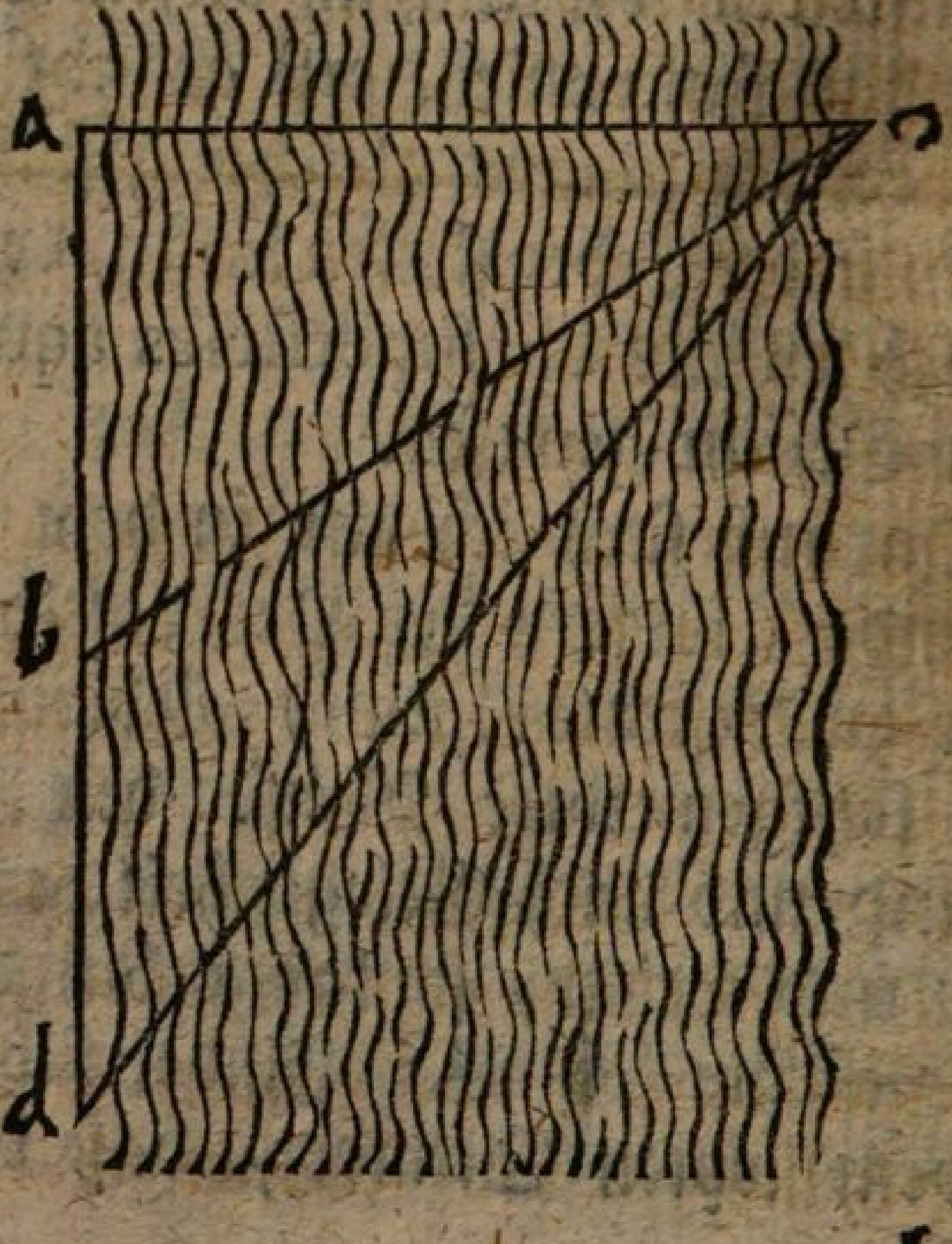
(wie

(wie oben gemeldet) niedriger gelegen, s
kan das Wasser gleicher Gestalt dahi
gebracht werden.

Die 17. Fürgabe.

Die Breite eines Wasser-Stroms zu messen, so man an dem Ufer desselben steht.

WEnn man in ein gewiß Gemercke übern Wasser, und dißseit desselben sein Absehen nach einen rechten Winckel



haben

haben kan, so wird also verfahren: das Instrument aus dem ersten Stande in *a* rechtwincklicht auf zwey gewisse Gemercke, als eines übern Wasser in *c*, und das andere disseits des Wassers in *b*, und hernach auch aus dem andern Stande *b* gegen *a* und *c* gerichtet, den Winckel *a b c* observirt, (der allhier 56. Grad 3. Minuten ist) darauf die Lineam *a b* gemessen, und die Rechnung also angestellet: Sinus totus 10000000. von 90. Grad giebt *a b* $10\frac{1}{10}$. Ruthen, was tangens des Winckels *a b c* von 56. Grad 3. Minuten 14853553^{2} so kommt allhier vor *a c* als die Breite des Wassers 15. Ruthen.

Anders.

Kan man aber übern Wasser und disseit desselben kein gewiß Augengemerck rechtwincklicht erreichen, sondern muß dasselbe seitwerts nehmen, so gebahre man also: Man nehme zwey andere Stände *b* und *d*, und stelle das Instrument in dieselben, sehe darauf aus beyden nach einem andern, nahe an dem Wasser über demselben

ben gelegenen Augengemerck in *c*, so ist allhier der Winckel *b c d* 38. Grad 51. Minuten, und *b c d* ein weiter oder stumpffer Winckel von 123. Grad, thut diesem nach der Winckel *b c d* 18. Grad 9. Minuten, die Linea *b d* aber 9. Ruthen, darauf sucht man erst die Lineam *b c* als Sinus des Winckels *b c d* von 18. Gr. 9. M. 3115058. giebt 9. Ruthen *b c*, was Sinus des Winckels *b c d* von 38. Grad 15. Minuten 6272837? Antwort: $18\frac{12}{100}$. vor die Linea *b c*.

Darauf richtet man das Instrument in dem Stande *b* wiederum nach dem übern Wasser genommenen Gemercke in *c*, wie ingleichen nach dem Punct *a*, also daß *a b* mit *b d* zusammen eine gerade Lineam mache, so befind sich der Winckel *abc* auf 56. Grad 3. Min. und *b a c* muß ein rechter Winckel seyn, derowegen spreche man also: Sinus totus des Winckels *b a c* von 90. Grad 10000000. giebt die gegenüber stehende Lineam *b c* auf $18\frac{12}{100}$. Ruthen, was Sinus des Winckels *a b c* von 56. Grad 3. Min. 8295252? Antwort 15. Ruthen vor die Breite *a c*.

Die

Die 18. Fürgabe.

Die Breite eines Stadt-Grabens an einem Thurme oder Mauer abzumessen.

GEsetzt, man stehe vor einer Stadt an einem Stadt-Graben gegen einem an der Mauer in der Stadt stehenden Thurme über, und wolle die Breite des Stadt-Grabens gegen dem Thurm messen, so thue man ihm also: Man messe erst die Höhe desselben, nach der 2. Fürgabe dieses Theils, aus zweyen Ständen *a* und *d*, und einer von *a* biß an den Stadt-Graben in *d*, gegen dem Thurme zu gemessene Linea, solcher Höhe *b c* ist 198 $\frac{9}{10}$. Fuß, der Winckel *b d c* thut 65. Grad 30. M. und *b c d* ist ein rechter Winckel, diese beyde von 180. Grad abgezogen, bleiben 24. Grad 30. Min. vor den Winckel *d b c*, daraus wird die Breite des Grabens *c d* also calculirt: Sinus des Winckels *b d c*, von 65. Grad 30. Minuten 9099613. giebt 198 $\frac{9}{10}$. Fuß vor die Höhe *b c*, was sinus des Winckels *d b c* von 24. Gr. 30. M. 4146932? Antwort 53 $\frac{7}{10}$. Fuß.

Es

Es ist aber allhier zu erinnern, daß die Hö-
he des Thurms nur den Stadtgraben
und meinem Stande, oder Gesichte gleich
genommen, wie tieff er unten im Graben
steht, ist hier nicht gemessen.

Die 19. Fürgabe.

Die Breite eines Stadtgrabens von einem daran stehenden Thurme zu messen.

DIeses zu thun, giebt Anleitung die 6. Fürgabe, bey deren Figur wir die Lineam *b d* vor die Breite des Grabens nehmen wollen, darauf von dem Thurme *a b* nur die Lineam *f c* gesucht, so ist dieselbe die begehrte Breite.

Die 20. Fürgabe.

Die Weite von einer Stadt-Mauer oder Walle biß an einen gewissen zu Gesicht liegenden Ort vor der Stadt zumessen.

GEsetzt, man wolle von einer Stadt-Mauer oder Walle, biß an einen gewissen Ort vor der Stadt, als etwa biß an ein Hauß in der Vorstadt, oder nechst anlie-

liegendes Dorff, Feldlager, oder biß an einem Wald, oder dergleichen, messen, so thue man ihm also: Man nehme auf der Mauren oder Walle zwey Stände *a* und *b* in einer geraden Linea, ie weiter von einander, ie besser, und richte aus solchen Ständen das Instrument gegen den vor der Stadt liegenden Ort *c*, darauf

die Winckel abgemerckt, thut allhier *b a c* 87. Grad 30. Minuten, und *a b c* 73. Grad, die Linea *a b* 40. Ruthen, hieraus kan man nun die Weite aus dem Stande *a* gegen *c*, oder aus *b* gegen *c* leicht finden, denn wann die Grad der bekannten beyden Winckel von 180. Grad abgezogen werden, so bleibt vor den Winckel *a c b* 19. Grad 30. Minuten, und ist darauf die Rechnung also anzustellen: Sinus

O des

des Winckels *acb* von 19. Grad 30. Minuten, 13338069. giebt *ab* 40. Ruthen, was sinus des Winckels *abc* von 73. Grad 9563048.? Antwort: $114\frac{50}{100}$. Ruthen.

Will man die Lineam *bc* wissen, so ist solche durch den sinum des Winckels *bac* auch leicht zu finden.

Die 21. Fürgabe.

Die Weite von einem gewissen Orte vor der Stadt biß an die Stadt zu messen.

Ist mit vorigem einerley, allda man die Stände *a* und *b* vor den Ort an oder in der Stadt an einem gewissen Thurme, Hause, Mauer, oder andern Gemerck nehmen kan.

Die 22. Fürgabe.

Die Weite von einem Thurme oder Hause zum andern zu messen.

Diß ist gleicher gestalt schon offenbar oben aus der 6. und 7. Fürgabe, und daselbst durch die gesuchten Linien *fc* und *gb* gewiesen.

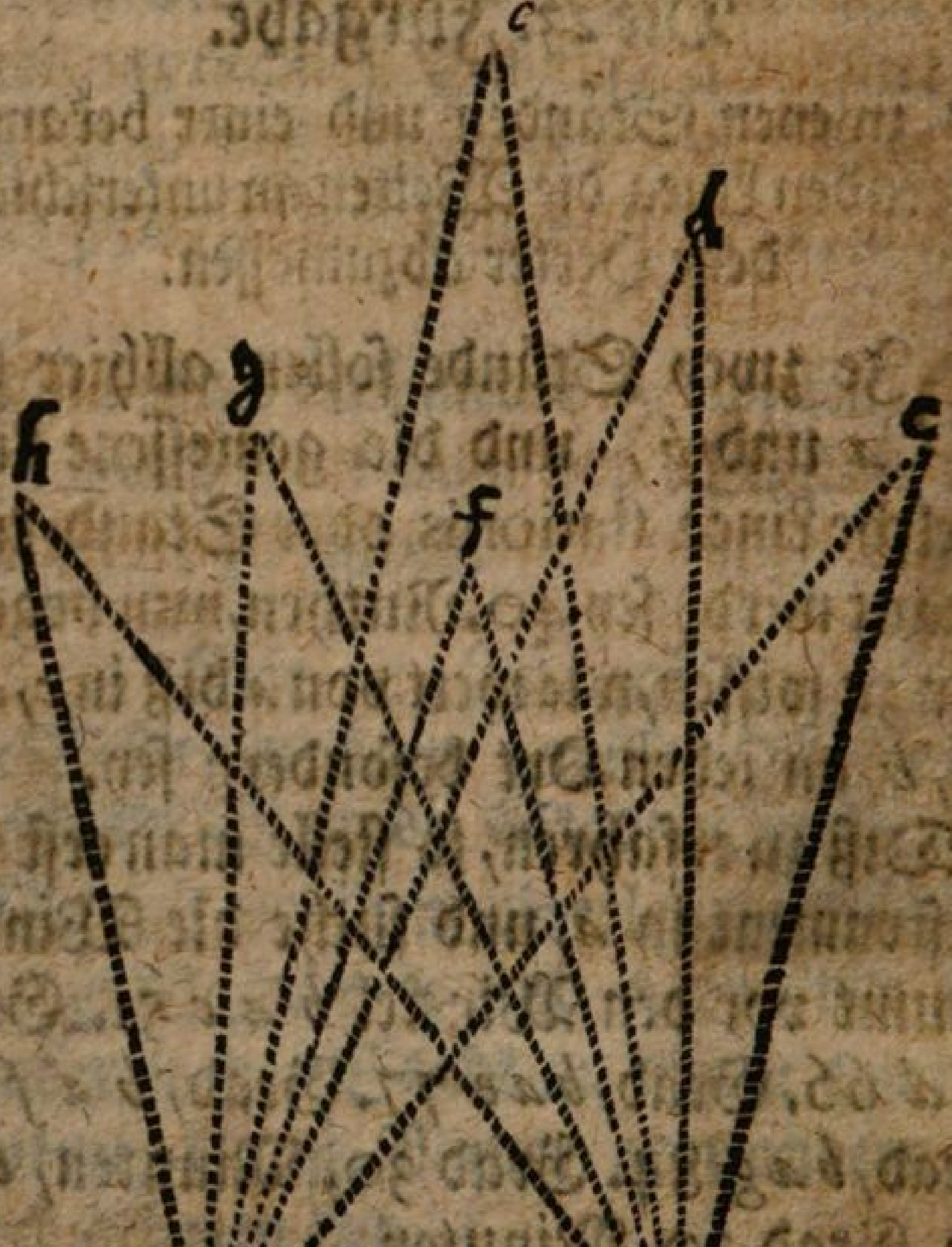
Die 23. Fürgabe.

Aus zweyen Ständen und einer bekannten geraden Linea die Weiten an unterschiedene Oerter abzumessen.

DIe zwey Stände sollen allhier seyn *a* und *b*, und die gemessene Linea (welche Linea stationis oder Stand-Linea genant wird) sey 40. Ruthen, nun begehrt man zu wissen, wie weit von *a* biß in *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, an ieden Ort besondern sey.

Diß zu erfahren, so stelle man erst das Instrument in *a*, und suche die Winckel, kommt vor den Winckel *b a c* 51. Grad, *b a d* 66. Grad, *b a e* 77. Grad, *b a f* 73. Grad, *b a g* 84. Grad 30. Minuten, *b a h* 99. Grad 30. Minuten.

Nun stelle man auch das Instrument in *b*, und suche aus selbigen Stande gleicher Gestalt die Winckel, kommt vor den Winckel *a b h* 56. Grad, *a b g* 68. Grad 30. Minuten, *a b e* 83. Grad 15. Minuten, *a b f* 75. Grad, *a b d* 92. Grad und *a b c* 106. Gr. 30. Min. so hat man nun 5. Triangul, an de-



ren ieden unten 2. Winckel und eine Seite *a b* bekannt, an ieden Triangul ist der dritte Winckel leicht zu finden, wenn die 2. bekannten von 180. Grad abgezogen werden, aus solchen dritten Winckel und ihrer gegen=

genüber stehenden bekannten Linea sind die begehrten distantiæ oder Weiten leicht zu calculiren, die ein ieder nach seiner Beliebung zur Ubung kan nachrechnen, da er vor die Weite *a b* 79 $\frac{96}{100}$. *a g* 81 $\frac{93}{100}$. *a e* 136 $\frac{34}{100}$. *a f* 72 $\frac{01}{100}$. *a d* 106 $\frac{78}{100}$. und *a c* 100 $\frac{22}{100}$. Ruthen finden wird.

Wolte man aber auch gerne wissen, wie weit von *c* biß *d*, von *d* biß *e*, von *e* biß *f*, von *f* biß *g*, und von *g* biß *b* wäre, so besehe man darüber den dritten modum, bey hernachfolgender 24. Fürgabe, derselbe wird Anleitung geben, wie solche Weite zu calculiren.

Die 24. Fürgabe.

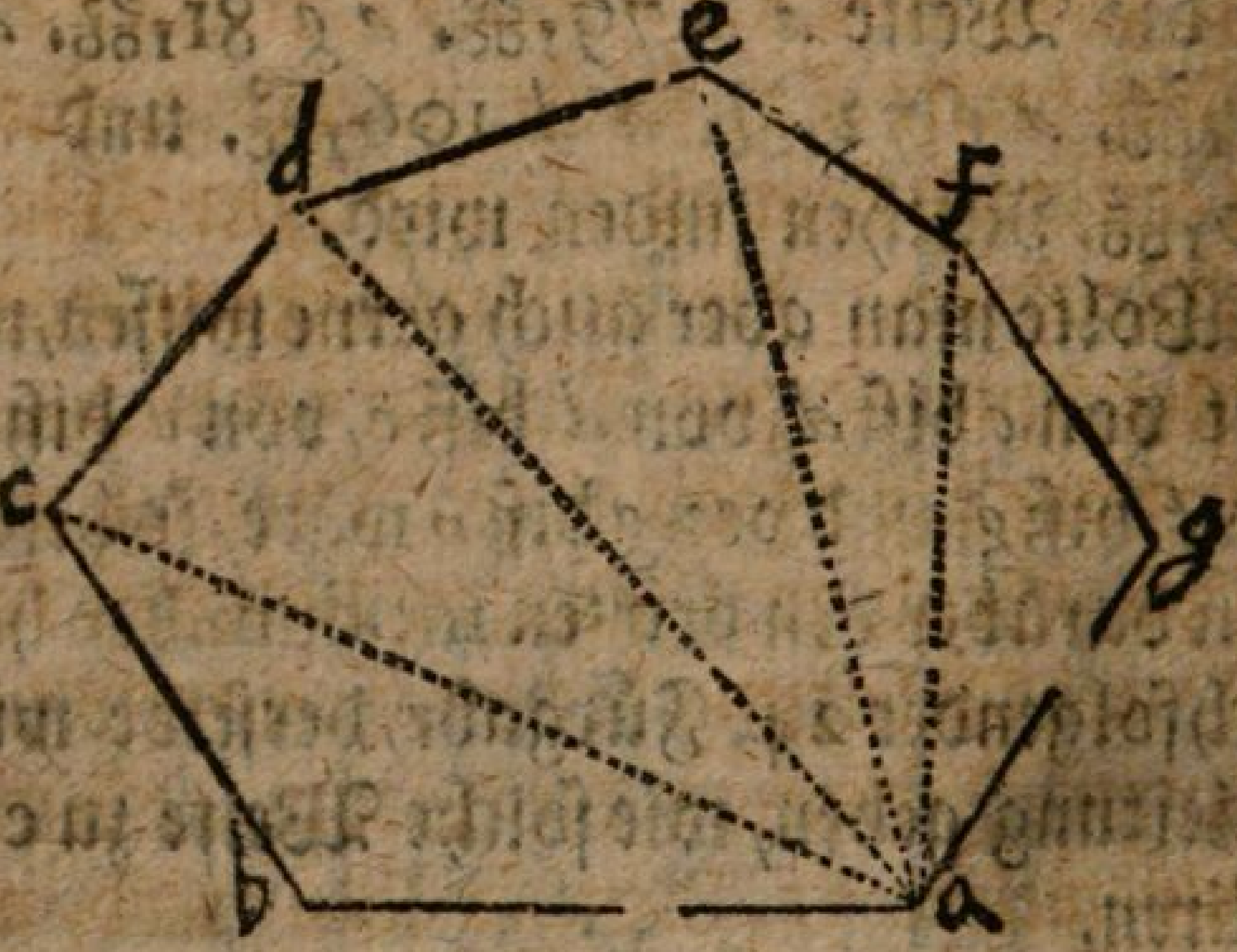
Ein Feld auf dreyerley Art zu messen, als erstlich Umgänglich, vors andere Ubergänglich, und vors dritte Ubersichtlich.

1. Umgänglich.

Es sey ein siebeneckigt Feld *a b c d e f g, a* umgangen, und allein in seinen äussersten Linien gemessen, und die Seite *a b* 20. *b c* 16. *c d* 14. *d e* 15. *e f* 10.

 f g 13.

f g 13. und *g a* 15. Ruthen lang, und der Winckel *a b c* auf 125. Grad 30. Minuten, *b c d* 105. Grad, *c d e* 149. Grad,



d e f 123. Grad 30. Minuten, *e f g* 161. Grad, *f g a* auf 107. Grad 26. Minuten, und *g a b* auf 128. Grad 34. Minuten befunden worden.

Solches nun auszurechnen, vertheile man es erst (weil es ein Sieben-Eck ist,) in 5. Triangul, inwendig auf dem Pappier durch blinde Linien, wie an vorstehender Figur der Augenschein weiset, darauf einen

nen Triangul durch die inwendigen blinden Linien und darzu gehöriger Winckel nach dem andern ausgerechnet, als erstlich den Triangul *a b c* also: An diesem sind bekannt zwey Linien *a b* und *b c*, darzu mangelt die dritte *a c*, solche zu finden, sucht man erst, nach dem 18. Exempel der Triangul-Rechnung, die beyden kleinen unbekannten inwendigen Winckel *bac* und *acb*, kommt vor *bac* 23. Grad 58. Minuten und *a c b* 30. Grad 32. Minuten, dadurch kan man, nach Anleitung des 16. Exempels der Triangul-Rechnung, die Lineam *a c* leicht finden, welche 32. Ruthen seyn wird, also sind nun an diesem Triangul *a b c* alle drey Seiten bekannt, durch solche kan man den Quadrat- oder superficial-Inhalt, nach Unterricht der dritten Fürgabe des fünfften Theils, ausrechnen, kommt vor denselben $139\frac{9}{10}$. Quadrat-Ruthen, den andern Triangul *a c d* auszurechnen, so sind zu solchem auch bekannt zwey Seiten, nehmlich die Linea *a c* 32. Ruthen, und *c d* 14. Ruthen, und der Winckel *a c d* befindlich

lich (wenn man den Winckel des vorigen *a c b* 30. Grad 32. Minuten vom grossen gantzen Winckel *b c d* 105. Grad abzeicht) auf 74. Grad 28. Minuten, aus diesen bekannten zwey Linien *a c*, *c d* und den Winckel *d c a* kan man nach der 17. Fürgabe der Triangul-Rechnung die übrigen beyden Winckel *c a d* und *a d c* leicht auch finden, und hernach darzu die Lineam *a d* ausrechnen, kommt vor *c d a* 80. Grad 1. Minute, vor *c a d* 25. Grad 31. Minuten, und vor die Linea *a d* 31$\frac{3}{10}$. Ruthen, aus den bekannten 3. Linien dieses Trianguls *a c d*, nun auch den Inhalt gerechnet, komt vor demselben 215$\frac{72}{100}$. Quadrat-Ruthen. Ferner auch den dritten Triangul *d e a* zu calculiren, suchte man gleicher gestalt auf vorige Maasse die unbekannten Winckel und Linea, kommt vor den Winckel *a d e* 68. Grad 59. Minuten *a e d* 82. Grad 38$\frac{1}{2}$. Minute, *d a e* 28. Grad 22$\frac{1}{2}$. Minute, und vor die Linea *a e* 29$\frac{45}{100}$. Ruthen, und vor den Inhalt dieses Trianguls *a d e* 219$\frac{1}{10}$. Quadrat-Ruthen.

Zu

Zu Ausrechnung des vierdten Triangul *aef* wird sich der Winckel *fae* auf 16. Grad 39. Minuten, *afe* auf 122. Grad 29. Minuten befinden, der übrige giebt sich stracks Anfangs selbst, und komt auf 40. Grad $51\frac{1}{2}$. Minute, vor die Linea *af* aber kommt $22\frac{7}{10}$. Ruthen, und sind nunmehr an diesem Triangul *aef* auch alle drey Seiten bekannt, daraus befind sich der Inhalt auf $94\frac{4}{10}$. Quadrat-Ruthen.

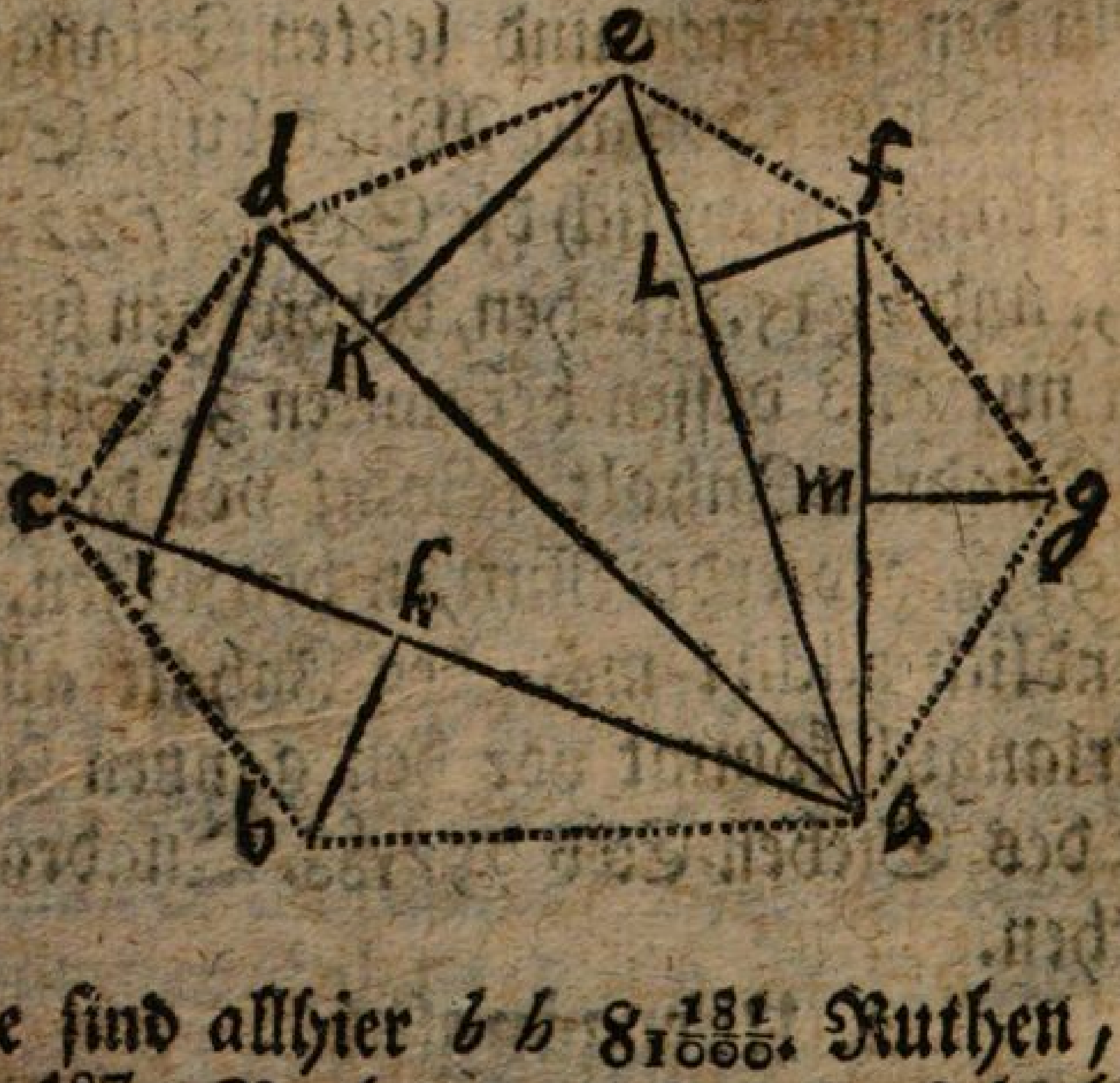
An den fünfften und letzten Triangul *afg* sind nun schon alle Winckel und Seiten bekannt, nehmlich die Seite *af* $22\frac{7}{10}$. *fg* 13. und *ag* 15. Ruthen, derowegen sucht man nur aus dessen bekannten 3. Seiten den Quadrat-Inhalt, kommt vor denselben $92\frac{7}{10}$. gevierdte Ruthen bey nahen.

Endlich addirt man den Inhalt aller 5. Triangul, kommt vor den gantzen Inhalt des Sieben-Ecks $752\frac{89}{100}$. Quadrat-Ruthen.

2. Ubergänglich.

Wenn auf einem Felde nicht etwa Ge-

dreydig, Gehöltze, Wasser, Morast, oder andere Verhinderungen im Wege stehen, und man also über dasselbe Feld gehen kan, so messe man durch dasselbe aus einem Stande, als bey vorstehender Figur aus *a* von Ecken zu Ecken, erstlich alle inwendige Linien, nehmlich *a c*, die sey lang 32. Ruthen, *a d* $31\frac{3}{10}$. *a e* $29\frac{45}{100}$. und *a f* $22\frac{7}{10}$. Ruthen, hernach fälle oder messe man auch auf dieselben die perpendicular-Linien,



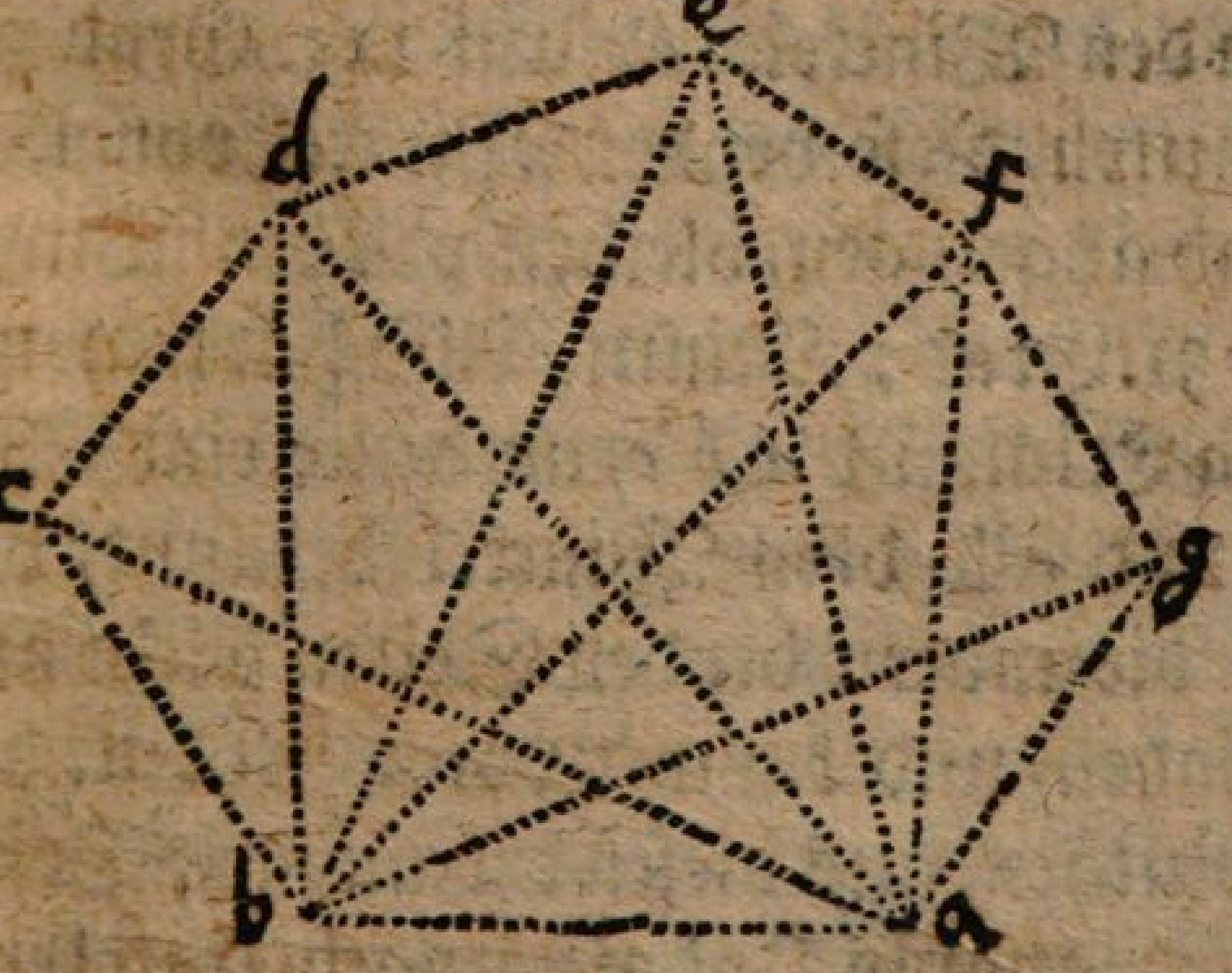
die sind allhier *b h* $8\frac{181}{1000}$. Ruthen, *d i* $13\frac{487}{1000}$. Ruthen, *e k* 14. *f l* $6\frac{43}{100}$.

und

und *g m* 8$\frac{17}{100}$. Ruthen, eine iede der vorgehenden Lineam als basium mit der Helffte ihrer perpendicular-Linien multiplicirt, bringt gleicher gestalt den Inhalt eines ieden Trianguls, und alle zusammen addirt, den gantzen Inhalt des Sieben-Ecks, auf 752$\frac{89}{100}$. Quadrat-Ruthen.

3. Ubersichtlich.

EIn Feld nur durchs Absehen zu messen, so nehme man daran nur eine



Stand-Lineam, die sey allhier *a b*, und

lasse das Feld um und um auf allen Ecken mit Pfählen bestecken, oder mercke die Ecken sonsten ab, die sind hierinnen *a b c d e f g*; Nun stelle man die Messung also an:

Erst messe man Lineam stationis *a b*, die sey lang 20. Ruthen, darauf trete man an das eine Ende derselben in *a*, und richte das Instrument gegen die Ecken *b* und *c*, so findet man den Winckel *b a c* auf 23. Grad 28. Minuten, hernach trete man an das andere Ende der Linea in *b* und richte das Instrument gegen *a* und *c*, so find man den Winckel *a b c* auf 125. Grad 30. Minuten, diese beyden Winckel von 180. Grad abgezogen, bleiben vor den Winckel *a c b* 31. Grad 2. Minut. Also hat man nun einen Triangul *a b c*, an deme eine Seite *a b* und alle drey Winckel bekannt, daraus die andern beyden Seiten leicht auch zu finden, und kommt vor *b c* 16. und *a c* 32. Ruthen, aus diesen bekanten 3. Seiten des Trianguls Inhalt, nach Unterricht der dritten Fürgabe des fünfften Theils, gesucht

gesucht, kommt vor demselben $130\frac{5}{10}$. Quadrat-Ruthen.

Vors andere nehme man in Ordnung auszumessen vor sich den Triangul *a c d*, daran ist bekannt die Linea *a c* 32. Ruthen, darzu sucht man die Lineam *a d* also: man tritt wieder in beyde Stände der Stand-Linea, und richtet sein Absehen gegen *d*, bildet sich dabey einen andern Triangul ein, *a b d*, an dem findet man den Winckel *a b d* auf 91. Grad und *b a d* auf 49. Grad 18. Minuten, beyde von 180. Grad abgezogen, bleiben vor den Winckel *a d b* 39. Grad 42. Minuten, daraus und der bekannten Linea *a b* 20. Ruthen findet man auch die Lineam *a d* auf $31\frac{3}{10}$. Ruthen, zu diesen beyden Linien sucht man mit dem Instrument (desselben Regul im Stande *a* und *c* gegen *d* wendende) den Winckel *c a d*, der ist 25. Grad 31. Minut.

Aus diesem bekannten beyden Linien und diesem bekannten Winckel findet man nach dem 17. Exempel der Triangul-Rechnung auch die andern beyden unbekannten

Winckel *a c d* und *a d c*, und durch Hülffe derselben die Lineam *d c* auf 14. Ruthen, also, daß nunmehr alle 3. Seiten des Trianguls *a c d* bekannt, und der Inhalt desselben auf $215\frac{79}{100}$. Quadrat-Ruthen befunden wird.

Zum dritten folget hierauf der Triangul *a d e*, an solchem ist aus vorgehenden bekannt die Linea *a d*, solche thut $31\frac{2}{10}$. Ruthen, den Winckel *d a e* gemessen, so wird derselbe 28. Grad $22\frac{1}{2}$. Minute seyn, hierzu erst auch die Lineam *a e* gesucht, wie bey vorgehenden mit *a d* geschehen, also: Ich trete wieder in beyde Stände *a* und *b*, daselbst befinde ich den Winckel *a b e* auf 65. Grad und *b a e* auf 77. Grad 1. Minute, beyde von 180. Grad abgezogen, bleiben 37. Grad 59. Minuten vor den Winckel *a e b*, daraus ist die Linea *a e* nun leicht zu rechnen, solche kommt auf $29\frac{45}{100}$. Ruthen, aus diesen bekannten beyden Linien *a d* und *a e*, und den bekannten Winckel *d a e* gleicher gestalt, nach dem 17. Exempel der Triangul-Rechnung, auch die noch unbekannten

ten beyden andern Winckel, und wenn selbige gefunden, die Lineam *d e* gesucht, so wird solche auf 15. Ruthen, der Inhalt dieses Trianguls *a d e* aus allen drey bekannten Seiten ausgerechnet, auf $219\frac{1}{10}$. gevierdte Ruthen kommen.

Zum vierdten den Triangul *a e f* zu messen und auszurechnen, hat man gleicher gestalt schon eine bekannte Lineam *a e* auf $29\frac{45}{100}$. Ruthen, hierzu den Winckel *e a f* gemessen, solcher thut 16. Grad 45. Minuten, darauf aus beyden Ständen *a* und *b* die Winckel gesucht, kommt vor den Winckel *b a f* 93. Grad 46. Minuten, und vor den Winckel *a b f* 46. Grad 30. Minuten, beyde von 180. Grad abgezogen, bleiben vor den Winckel *a f b* 39. Grad 44. Minuten, hieraus die Lineam *a f* gerechnet, kommt vor dieselbe $22\frac{7}{10}$. Ruthen, ietzt hat man wieder zwey bekannte Linien *a e* $29\frac{45}{100}$. Ruthen, und *a f* $22\frac{7}{10}$. Ruthen, und einen bekannten Winckel *e a f* zu 16. Grad 45. Minuten, durch Hülffe dieser Linien und Winckels wiederum nach mehr gemel-

deten 17. Exempel der Triangul-Rechnung auch die andern beyden unbekannten Winckel, und die Lineam gesucht, komt vor die unbekante Linea *e f* 10. Ruthen, daß also die drey Seiten des Trianguls *a e f* gefunden, und durch dieselben der Inhalt auf $94\frac{4}{10}$. Ruthen sich durch Rechnung ereignen wird.

Zum fünfften, den letzten Triangul *a g f* auszumessen, hat man darzu gleicher gestalt eine bekannte Lineam *a f* $22\frac{7}{10}$. Ruthen, den Winckel *f a g* darzu gemessen, thut 33. Grad 29. Minuten, darauf zu Suchung der Linea *a g* wiederum auf beyden Enden der Stand-Linea zwey Winckel abgemerckt, thut *b a g* 128. Grad 34. Minuten, und *a b g* 21. Grad 47. Minuten, diese beyden Winckel von 180. Grad abgezogen, bleiben 29. Grad 39. Minuten vor den Winckel *a f b*.

Hieraus kan man nun leicht die Lineam *a g* rechnen, solche thut 15. Ruthen, aus dieser und der Linea *a f* $22\frac{7}{10}$. Ruthen, nebenst dem bekannten Winckel *f a g*

die

die unbekannten, und die Lineam *fg* gesucht, kommt vor dieselbe 13. Ruthen, und vor den Inhalt dieses Trianguls $92\frac{7}{10}$. Ruthen bey nahen.

Letzlich alle 5. Triangul addirt, kommen vor den gantzen Inhalt des Sieben-Ecks gleicher gestalt $752\frac{82}{100}$. Quadrat-Ruthen.

Die 25. Fürgabe.

Einen Wald oder Gehöltze zu messen.

DIß bedürffte keiner sonderlichen Fürgabe, denn bey vorgehender 24. Fürgabe hab ich schon die drey vornehmsten modos gewiesen, nach welchen alle dergleichen Messungen geschehen können, und zwar so kan die Messung eines Waldes oder Gehöltzes allein geschehen nach dem ersten modo der gedachten 24. Fürgabe, nehmlich umgänglich, ich will aber hierbey auch etwas melden:

Von Theilung eines Waldes.

Einen Wald unter Erben oder gewisse Personen in etliche Theil zu vertheilen, kan also geschehen;

Erst-

ERstlich messe man den Wald um und um, und sehe, was vor Winckel oder Ecken und äusserliche Seiten-Linien daran gefallen, hernach trage man solchen, wie er gelegen, in eine richtige Figur mit dem Transportanten und Maaß-Stabe aufs Pappier, vertheile solche in Triangula, und rechne denselben aus, wie beym ersten modo der 24. Fürgabe gelehret, wenn solches geschehen, mache man an der Figur auf Pappier die Theilung nach der 33. Fürgabe des fünfften Theils, wo nun an der Figur die Scheid-Linien hinfallen, dahin müssen auch solche in dem Walde kommen, dieselben aber durch den Wald abzugehen, nehme man erst an der Figur auf dem Pappier mit dem transportanten an iedweder Scheid-Linea die Winckel, und besehe, auf wie viel Grad solche kommen, eben auch auf so viel Grad richte man das Instrument im Walde durch denselben auf der vorhabenden Scheid-Linea hin, und stecke immer einen Pfahl hinter den andern,

daß

daß man eine gerade Lineam darnach absehen und abgehen kan, biß durch den Wald, an das andere Ende der Scheid-Linea, wo Bäume oder Gebüsche im Wege stehen, lasse man hinweg holtzen, daß man dafür gehen, und für sich sehen kan, grosse Stämme zwar kan man wohl zu Mahl-Eichen, oder Mahl-Bäumen stehen lassen, und sonsten, wo es von nöthen, Mahl-Steine setzen, und also die Scheid-Linien allenthalben steinen und bereinen, so ist die Theilung gemacht.

Die 26. Fürgabe.

Den superficial-Inhalt und Fläche eines Teiches zu messen.

DIß kan auf zweyerley Art geschehen, einmahl umgänglich nach dem ersten modo der vorgehenden 24. Fürgabe, und denn übersichtlich aus einer einigen Stand-Linea und zweyen Ständen, nach dem dritten modo gemeldeter 24. Fürgabe, darum es allhier auch keines absonderlichen fernern Unterrichts bedarff.

Die

Die 27. Fürgabe.

Wiesen und Trifften zu messen.

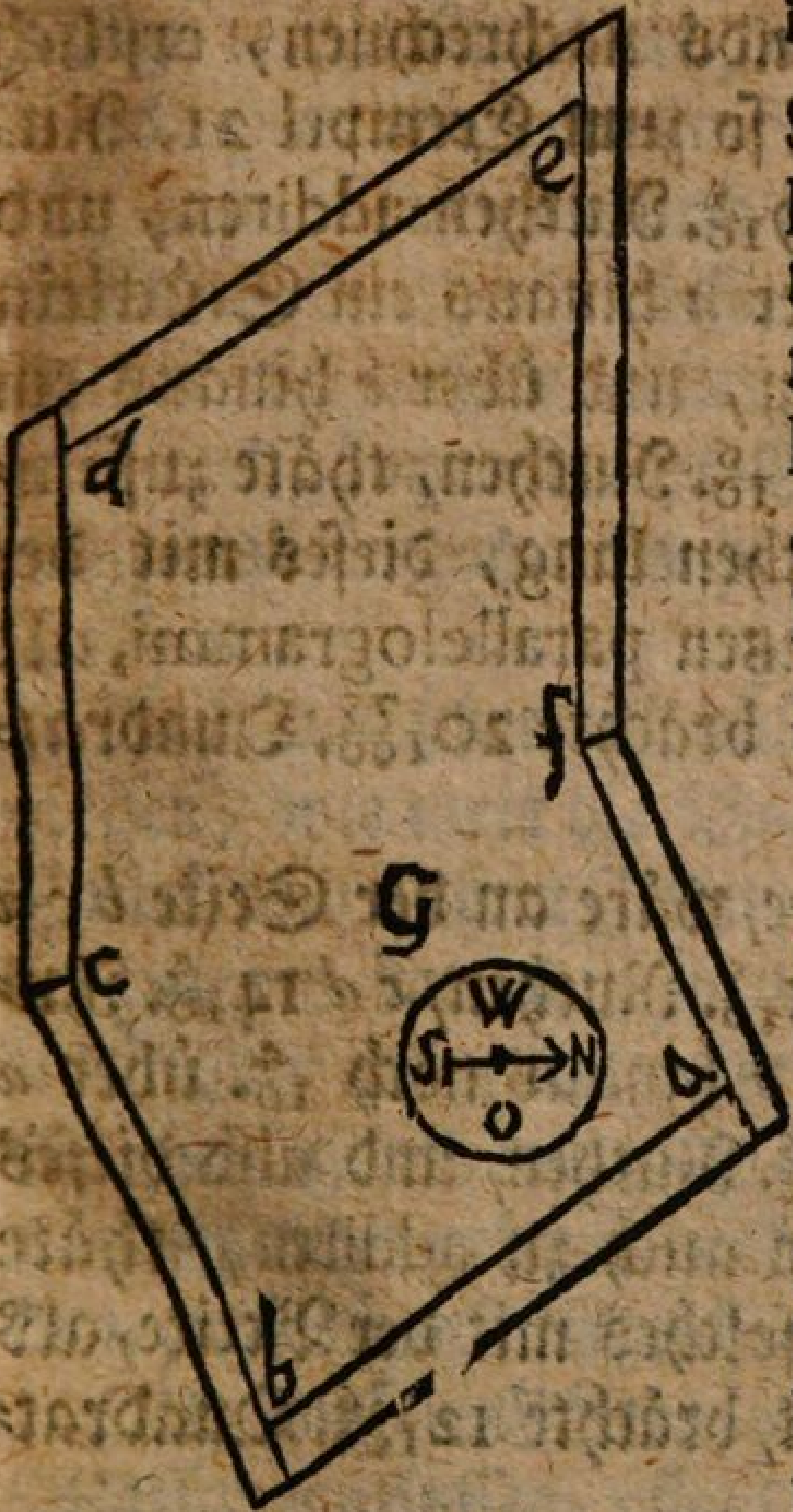
KAn auch nach Gelegenheit nach allen dreyen modis der mehrgemeldeten 24. Fürgabe geschehen.

Die 28. Fürgabe.

Gärten und Weinberge zu messen.

DIß kan am füglichsten geschehen nach dem ersten modo der offt gedachten Fürgabe, nehmlich durchs Umgehen.

Dabey zu erinnern, daß bißweilen in den Gärten und Weinbergen inwendig an den Mauren und Wänden, oder Blancken herum Gallereyen und Geleithe gemacht seyn, oder andere Verhinderungen im Wege stehen, daß man nicht gantz auf den äussersten Linien herum gehen kan, bey solcher Ereignung mag man etwan einer halben Ruthen oder weniger von den äussersten Linien ab- und einwarts treten, und hernach das auf



der Seite übrig gelassene durch parallel-Linien mit nehmen, und in parallelogrammis ausrechnen, wie bey dieser Figur zu sehen:

Deren Inhalt gemessen und ausgerechnet zu seyn, wir $834\frac{83}{100}$. Quadrat-Ruthen wollen seyn lassen.

Gesetzt nun, man habe um und um im Messen noch etwas übrig gelassen, als auf der Seite *a e f* 5. Fuß, das ist $\frac{5}{10}$. einer Ruthe breit, auf der Seite *b d. c* $\frac{3}{10}$. breit auf der Seite *a b* $\frac{4}{10}$. und auf der Seite *d e* $\frac{6}{10}$. Ruthen breit. Diß müsse

man

man also vollends nachrechnen, erstlich die Lineam *a f*, so zum Exempel 21. Ruthen und *e f* 19$\frac{5}{10}$. Ruthen addiren, und darzu noch über *a* hinaus ein Stücklein von $\frac{4}{10}$. Ruthen, und über *e* hinaus ein Stücklein von $\frac{6}{10}$. Ruthen, thäte zusammen 41$\frac{5}{10}$. Ruthen lang, dieses mit der Breite des gantzen parallelogrammi, als $\frac{5}{10}$. multiplicirt, brächte 20$\frac{75}{100}$. Quadrat-Ruthen.

Vors andere, wäre an der Seite *b c d* die Linea *b c* 25$\frac{5}{10}$. Ruthen, *c d* 14$\frac{4}{10}$. Ruthen, und über *b* hinaus noch $\frac{4}{10}$. über *d* hinaus aber $\frac{6}{10}$. Ruthen, und also dieses alles zusammen auch zu addiren, thäte 41$\frac{2}{10}$. Ruthen, solches mit der Breite, als $\frac{3}{10}$. multiplicirt, brächte 12$\frac{36}{100}$. Quadrat-Ruthen.

Vors dritte, die Seite *a b* 24$\frac{5}{10}$. Ruthen lang mit $\frac{4}{10}$. Ruthen breit, bringt 9$\frac{8}{10}$. Ruthen vor den geführten Inhalt selbiges parallelogrammi.

Vors vierdte *d e* 22$\frac{5}{10}$. Ruthen lang, mit $\frac{5}{10}$. Ruthen breit multiplicirt, bringt

bringt $11\frac{25}{100}$. Quadrat-Ruthen, vor selbiges parallelogrammi Inhalt thäten alle 4. parallelogramma in Summa 83. Quadrat-Ruthen, solche zu den $834\frac{83}{100}$. Quadrat-Ruthen addirt, thäte der Inhalt des gantzen Sechs-Ecks mit sammt den parallelogrammis $917\frac{83}{100}$. Quadrat-Ruthen.

Will man über diß auch in den Gärten messen, wie weit die Beethe, Blumen-Stück, und andere Feldungen von einander gelegen, kan man in den Gängen von einem zum andern mit der Kette oder Ruthe messen, und wie weit und breit solche von einander gelegen und befunden worden, zugleich mit einzeichnen.

Wo sonsten Gärten oder Wiesen mit Wasser umflossen, pflegt man gemeiniglich das Messen biß auf die Helffte der Breite des Wasser-Grabens zu erstrecken, und selbige mit in die Ausrechnung des superficial-Inhalts zu bringen.

Im übrigen will ich zu vorgehender Figur, und zu deren daran allbereit bekann-

kannten oben angezeigten Linien auch um und um an derselben die Winckel anzeigen, damit, wenn etwa iemanden beliebte dieselbe zur Ubung nachzurechnen, er solches durch Hülffe solcher Winckel und Linien thun könne, und zwar auf Maaß und Weise, wie beym ersten modo der vorgehenden 24. Fürgabe gelehret.

Thut demnach daran der Winckel *b a f* 124. Grad 30. Minuten, *a b c* 54. Grad 30. Minuten, *b c d* 202. Grad 16. Minuten, *c d e* 104. Grad 14. Minuten, *d e f* 64. Grad 30. Minuten, und *e f a* 158. Grad, nach diesen Winckeln und obangezeigten bekannten Linien kan man nun gedachter massen solch Sechs-Eck in vier Triangul vertheilt ausrechnen, kommt vor dessen Inhalt $834\frac{84}{100}$. Quadrat-Ruthen, ohne die um dasselbe gezogene parallelogramma, welche oben absonderlich ausgerechnet, und hierzu addirt seyn.

Proba

Uber die befundene Winckel.

Wenn man wissen will, ob die Grad aller

aller Winckel der eckigten Figur oder Felder recht observirt, und in acht genommen worden, so probirt man solches also: Man addirt die Grad aller äusersten Winckel um und um zusammen, als am vorgehenden 6. Eck, die Winckel aller 6. Ecken, wie solche in Messen mit dem Instrument befunden worden, thun solche zusammen am 6. Eck 720. Gr. und ist also recht gemessen, das kommt daher, weil das 6. Eck vier Triangul beschleust, ieder Triangul aber 180. Gr. hat, solche zu vier mahlen genommen, koñen auch 720. Gr. und also mit denen im Messen befundenen überein, also muß ein Sieben-Eck in allen seinen sieben Ecken zusammen genommen 950. Gr. bringen, denn es hat fünff Triangul, solche mit 180. Gr. multipliciret, bringt gleich auch so viel, und also in allen Eck-Figuren die Proben nach Anzahl der Grade ihrer Triangul genommen.

Solte sichs aber auch gleich begeben, daß wegen Kleinheit des Instruments, oder geringer Verruckung desselben im

aufsetzen endlich in der Proba der Winckel die Grad nicht eben vollkömmlich zutreffen, sondern etwa etliche Minuten daran fehleten oder zu viel kämen, mag man solche etwa dem kleinesten Winckel zusetzen, oder vom weitesten abziehen, denn daran so viel nicht gelegen.

Schließlich ist bey allen dergleichen Messungen auch noch dieses in acht zu nehmen, daß man neben dem Instrument auch einen Compaß bey sich führen, und an demselben abmercken solle, gegen welches Theil der Welt ein oder die andere Seite des Feldes gelegen, solche Gelegenheit zeichnet man hernach auch zugleich auf den Abriß, wie bey G. zu sehen, da der Buchstab O. Osten oder Aufgang, der Buchstab S. Süden oder Mittag, der Buchstab W. Westen oder Abend, und der Buchstabe N. Norden oder Mitternacht anzeiget.

Womit also verhoffentlich die Meßkunst in flachen Figuren gnugsam angewiesen, darüber wir zum Beschluß nicht mehr als nur noch ein paar Exempel von Messung

Städte

Städte und Länder setzen, und mit denenselben unser erstes Buch in GOttes Nahmen endigen wollen.

Die 29. Fürgabe.

Eine Stadt zu messen und in Grund zu legen.

WIr wollen uns bey dergleichen Fürgaben nicht länger weitläufftig aufhalten, weil ohne das in andern vorgehenden Fürgaben dergleichen gute und gnugsame fundamenta in der Meß-Kunst gelegt, nach welchen alle andere vollkommene Messungen auch gar leicht zu practiciren seyn werden.

Anlangende aber, mit wenigen zu berühren, wie etwa eine gantze Stadt zu messen, und in Grund zu legen, so könte dasselbe etwa vornehmlich auf dreyerley Wege geschehen: Als erstlich eine Stadt nach dem äusersten Umkreiß zu messen, wenn man ausserhalb derselben dieselbe umgehen, und solche ihrer Gelegenheit nach in allen Winckeln, Ecken und Seiten abzuzeichnen, und zu messen Gelegenheit hätte.

Vors andere möchte solche gleicher gestalt gemessen werden, wenn man um und um auf derselben Mauren oder Wällen gehen, und derer Gelegenheit absehen könte.

Vors dritte ist die principalste Messung und Grundlegung derselben, so man inwendig an der Ringmauer alle Linien, Krümmen und Ecken abmisset, und hernach allenthalben durch die Gassen der Stadt die Winckel, Krümmen und Linien mit dem Instrument abmercket, und mit der Meß-Ruthe ausmisset, und hernach also, wie solche in ihren angulis und lineis befunden, aufs Pappier trägt, und in einen Riß bringt.

Will man einen Mahler darzu nehmen, und die Gebäude aufziehen lassen, steht es einem ieden frey, iedoch werden die Gebäude der Gassen nur auf einer Seite, da das Licht hinfällt, am bequemsten aufgezogen, und die überstehenden nach Gelegenheit deßwegen aussen gelassen, damit die Gassen nicht verdeckt, sondern erkannt wer-

werden mögen, will man dieser Mühe und Weitläufftigkeit mit Aufziehung der Gebäude überhaben seyn, kan man nur in dem Risse bey den blossen Grund-Linien verbleiben, und darinnen eines Orts oder Stadt Gelegenheit in ihrer Form, Linien und Winckel auch den superficial-Inhalt nach vorstellen. Bey welchem hiervon und zu weitern Nachdencken gnugsam gegebenen Bericht wir es dißfalls bewenden lassen.

Die 30. Fürgabe.

Ein gantzes Land zu messen, und in Grund zu legen.

EIne kleine Herrschafft zu messen, und in Grund zu legen, da man die meisten in deroselben Gebieth gelegenen Flecken und Dörffer, aus zweyen gewissen Ständen, und einer gemessenen Stand-Linea sehen, und zu Gesichte bekommen kan, läßt sich practiciren nach der 23. Fürgabe dieses Theils, und köñen die hierzu nöthigen zwey Stände entweder wo eben Land ist, und alle da herumliegende Oerter zu Ge-

sichte kommen, im freyen Felde, oder wo Verhinderungen wegen Berg und Wald ist, von zweyen Thürmen zwey unterschiedener Städte oder Dörffer genommen, und hernach die Weite von einem Ort zum andern von solchen Thürmen abgesehen, und hierzu alleine die Weite beyder von einander liegender Thürme zur Stand-Linea gebraucht, und darzu gemessen werden, dieselbe erstrecke sich gleich auf viertel, halbe, gantze, oder mehr Meilen.

So nun also in einem Lande, so weit man um sich sehen kan, alle die um und um gelegene Oerter aufgezeichnet und eingetragen, und das Land grösser wäre, könte man weiter reisen, und wieder eine andere Stand-Lineam und zwey andere Stände vor sich nehmen, und also so lange herum ziehen, biß man ein gantzes Land in Grund gelegt.

So kan auch ein gantzes Land oder Fürstenthum um und um an den Gräntzen umzogen, und dessen Umkreiß, Weiten und Breiten dadurch ersucht wer-

werden, darzu könte man gebrauchen ein Rad an einem Wagen, welches (wie davon Zobelius beym 66. Articul des dritten Buchs im Sachsen-Spiegel meldet) im Circul $7\frac{1}{2}$. Elle, das ist eine Ruthe, hielte.

Dieses, wenn es 3600. mahl herum gelauffen, würde es iedesmahl eine teutsche Meile machen, man müste aber an die Nabe oder an eine Speiche auch an den Wagen etwas anfügen, daß es, so offt es herum käme, an oder zusammen schlüge und klapte, oder einen Laut gebe, dabey man, wie offt es herum lieffe, zählen könte.

Es würde zwar deme, der also darauf Achtung geben, und zählen solte, ziemlich beschwerlich werden, aber in Manglung anderer Instrumenten müste man sich also damit behelffen, und das Zählen nicht bey einem alleine bleiben, sondern unter der Reise-Gesellschafft herum gehen lassen.

Sonsten kan man wohl Instrumenta (viatoria genannt) also zurichten, und daran Räderwerck und Zeiger machen lassen,

sen, wie an einem Uhrwercke, und dergleichen inwendig in den Wagen auf der Seite befestigen und anmachen, und an statt des Uhrgewichts ein Kettlein oder eine starcke Schnure aus solchen Viatorio unter sich durch den Wagen-Kasten durch ein dadurch gemachtes Loch hinab gehen, und straff an ein angenageltes Eisen anbinden lassen, welch Eisen also kan zugerichtet und angemacht werden, daß der Nagel an der Nabe oder Speiche, welcher darzu mit Fleiß angemacht, so offt er herum kömmt, solchem Eisen iedesmahl einen Druck gebe, durch welchen Druck das aus dem viatorio gehende Schnürlein gezuckt, und der Weiser am Viatorio, wie ein Zeiger an einer Uhr, iedesmahl einen Grad fortgeruckt, und herum geführet werde, auf diese masse dürffte man nur bißweilen einmahl an dem Weiser darnach sehen, wie viel mahl das Rad herum gelauffen, und wäre des stetenZählens befreyet und überhoben.

Fast von dergleichen invention hat

man

man auch viatoria, so man mit einer Schnuren um den Leib und an einen Fuß machen kan, also, daß man dadurch alle Tritte oder Schritte kan abmessen, so kan man auch dergleichen zu Rosse einem Pferde an Sattel, und mit einer Schnuren an Fuß machen, und dadurch abmercken, wie viel Schritte des Pferdes Fuß fortgangen. Ingleichen hat man auch viatorische Stäbe auf dergleichen Art zugerichtet, daß ein daran gemachter Weiser oder Zäpfflein im Niedersetzen des Stabs (so bey allen Schritten oder Tritten geschehen muß) allezeit einen Grad fortrückt, und dadurch die Schritte anzeigt.

An dergleichen ietztgemeldeten Instrumenten kan man die Zeiger-Scheiben, welche rund, und in gewisse Gr. getheilet seyn müssen, nach Gelegenheit mit zweyen Weisern zurichten, wie an einer Uhr der Viertel und gantze Uhrweiser, und kan auf die Scheibe zwey Circul reissen, einen zum kleinen, den andern zum grossen Weiser, iedweden kan man etwa theilen in hun-

dert Theil, und das Räderwerck in dem Instrumento durch einen Uhrmacher (welche sich dieser Beschreibung nach schon in das Werck zu schicken, und das Instrument zuzurichten wissen) also zurichten lassen, daß der eine Weiser bey iedem Umlauff des Wagen-Rads, oder ieden Schritte des Rosses oder Mannes allezeit einen Grad, der andere Weiser aber alsdenn nur einen Grad fortrücke, wenn der erste seinen gantzen Circul um, und seine hundert Grad einmahl durchlauffen, denn solcher Gestalt kan man viel Meilen des Zählens befreyet seyn. Und findet man dergleichen künstliche Instrument, an denen etliche wohl vier Weiser zu Morgen, viertel, halben und gantzen Meilen, auch Glöcklein, so die viertel und gantzen Meilen schlagen, in meines gnädigsten Herrn Kunst-Kammer. Was sonsten oben von dem Rade an dem Wagen gemeldet, das kan ihm auch ein gemeiner Mann zu Nutze machen, nur an einem Schubkarren, und sein.n Weg damit messen, er kan aber sol-

ches

ches Rad, weil es kleiner seyn muß, nur etwa im Umkreiß die Helffte, dritten oder vierdten Theil einer Ruthe seyn lassen. Auch darff das Rad am Wagen nicht eben einer Ruthen oder $7\frac{1}{2}$. Elle lang im Umkreiß seyn, sondern es kan es wol ein iedes gemeines Wagen-Rad thun, es sey gleich grösser oder kleiner, man kan solches doch wohl in seinem Umkreiß abmessen, und hernach den Umlauff darnach ausrechnen; als ich will setzen, es sey an einem Wagen ein Rad nur $6\frac{2}{3}$. Ellen in Umkreiß, so rechne man per regulam detri inversam den Umlauff desselben einer Meilen also aus: $6\frac{2}{3}$. Ellen geben 3600. mahl den Umlauff, was $7\frac{1}{2}$. Elle? Antwort: 4050. mahl, so viel mahl müste das kleinere Rad eine Teutsche Meile umlauffen.

Also auch wenn ein Rad mehr als $7\frac{1}{2}$. Elle im Umkreiß wäre, als ich setze $9\frac{3}{7}$. Ellen. So spricht man gleicher gestalt durch die umgekehrte Regul detri $9\frac{3}{7}$. Ellen geben 3600. mahl Umlauff, was $7\frac{1}{2}$. Elle? Antw. $2863\frac{7}{11}$. mahl, so viel mahl lieffe

das grössere Rad eine Meile um. Also kan man die Ausrechnung auf alle andere machen.

Endlich ist zwar auch noch ein anderer und bequemer Weg gantze Fürstenthümer und Königreiche zu messen, und in Grund zu legen, nehmlich per longitudines und latitudines locorum, wo solche bekannt seyn, weil aber solches ad Cosmographiam & Geographiam gehörig, wollen wir solches dahin remittiren, und aus diesem Lust-Garten nicht einen grossen Wald machen, sondern hiermit also im Nahmen GOttes diesen sechsten Theil, und dadurch das erste Buch beschliessen.

Das Andere Buch DE SOLIDIS, Oder Von Cörperlichen Dingen.

Es ist zum Eingange des ersten Buchs Meldung geschehen, wie die Geometria vornehmlich in zwey Theil unterschieden werde, nehmlich in Geometriam und Stereometriam, von dem ersten Theil ist im ersten Buche nach Nothdurfft gehandelt, nun folget hier auch in diesem andern Buche de Solidis der andere Theil Geometriæ, nehmlich Stereometria.

Der

Der Erste Theil
Des andern Buchs
Begreiffet in sich
DEFINITIONES,
Das ist:

Kurtze Erklärung derer Dinge, so in der Stereometria vorkommen.

1. Stereometria.

Stereometria heist zu Teutsch so viel, als Cörper-Messung, ist ein compositum oder zusammen gesetztes Griechisches Wort, und kommt her von στερεὸν, solidum, und μετρεῖν, mensurare, messen, vor welches Wort solidum sonst auch corpus genommen, und also diß compositum Stereometria, zu Teutsch Cörper-Messung gegeben werden mag.

2. Solidum.

Ein Solidum ist, das eine Länge, Breite und Dicke hat.

3. Extremum Solidi.

Das extremum oder äuserste eines solidi ist superficies.

4. Æquales & similes solidæ figuræ.

Gleiche und gleichförmige Cörperliche Figuren sind, welche begriffen sind von gleichförmigen planis, von gleicher Anzahl und Grösse.

5. Solidus angulus.

Ein Cörperlicher Winckel ist, wenn mehr

mehr als zwey Linien einander wechsels weise berühren, die nicht in einer superficie seyn, und welcher sich zu allen Linien neigt.

6. Pyramis.

Ein Pyramis oder Flammen-Seule ist eine solche figura solida, oder Cörperliche Figur, welche von etlichen planis begriffen, die von einem plano zu einem Punct gehen.

7. Prisma.

Ein prisma oder eckigte Seule ist eine figura solida, oder Cörperliche Figur von planis begriffen, deren zwey gegen einander über stehende Seiten, oder plana einander gleich, gleichförmig und parallel, die andern Seiten oder plana aber parallelogramma seyn.

8. Sphæra.

Sphæra, Globus oder Kugel ist eine figura solida, oder Cörperliche Figur, an allen Seiten rund mit einer superficie begriffen, daran alle rechte Linien, so innerhalb der Figur vom centro

oder

oder Mittelpunct biß an die auswendige superficiem gezogen werden, einander gleich oder einer länge seyn.

9. Axis Sphæræ.

Axis Sphæræ ist eine gerade oder rechte Linea, mitten durchs centrum gehende, daran sich die Sphæra drehet oder wendet.

10. Diameter Sphæræ.

Diameter Sphæræ ist eine rechte Linea durchs centrum gezogen, die sich an beyden Seiten oder superficien der Sphæræ endet. Und kan ein iedweder Diameter Sphæræ auch axis seyn, wofern die Sphæra sich daran umdrehet.

11. Conus.

Ein Conus oder Kegel wird begriffen von einem rechtwincklichten Triangul, gestellt auf einen Circulgrund, da eine Linea als der Diameter coni rechtwincklicht auf das centrum des Circulgrundes gestellet, die andere unten biß an die peripheriam, und die dritte von dem Ende derselben, biß an die Spitze der mit-

mittler Linie gezogen wird, also, daß diese den Winckel beschleußt, und um die mittlere Lineam sich drehet und wendet.

12. De triplici forma coni.

Wenn an dem rechtwincklichten Triangul, daraus der Conus gemacht worden, die mittelste und unterste Linea, nehmlich Basis und Cathetus des Triangels einander gleich, oder einer Länge sind, so wird solcher Conus orthogonius, das ist, ein rechtwincklichter Conus genannt, weil alsdenn die Spitze auch einen rechten Winckel giebt, wenn man von derselben noch eine Lineam herunter auf das andere Ende der peripheriæ zeicht; Wenn aber Cathetus kürtzer als die basis des Triangels, so wird solcher conus amblygonius, oder stumpffwincklicht, und wenn cathetus länger als basis, so wird solcher conus oxygonius, oder scharffwincklicht genannt.

13. Axis coni.

Axis coni ist dieselbe unveränderliche rechte Linea, um welche sich der Triangul

angul wendet, nehmlich cathetus oder perpendicularis, die auf dem Circulgrund gestellte Linea des Trianguls.

14. Basis Coni.

Die basis aber des coni ist der Circul, der unten um die rechte Lineam beschrieben.

15. Cylindrus.

Ein Cylinder oder Waltze und länglichrunder Pfeiler ist begriffen von einem rechtwincklichten parallelogrammo, und zwey Circulflächen, oder Gründen, von gleicher Grösse und Weite, an welchem sich das parallelogrammum umdrehet.

So sind auch nicht allein cylindri recti aus rechtwincklichten, sondern auch scaleni aus geschobenen Vierungen.

16. Axis Cylindri.

Die Axis Cylindri ist eine rechte Linea mitten durchs parallelogrammum von einem Circulgrunde zum andern gehend, davon sich das parallelogrammum oder Cylinder drehet.

17. Basis cylindri.

Die Bases aber des Cylinders sind die zween Circul-Gründe auf beyden Seiten, da sich der Cylinder drehet.

18. Similes Coni & Cylindri.

Gleichförmige Coni und Cylindri sind, derer axes und diametri basium proportionirt seyn, als recti gegen rectos, und scaleni gegen scalenos.

Parallelepipedum.

Ein Parallelepipedum oder viereckigte Seule und Pfeiler ist eine figura solida, oder Cörperliche Figur, begriffen von sechs gevierdten Seiten, daran die, so gegen einander über stehen, parallel seyn.

Nun folgen die fünff Corpora regularia.

Euclides hat in allen zweyerley corpora, nehmlich irregularia und regularia, von den irregularibus ist in vorhergehenden definitionibus gemeldet worden; Nun folgen die 5. regularia, sie sind von solcher Beschaffenheit, daß wenn man

man ein oder das andere davon solte in eine Sphæram oder Kugel stellen, und beschreiben, oder eine Kugel in dasselbe einschliessen, so würden alle Ecken eines solchen corporis die superficiem Sphæræ berühren, müssen sie nothwendig gleiche Winckel haben, welches sonst bey andern corporibus nicht angehet; Dahero werden diese corpora regularia genannt.

Und hat Plato solche 5. Corpora den 4. Elementis, und dem Himmel als den 5. simplicibus corporibus mundi (wie sie die Philosophi nennen) verglichen; das Tetraedrum zwar als das erste corpus regulare hat er dem Feuer, das andere, Octaedrum, der Lufft, das dritte, Hexaedrum oder den cubum, der Erden, das vierdte, Icosaedrum, dem Wasser, und das fünffte, Dodecaedrum, dem gestirnten Himmel verglichen.

20. Tetraedrum.

Das Tetraedrum, das vierfältige corpus, ist eine figura solida, oder Cörper-

perliche Figur, unter vier gleichen und gleichseitigen Triangulis begriffen.

21. Octaedrum.

Das Octaedrum oder achtfeldige corpus ist eine figura solida, oder Cörperliche Figur unter 8. gleichen und gleichseitigen Triangulis begriffen.

22. Hexaedrum.

Das Hexaedrum cubus oder sechsfeldige würfflichte corpus ist eine figura solida oder Cörperliche Figur unter sechs gleichen quadratis begriffen.

23. Icosaedrum.

Das Icosaedrum oder zwantzigfeldige corpus ist eine figura solida, oder Cörperliche Figur von zwantzig gleichen und gleichseitigen Triangulen begriffen.

24. Dodecaedrum.

Das Dodecaedrum oder zwölfffeldige corpus ist eine figura solida, oder Cörperliche Figur unter zwölff gleichseitigen und gleichwincklichten Fünffecken begriffen.

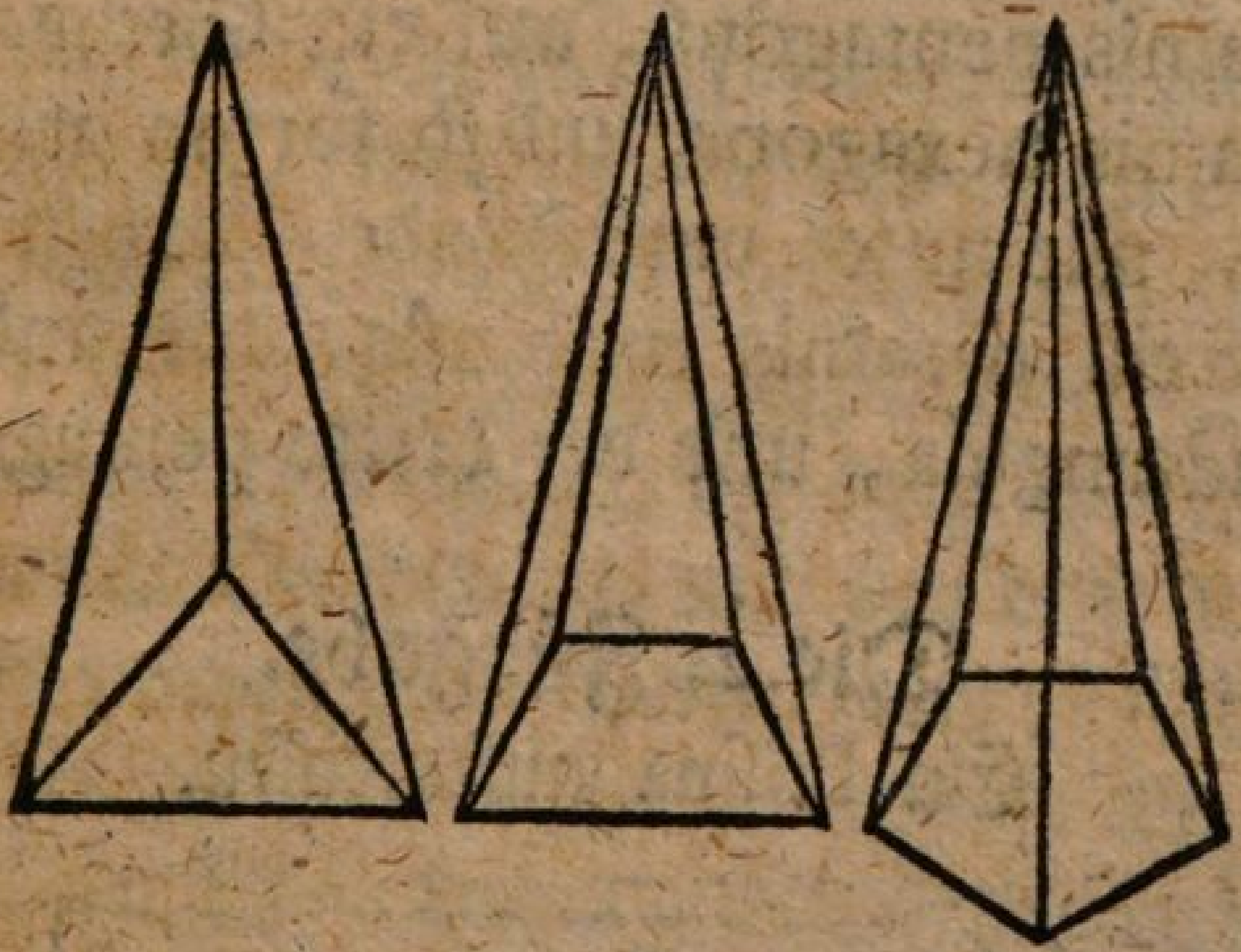
Der

Der Andere Theil
Des andern Buchs
DE SOLIDORUM
Sive figurarum Stereometricarum constructione.
Von Aufreissung Cörperlicher Figuren.

Die

Die 1. Fürgabe.

Einen Pyramidem aufzureissen.

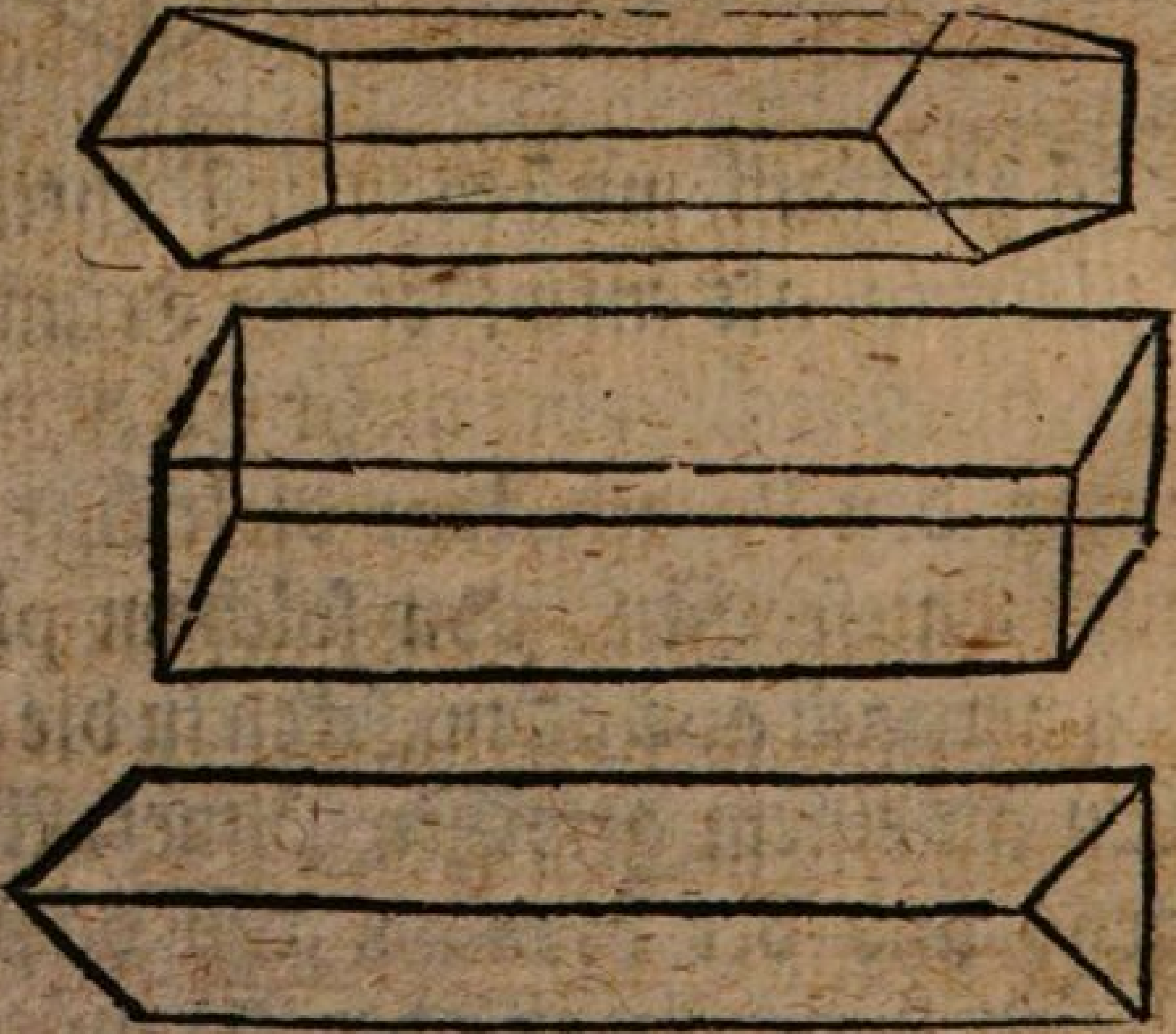


Diß zu thun, muß man erst unten ein planum, als entweder ein Triangul, ein vier-fünff-sechs-oder mehr Ecken, nachdem man den Pyramidem vieleckigt haben will, aufreissen, von solchem plano werden hernach aus allen Ecken in die Höhe, oben an einem gewissen Punct, Linien gezogen, und der Pyramis also dadurch beschlossen, und bekommt der Pyramis hernach seinen Nahmen von dem Grund oder plano, darauf er gerissen, also wenn

er auf einen Triangul gerissen, wird er pyramis Triangula, auf ein Vier-Eck pyramis quadrangula, auf ein Fünff-Eck pyramis pentagona, auf ein Sechs-Eck pyramis hexagona, und so fortan genennet, wie unter vorstehenden dreyen der erste ein pyramis triangula, der andere quadrangula, und der dritte pentagona ist.

Die 2. Fürgabe.

Ein Prisma aufzureissen.



VErmöge der 7. definition des vorgehenden ersten Theils dieses andern

Buchs

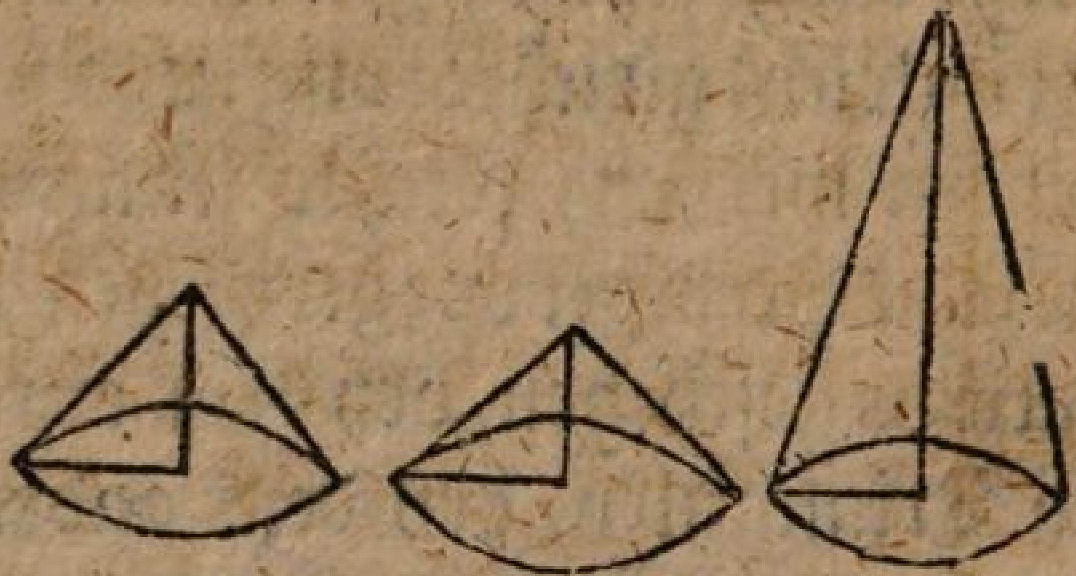
Buchs müssen an dem prismate erst zwey plana (sie mögen gleich drey- vier- fünff- oder mehr eckigt seyn) gegen einander über, einander gleich, gleichförmig, und parallel aufgerissen werden, solches ist an vorstehenden zum Exempel vorgerissenen dreyen prismatibus geschehen, bey dem ersten mit zweyen Triangulen, bey dem andern mit zweyen Quadraten, und bey dem dritten mit zweyen Fünff-Ecken, hierauf sind von dieser planorum gegen einander über stehenden Ecken Linien gezogen, und dadurch parallelogramma gemacht, und also die prismata beschlossen, und begehrter massen aufgerissen worden.

Die 3. Fürgabe.

Einen Conum aufzureissen.

Hierzu giebt die 11. und 12. definition des vorgehenden ersten Theils gnugsame Anleitung, nehmlich daß solcher auf dreyerley Art aus dem rechtwincklichten Triangul auf einen Circul-Grund müsse gerissen und beschrieben werden,

sind demnach derer allhier dreye vorgerissen, deren der erste ein conus orthogonius



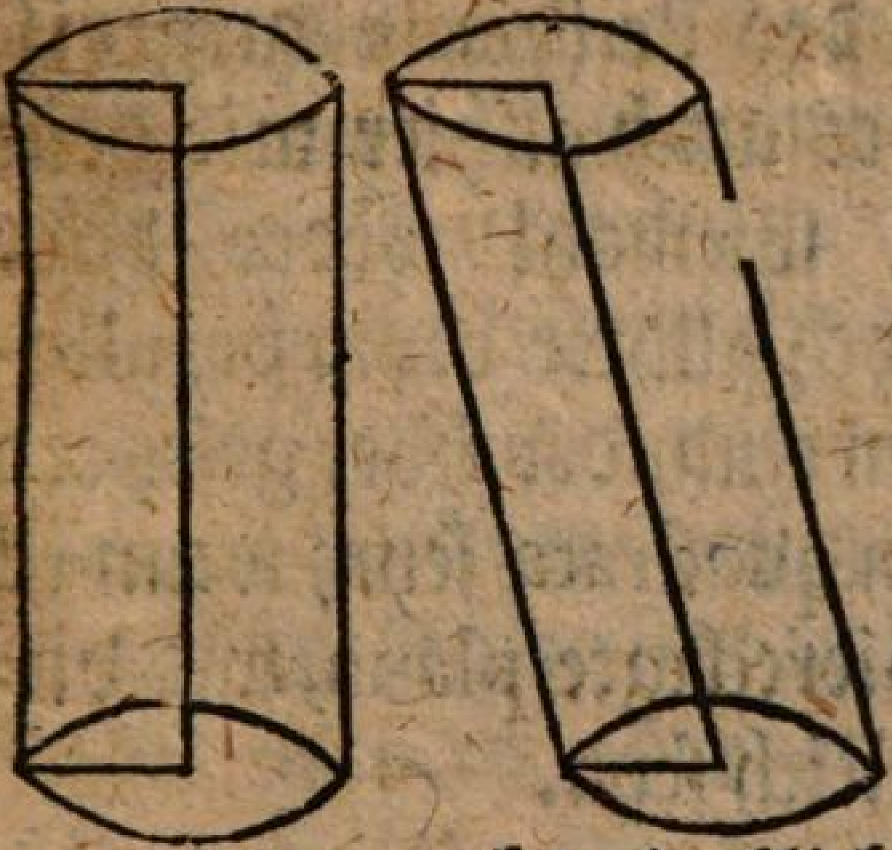
ist, weil sich in dessen Spitze ein rechter Winckel erzeiget, der andere ein amblygonius oder stumpffwincklichter, weil dessen Spitze stumpffwincklicht, und der dritte ein oxygonius oder scharffwincklichter, weil dessen Spitze scharffwincklicht.

Die 4. Fürgabe.

Einen Cylindrum aufzureissen.

BEydes coni und cylindri können so wohl inclinati, als recti seyn, wiewohl Euclides nur der rechtwincklichten gedencket, und von den inclinatis oder neigenden keine Meldung thut.

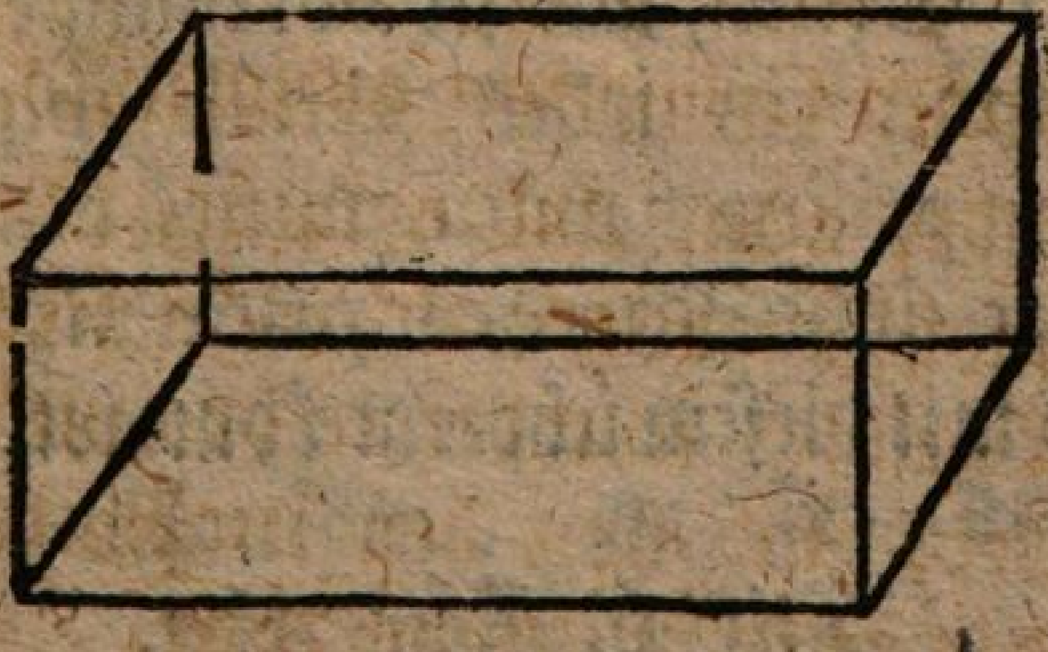
Es sind aber allhier beyderley vorgestellt,



stellt, als an der ersten Figur ein cylindrus rectus, und an der andern ein cylindrus inclinatus, und ist der erste gemacht aus einem rechtwincklichten, der andere aus einem geschobenen parallelogrammo, beyde oben und unten mit Circulflächen oder Gründen, gleicher Weite und Grösse.

Die 5. Fürgabe.

Ein Parallelepipedum aufzureissen.



WJe bey vorgehender andern Fürgabe

 die

die andere Figur des Prismatis aufgerissen, also geschicht es auch allhier mit dem Parallelepipedo, wiewohl weder dort beym prismate, noch allhier beym parallelepipedo die gegen einander über gesetzten plana eben dürffen quadrata seyn, wenn es nur sonst allhier viereckigte plana, und dieselben einander gleich seyn.

Es wird zwar auch der cubus unter die parallelepipeda gerechnet, weil er aber ein regulirt corpus, und auf allen Seiten gleich, also, daß es in eine Sphæram mag beschrieben werden, so hat Euclides solchen unter die corpora regularia gesetzt.

Die andern parallelepipeda haben gegen einander bißweilen kürtzere, bißweilen längere Seiten, wie sie vorkommen, und mag man ein iedes parallelepipedum auch ein prisma nennen, massen man oben aus der definition des prismatis siehet, daß es mit diesem überein kommet.

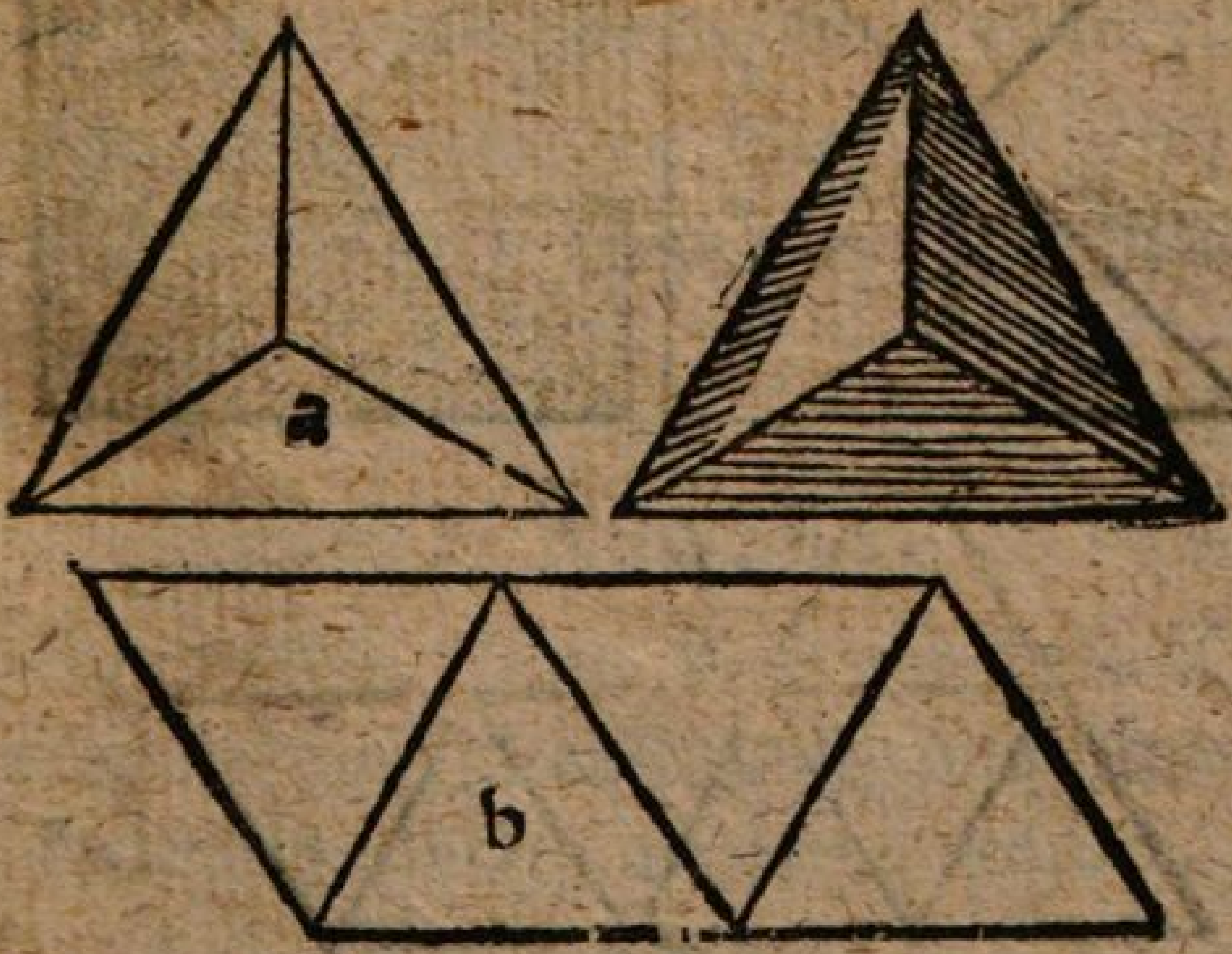
Die 6. Fürgabe.

Das Tetraedrum oder erste corpus regulare

aufs

aufzureissen, auch aus Pappier oder anderer materia zusammen zu setzen.

DAs Tetraedrum wird aus vier gleichseitigen Triangulen gemacht, und aufgerissen, wie bey der Figur sub litera *a* zu sehen, daß 3. Seiten oder Triangul im Aufreissen zu Gesicht kommen; Will man es aber aus gepapten Pappier, Holtz, oder andern materiis machen, so muß man solche materiam dar-

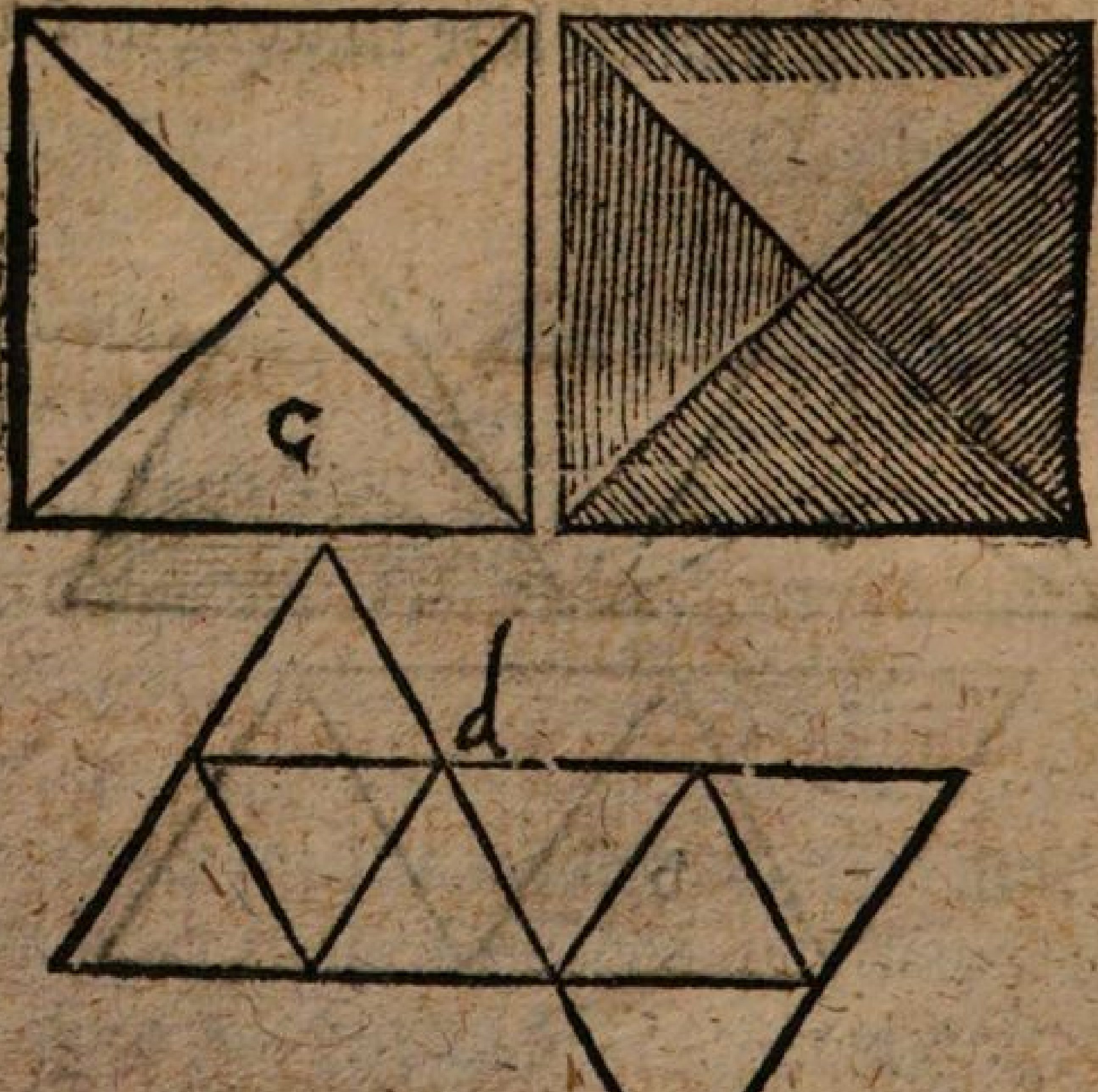


zu ausschneiden, wie bey der Figur sub litera *b* zu sehen, also daß man es Triangul-weise nur also einkärbt,

daß es nicht gantz durchschnitten wird; wenn man hernach diese Figur zusammen drückt, bringt sie das Tetraedrum in seiner Form heraus.

Die 7. Fürgabe.

Das Octaedrum oder zweyte Corpus regulare aufzureissen, auch aus Pappier oder anderer materia zusammen zu setzen.



DAs Octaedrum wird aufs Pappier auf-

aufgerissen, wie bey litera c zu sehen, von solchen kommen im Aufrisse nur 4. Triangul zum Gesichte, da es sonst aus 8. gleichen und ungleichseitigen Triangulen beschlossen wird.

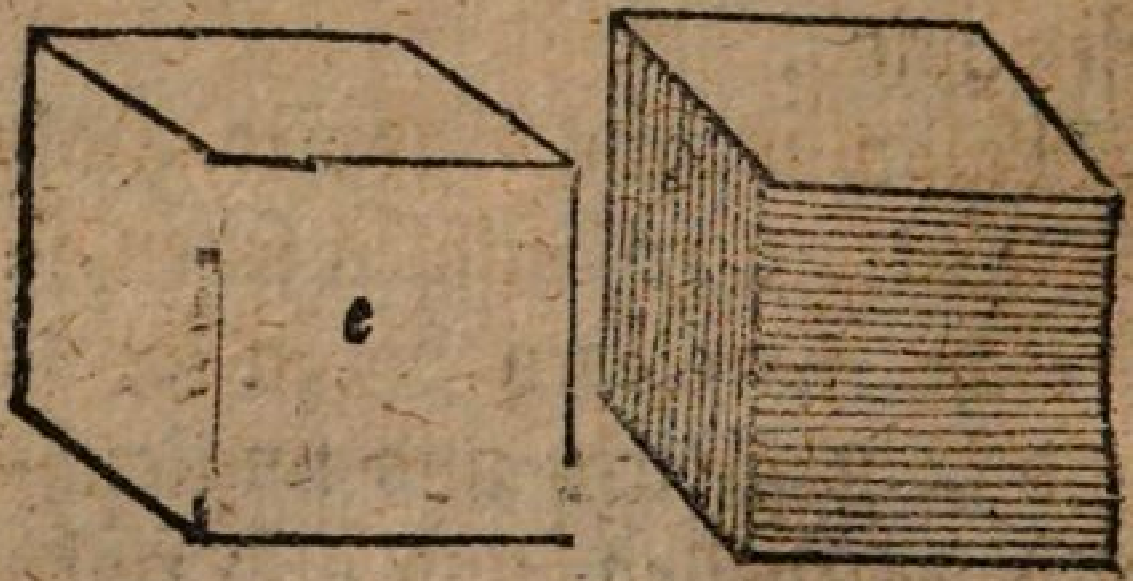
Will man es aus Pappier, Holtz oder anderer materia zusammen setzen, so muß man solche materiam darzu ausschneiden, und in 8. gleiche und ungleichseitige Triangul eintheilen, und also einkärben, daß sie nicht gantz durchschnitten werden, sondern sich zusammen biegen lassen, so wird daraus das Octaedrum sich zusammen geben.

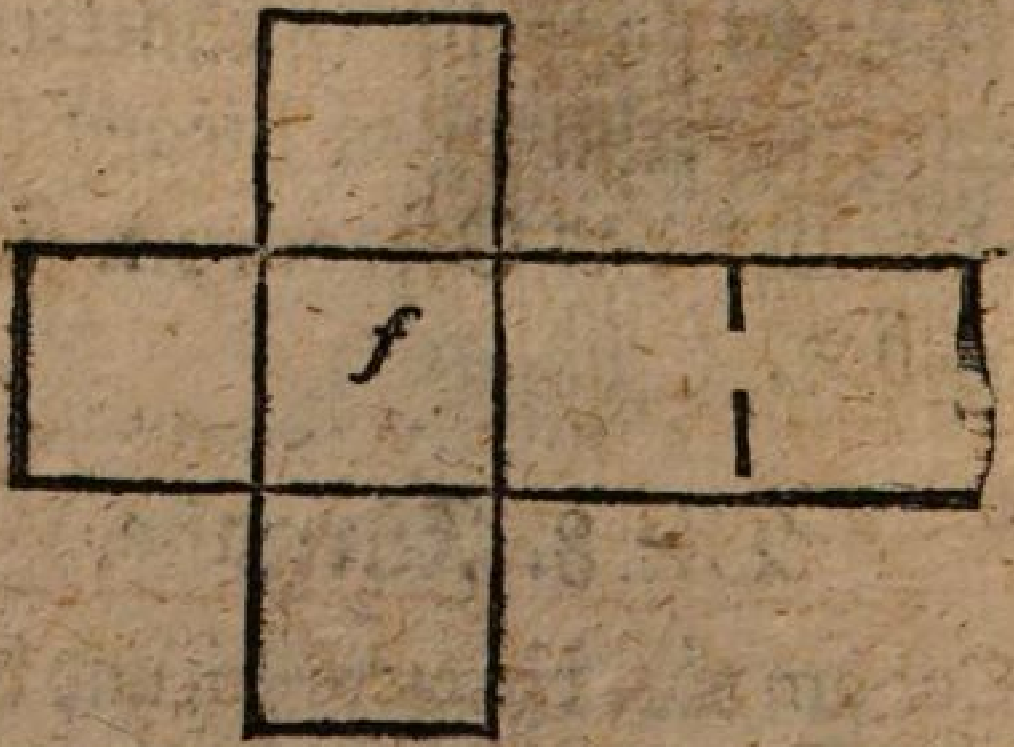
Die 8. Fürgabe.

Den Cubum oder Hexaedrum und dritte Corpus regulare aufzureissen, auch aus Pappier oder anderer materia zusammen zu setzen.

Diß Corpus bestehet zwar sonst aus sechs gevierdten Seiten oder quadratis, es kommen aber im Aufreissen davon nur dreye zu Gesichte, wie bey der

Figur sub litera *e* zu sehen, wo es aber aus Pappier oder Holtz geschnitten, und hernach zusammen gedruckt werden solte,





müste man darzu eine Figur von sechs Quadratis zubereiten, wie solche zu sehen bey litera *f*.

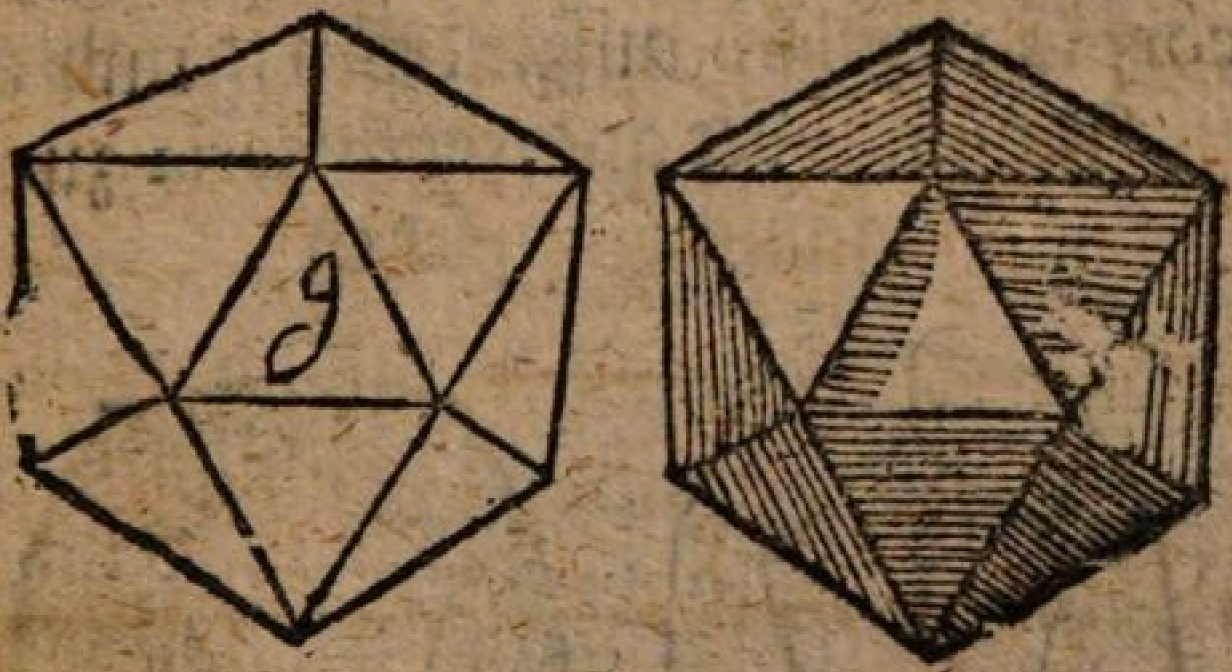
Die 9. Fürgabe.

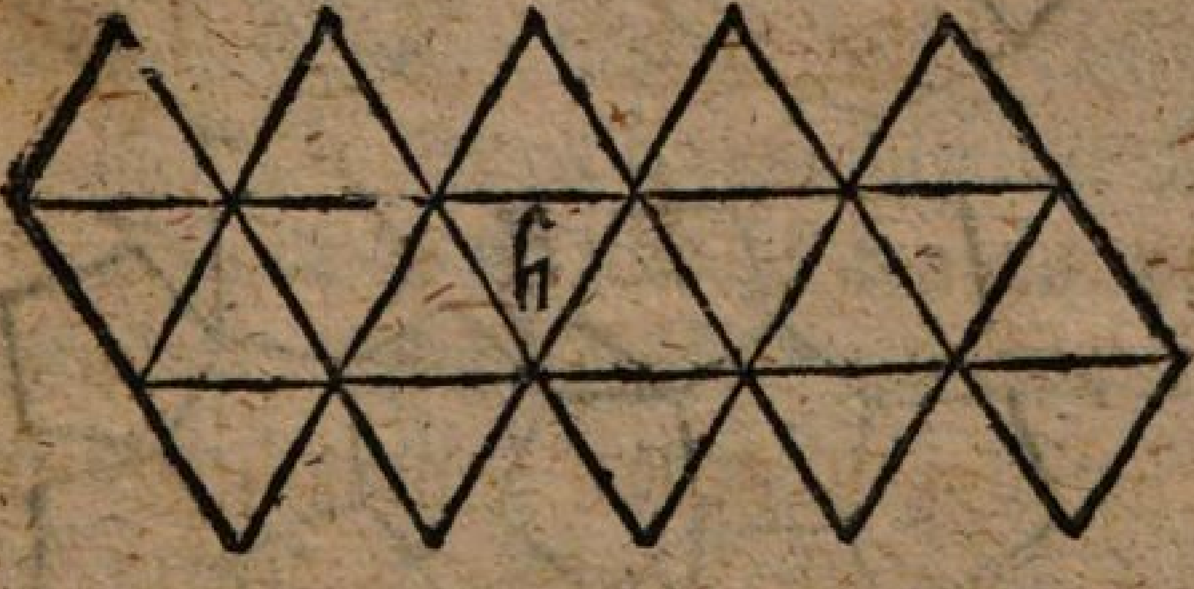
Das Icosaedrum oder vierdte corpus regulare

auf-

aufzureissen, auch aus Pappier oder anderer materia zusammen zu setzen.

AN diesem corpore, so aus 20. gleichen und gleichseitigen Triangulen bestehet, præsentirt sich im Aufreissen gleicher gestalt nur die Helffte, wie an der Fi-



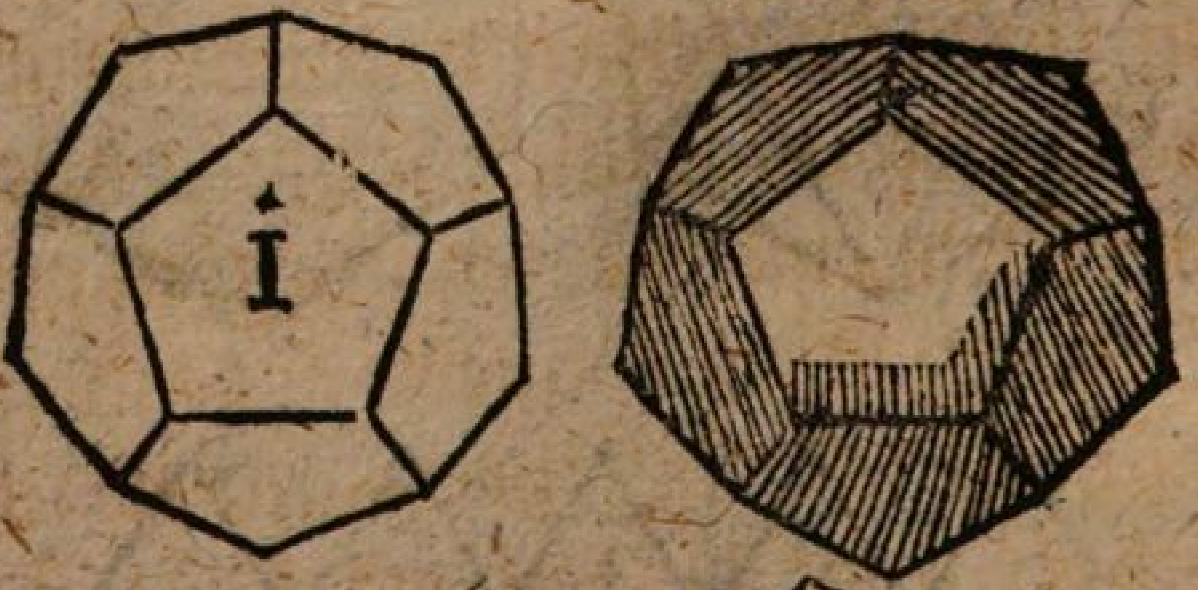


gur sub litera *g* zu sehen, soll es aus einer gewissen materia componirt werden, so muß man solche in 20. gleiche und gleichseitige Triangul eintheilen, und in eine

Feldung bringen, wie bey der Figur sub lit. *b* zu sehen, solche, wenn sie also zubereitet, hernach zusammen gedruckt, giebt das Icosaedrum.

Die 10. Fürgabe.

Das Dodecaedrum oder fünffte und letzte corpus regulare aufzureissen, und aus Pappier oder anderer materia zusammen zu setzen.



VOn dem Dodecaedro, welches aus 12. gleichseitigen und gleichwincklich-

ten

ten fünff Ecken bestehet, kommt im Aufrisse auch nur die Helffte zu Gesichte, wie bey der Figur sub lit. *i* zu sehen.

Soll es aus einer gewissen materia componirt werden, so muß man dieselbe in 12. gleichseitige Quinquangul vertheilen, und in solcher Form zubereiten, wie bey der Figur sub lit. *k* zu sehen.

Notandum:

Die 5. corpora regularia sind nicht allein in ihren Aufreissen und constructionibus allhier zur Gnüge, sondern auch in der an diesem Lust-Garten zuletzt angefügten Geometrischen Gallerie, nach ihrer Eigenschafft und mit ihrem ausgerechneten Inhalt, samt der Sphæra, daselbst von dem 146. Exemplo an und folgenden weiter beschrieben, und also diese materia dadurch gar herrlich vermehrt, illustrirt, und zur Lust, Nutz und Ubung ausgeführt.

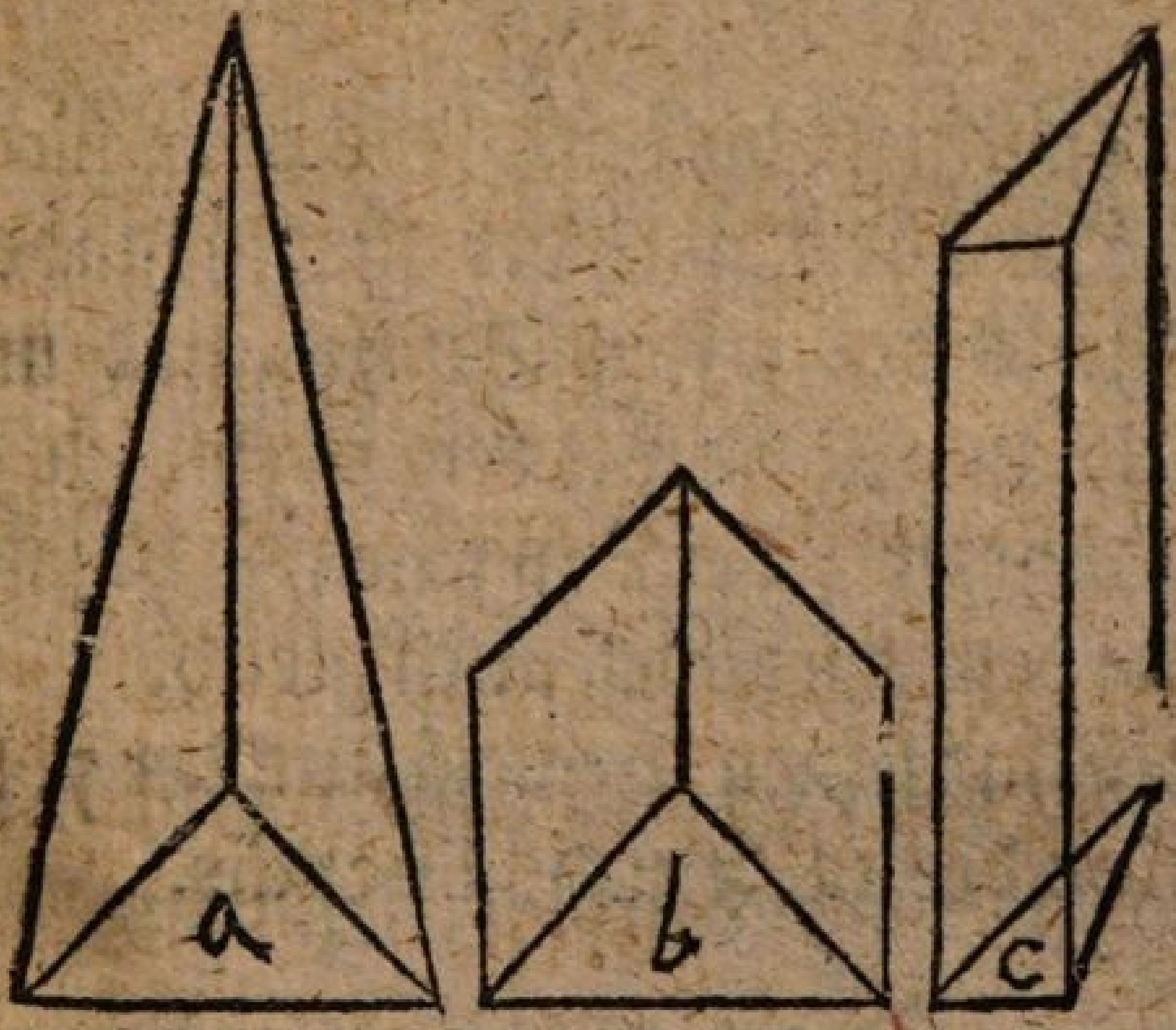
Der dritte Theil
Des andern Buchs
DE SOLIDORUM TRANSFORMATIONE.

Von Verwandelung oder Veränderung Cörperlicher Figuren.

Die

Die 1. Fürgabe.

Einen Pyramidem in ein Prisma zu verwandeln, daß solches Prisma mit dem Pyramide gleiches Inhals.



WEnn man ein prisma auf eben dergleichen basin formirt, wie der pyramis hat, es mag solche basis nun gleich ein drey- vier- oder mehr eckigtes planum seyn, und hernach das prisma auf solche basin nur den dritten Theil so hoch macht, als der pyramis ist, so ist solches prisma dem pyramidi am Inhalt gleich,

gleich, wie zu sehen an den beyden Figuren *a* und *b*, da das prisma *b* gleich so groß, als der pyramis *a*, alldieweil es mit dem pyramide einerley basin hat, und nur ein Drittel so hoch ist, als der pyramis.

Oder

Man theilt die basin des pyramidis in 3. gleiche Theil, nach der 13. Fürgabe des 4. Theils des ersten Buchs, und macht darauf ein prisma mit dem pyramide gleicher Höhe, wie bey *c* zu sehen, so ist solches prisma dem pyramidi auch gleich.

Diß hat seinen Beweiß aus der 7. Proposition des 12. Buchs Euclidis.

Die 2. Fürgabe.

Ein Prisma in einen Pyramidem zu verwandeln.

DIß giebt sich selbst aus vorgehender Fürgabe, denn wenn man daselbst die basin des prismatis *b* abzeichnet, und darauf einen pyramidem *a* dreymahl so hoch macht, als das prisma ist, so wird solcher pyramis mit dem prismate *b* glei-

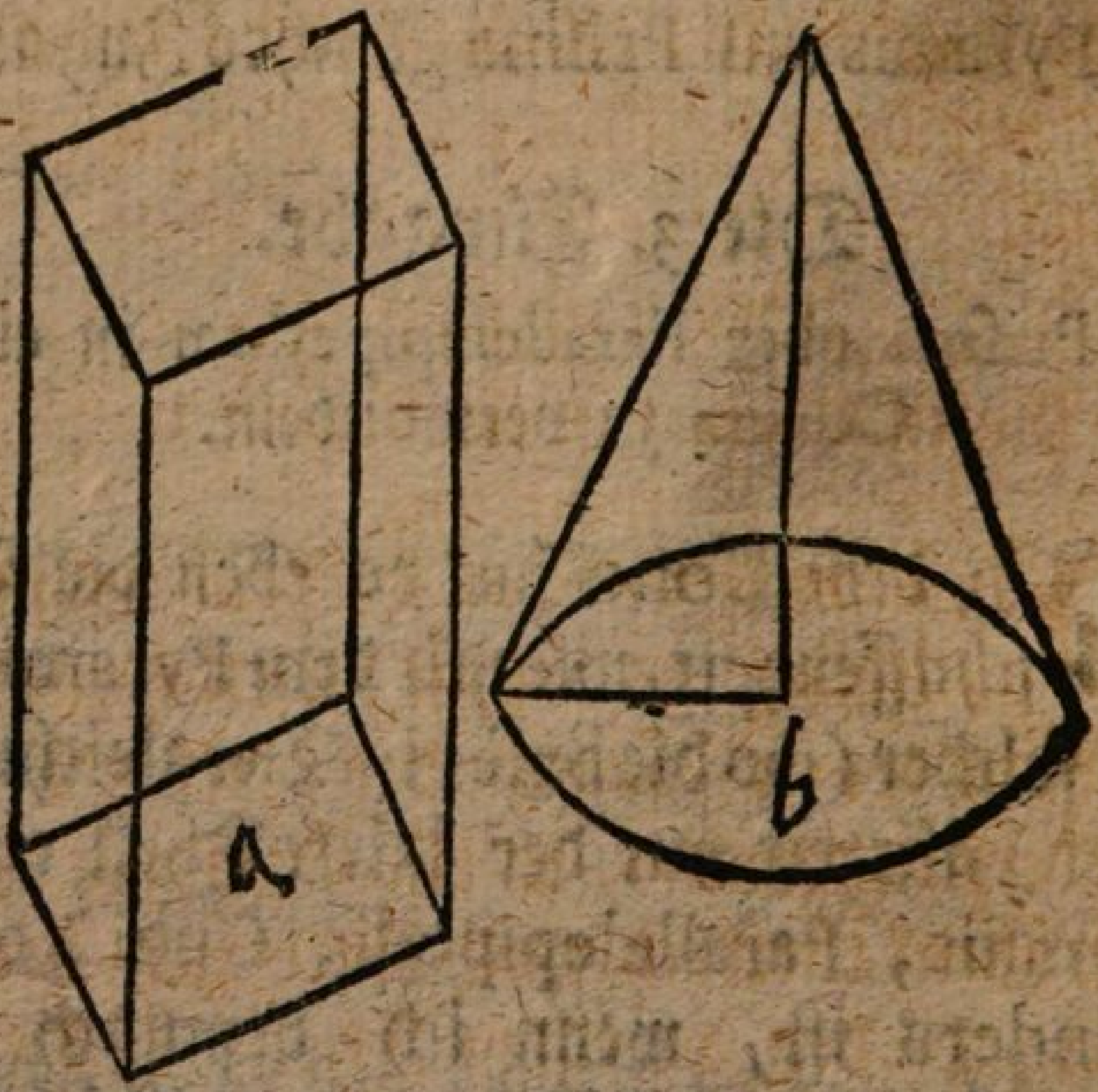
gleiches Inhalts: Oder so der Pyramis mit dem Prismate gleicher Höhe seyn soll, so triplirt man nur die basin des prismatis nach Unterricht der 8. Fürgabe des vierdten Theils des ersten Buchs, und formirt darauf einen Pyramidem mit dem Prismate gleicher Höhe, so sind beydes Pyramis und Prisma gleiches Inhalts.

Die 3. Fürgabe.

Ein Prisma oder Parallelepipedum in einen Conum zu verwandeln.

MIt dem Cono hat es eben die Beschaffenheit, wie mit dem Pyramide, daß solcher (wo die bases in Vergleichung stehen) allezeit nur der dritte Theil eines Prismatis, Parallelepipedi, Cubi, oder Cylinders ist, wenn ich demnach ein Prisma habe, als allhier *a*, und will solches in einen Conum verwandeln, so nehm ich dessen basin, die sey gleich drey- vier- oder mehr eckigt, und bringe solche nach Unterricht des dritten Theils des

des ersten Buchs in ein Quadrat; Wenn nun der Conus mit dem prismate gleicher Höhe seyn soll, so triplir ich solch Quadrat alsobald, nach der 9. Fürgabe des vierdten Theils des ersten Buchs, wenn diß geschehen, so bring ich solch Quadrat



in einen Circul, nach Unterricht der 10. Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, auf solchen Circul-Grund stell ich einen Conum mit dem prismate *a* gleicher

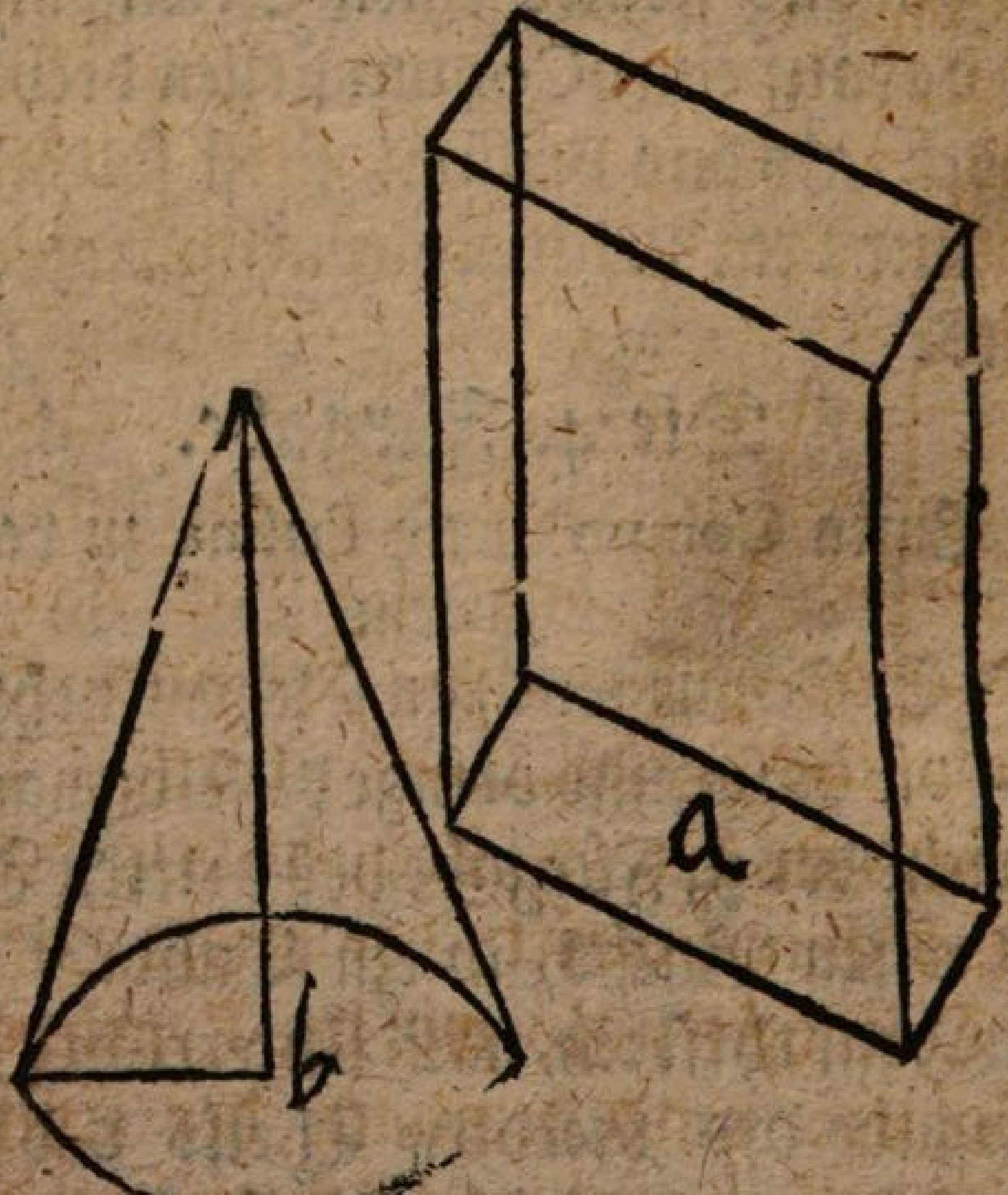
cher Höhe, wie geschehen in *b*, so ist solcher Conus *b* mit dem Prismate *a* gleiches Inhalts. Soll aber der Conus mit dem Prismate nicht gleicher Höhe seyn, so darff ich das Quadrat nicht tripliren, sondern nur daraus stracks einen Circul machen, und darauf einen Conum stellen dreymahl so hoch, als das Prisma; so ist solcher Conus mit dem Prismate auch gleiches Inhalts.

Die 4. Fürgabe.

Einen Conum in ein Prisma zu verwandeln.

DEr Conus sey *b*, an solchem nehm ich die basin, und bringe dieselbe, nach Unterricht der 9. Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, in ein Quadrat, solch Quadrat theil ich, nach Unterricht der 14. Fürgabe des vierdten Theils des ersten Buchs, in drey gleiche Theil, oder rectangula, davon nehm ich den einen Theil, und ziehe darauf ein Prisma mit dem Cono gleicher Höhe, wie geschehen bey *a*, so ist solches Prisma mit dem Cono gleicher

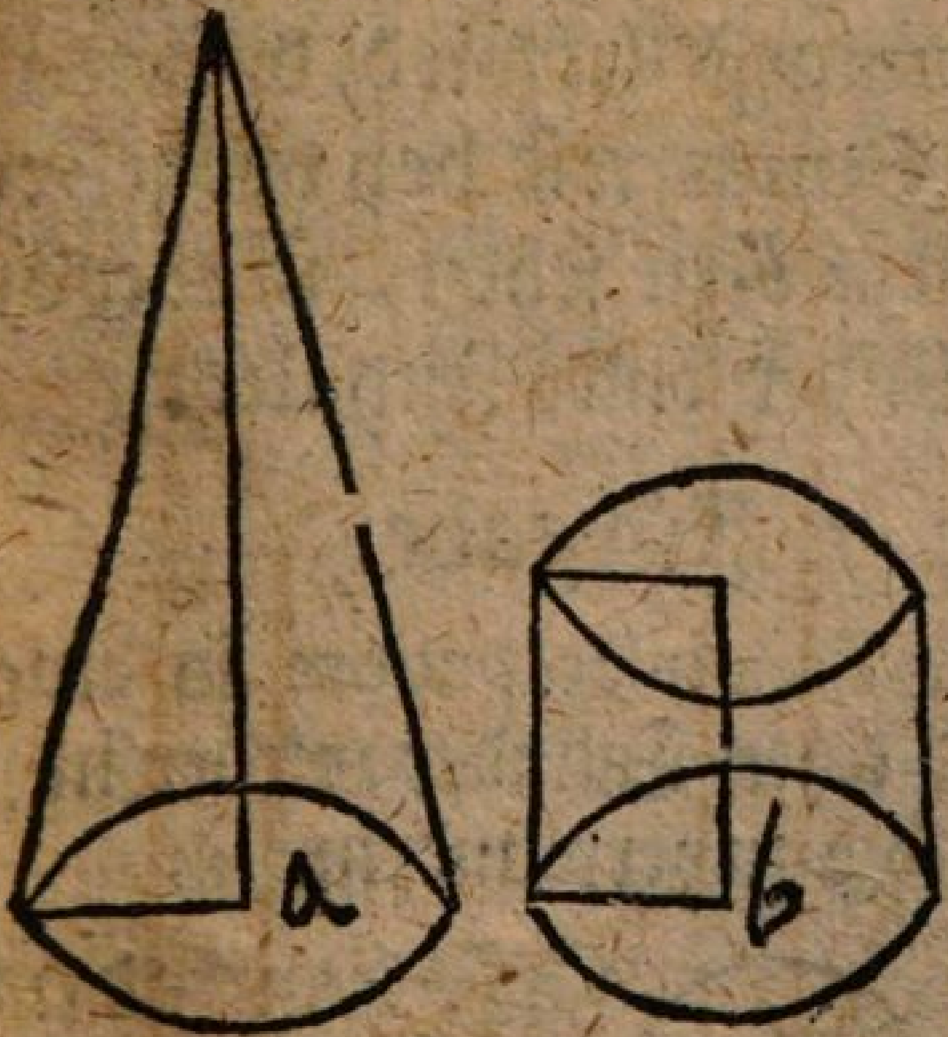
cher Grösse und Inhalts, man kan das rectangulum auch wohl, nach Unterricht des dritten Theils des ersten Buchs, in ein Quadrat, vier- fünff- oder mehr Eck verwandeln, wie mans begehrt, und hernach



das Prisma mit dem Cono gleicher Höhe darauf stellen, so wird es iedesmahl mit demselben gleicher Grösse und Inhalts seyn.

Die 5. Fürgabe.

Einen Conum in einen Cylinder zu verwandeln.



WJe oben bey der ersten Fürgabe der Pyramis in ein Prisma verwandelt worden, also verhält sichs auch hier mit dem Cono solcher Gestalt (wie Euclides in der 10. Proposition des 12. Buchs demonstrirt) der dritte Theil eines Cylinders, als wie der Pyramis des Prismatis; wird demnach der Cylinder allhier auf eben einen solchen Grund von gleicher Grösse gestellt, wie der conus, und hingegen nur den dritten Theil so hoch gemacht, wie zu sehen bey *a b*.

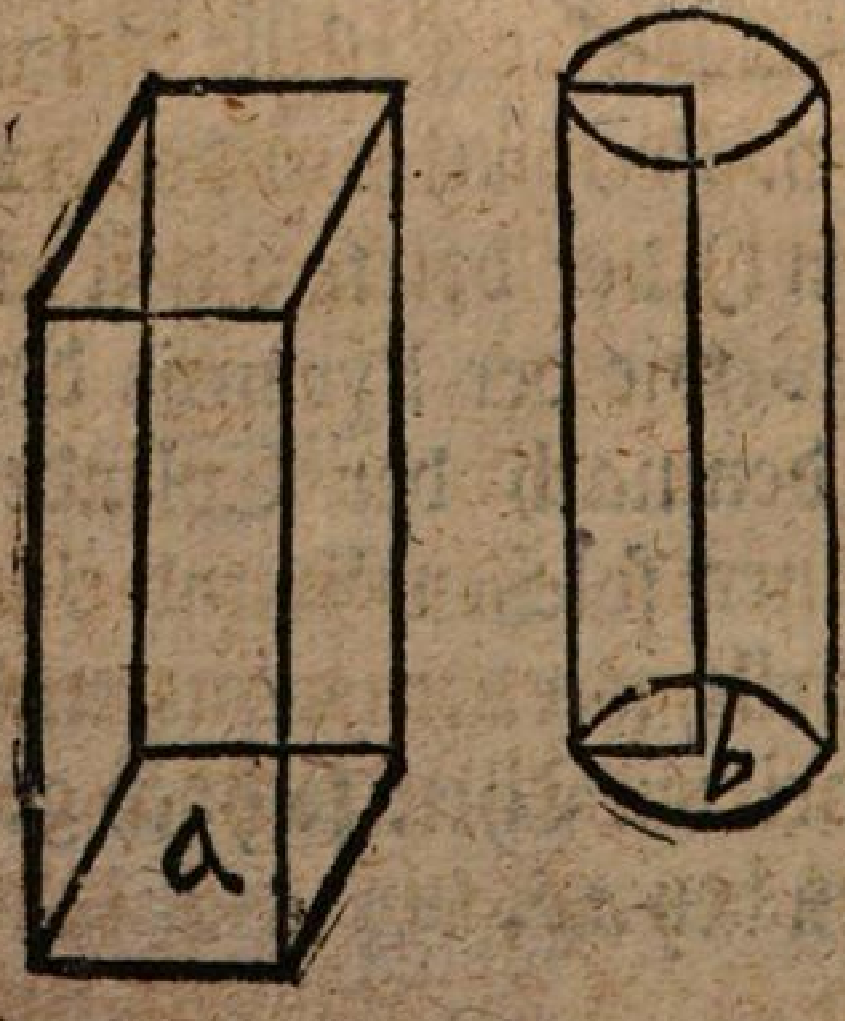
Die 6. Fürgabe.

Einen Cylinder in einen Conum zu verwandeln.

WEnn die basis des Coni der basi des Cylinders gleich genommen, und darauf ein Conus gestellet wird, dreymahl so hoch, als der Conus, wie bey vorgehender Fürgabe an *a b* zu sehen, so werden Conus und Cylinder eines Inhalts.

Die 7. Fürgabe.

Ein Prisma oder Parallelepipedum in einen Cylinder, und einen Cylinder wieder in ein Prisma zu verwandeln.



WEnn das Prisma oder Parallelepipedum einen rechten Quadrat-Grund hat, wie gegenwärtiges sub litera *a*, so nehme man solch Quadrat, und mache

mache daraus, nach der 10. Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, einen Circul-Grund, so mit dem Quadrat gleicher Grösse, solcher Circul-Grund sey *b*.

Hernach formire man darauf einen Cylinder von eben der Höhe, wie das Prisma oder Parallelepipedum hat, so ist solcher Cylinder gleiches Inhalts mit dem Prismate *a*, und mit solcher Seule oder Pfeiler auch einer Stärcke.

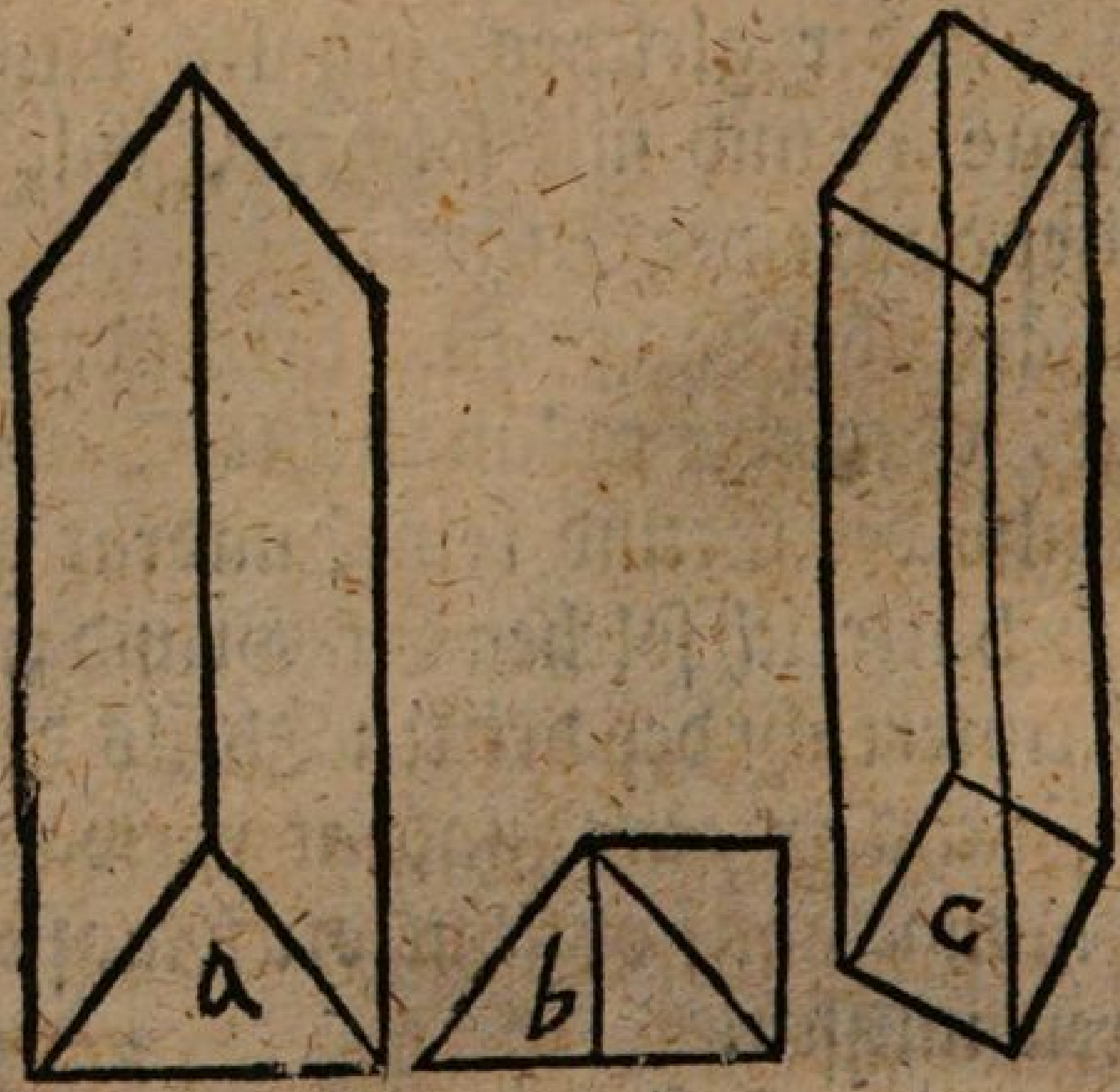
Wäre aber das prisma drey- oder mehr eckigt, oder eine ablänglichte Vierung, und also der Grund kein Quadrat gewesen, so hätte ich solchen Eck-Grund zuvor, nach Unterricht des dritten Theils des ersten Buchs, in ein Quadrat verwandeln, und hernach auf obgemeldte Maasse verfahren müssen.

Nun den Cylinder auch wieder in ein prisma zu verwandeln, solches giebt sich selbst aus vorigen, denn wenn man die basin des Cylinders, nach Unterricht der 9. Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs in ein Quadrat verwandelt, und dar-

darauf ein prisma stellet mit dem Cylindro gleicher Höhe, so ist die Arbeit gethan.

Die 8. Fürgabe.

Ein dreyeckigtes prisma in ein vier- fünff- oder mehr eckigtes zu verwandeln.



DAs dreyeckigte prisma sey fürgestellt an der Figur *a*, dieses in ein viereckigtes zu verwandeln, so trage ich die basin oder den dreyeckigten Grund und Triangul desselben mit dem Circul ab, und

ma-

mache, nach der andern Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, daraus ein parallelogrammum, das ist geschehen in *b*, solch gemacht parallelogrammum trag ich weiter fort, und formire darauf ein prisma oder parallelepipedum gleicher Länge oder Höhe mit dem prismate *a*, so ist solch prisma *c* mit dem prismate *a* gleiches Inhalts und Grösse, und wenn ein Baumeister aus einer solchen dreyeckigten Seule dergleichen viereckigte macht, so würde eine so starck seyn als die andere, auch eine so starck tragen als die andere.

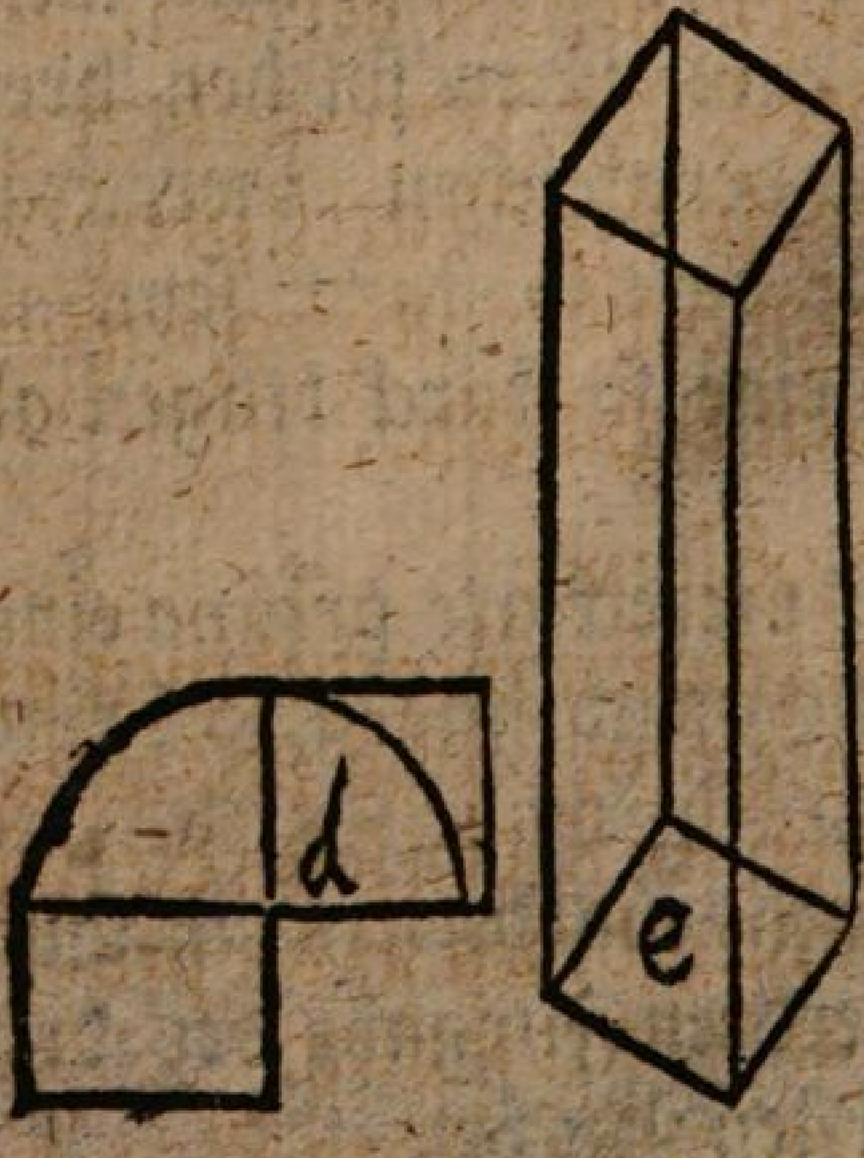
Soll aber das viereckigte prisma einen rechten Quadrat-Grund haben, so bringe ich die ablänglichte Vierung, so aus dem Triangul *b* gemacht worden, in ein Quadrat, nach der vierdten Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs.

Oder soll das dreyeckigte prisma in ein fünff- oder mehr eckigtes verwandelt werden, so bringe man erst die dreyeckigte basin, nach der 8ten Fürgabe des dritten

Theils des ersten Buchs, in dergleichen Eck-Figur, und formire darauf ein so viel-eckigtes prisma mit dem dreyeckigten in gleicher Höhe, so ist es mit demselben auch gleiches Inhalts.

Die 9. Fürgabe.

Ein Prisma in einen Cubum zu verwandeln.



HIerzu wollen wir gebrauchen das bey voriger Fürgabe viereckigt gemachte prisma sub lit. *c*, an solchem, weil es keinen rechten Quadrat-Grund hat, muß man erst die basin in ein Quadrat verwandeln, nach Unterricht der 4ten Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, diß ist allhier geschehen bey *l*. darauf solches Quadrat genommen und

ein

ein Prisma darauf gestellt, mit vorgehenden sub lit. *c* gleicher Höhe, solches ist allhier geschehen in *e*.

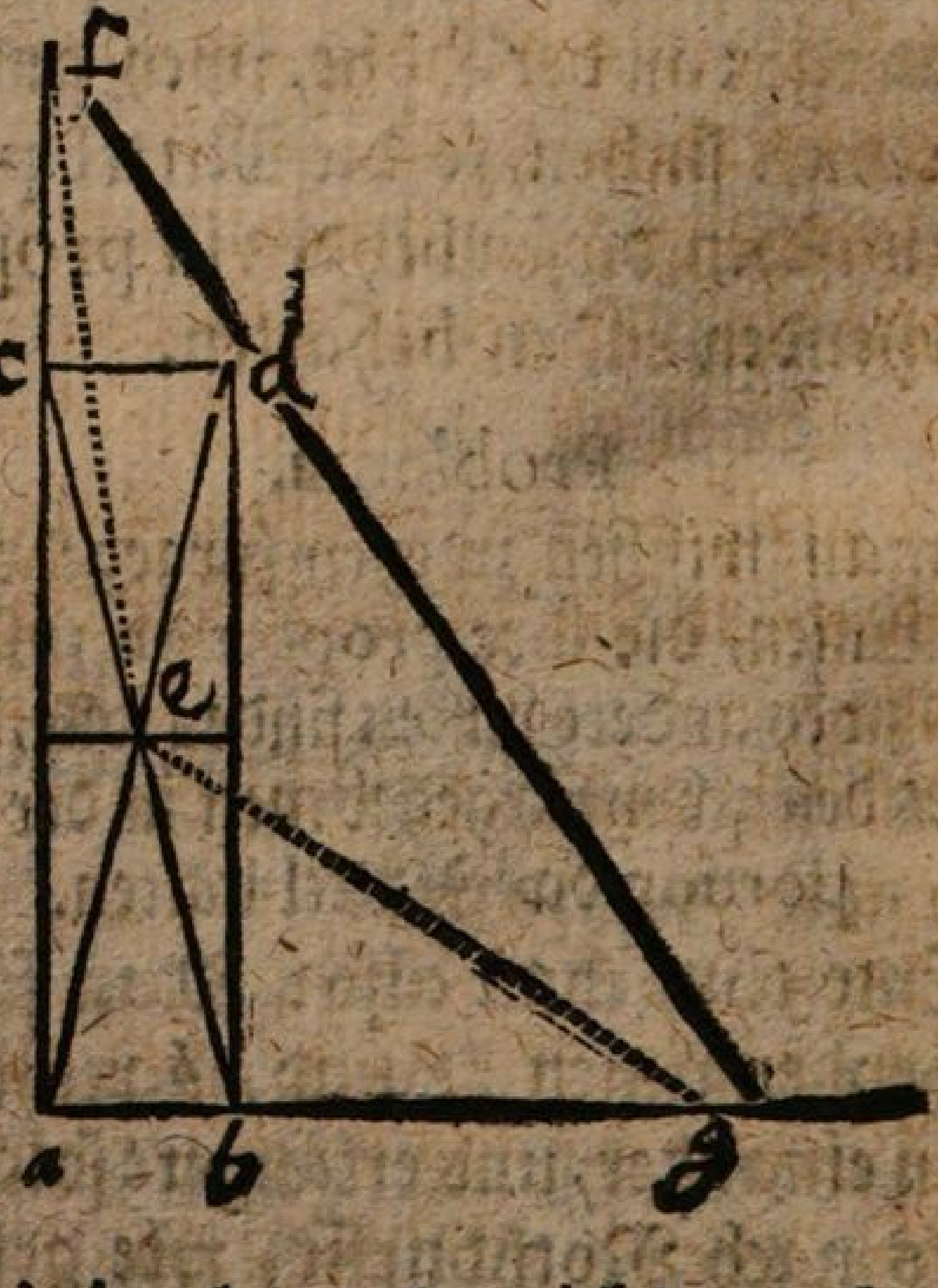
Nun aus diesem, auf einem Quadrat-Grunde stehenden prismate sub lit. *e*, einen cubum zu formiren, so muß man, nach Unterricht nachfolgenden problematis, zwischen zweyen Linien dieses prismatis, als zwischen einer kurtzen an der basi, und einer langen an der Höhe, zwey andere gerade Linien suchen, so die Mittel proportion zwischen diesen beyden in proportione stehenden Linien behalten.

Problema.

Wie man zwischen zweyen fürgegebenen geraden Linien, die ihre proportion zusammen haben, zwey andere Linien finden solle, die zwischen den zwey fürgegebenen in der proportion das Mittel halten.

DEme thut man also: Man fügt die beyden Linien *a c* und *a b* rechtwincklicht an einander, und erlängert solche beyderseits nach Nothdurfft, wie geschehen von *a* biß in *f* und *g*.

Ferner mache man aus solchen beyden an einander gefügten Linien ein parallelogrammum *a b c d*, durch solch parallelogrammum zeicht man die beyden diagonal-Linien *a d* und *b c*, und merckt den Punct, wo solche einander durchschneiden, als zu sehen bey *e*. Hierauf legt man ein Lineal an die Ecke des parallelo-



grammi in *d*, und zeicht an derselben

hin

hin die Lineam *fg*, doch also, daß von dem Punct *e* der Durchschneidung biß *f* und *g* gleiche Weite sey, darum man bey Anlegung des Lineals zugleich auch einen Circul bey der Hand haben, und denselben mit einem Fusse in *e* einsetzen, mit dem andern aber in *f* und *g* an dem Lineal so lange herum fahren muß, biß man auf den beyden Linien *a g* und *a f* die Puncta findet, dahin bey *d* hinweg die Linea *f g* soll gezogen werden.

Wenn dieses geschehen, und die Linea *f g* gezogen, so theilt mir dieselbe zwey andere Linien ab, nehmlich *c f* und *b g*, welche zwischen den zweyen fürgegebenen *ab* und *ac* in der proportion das Mittel halten.

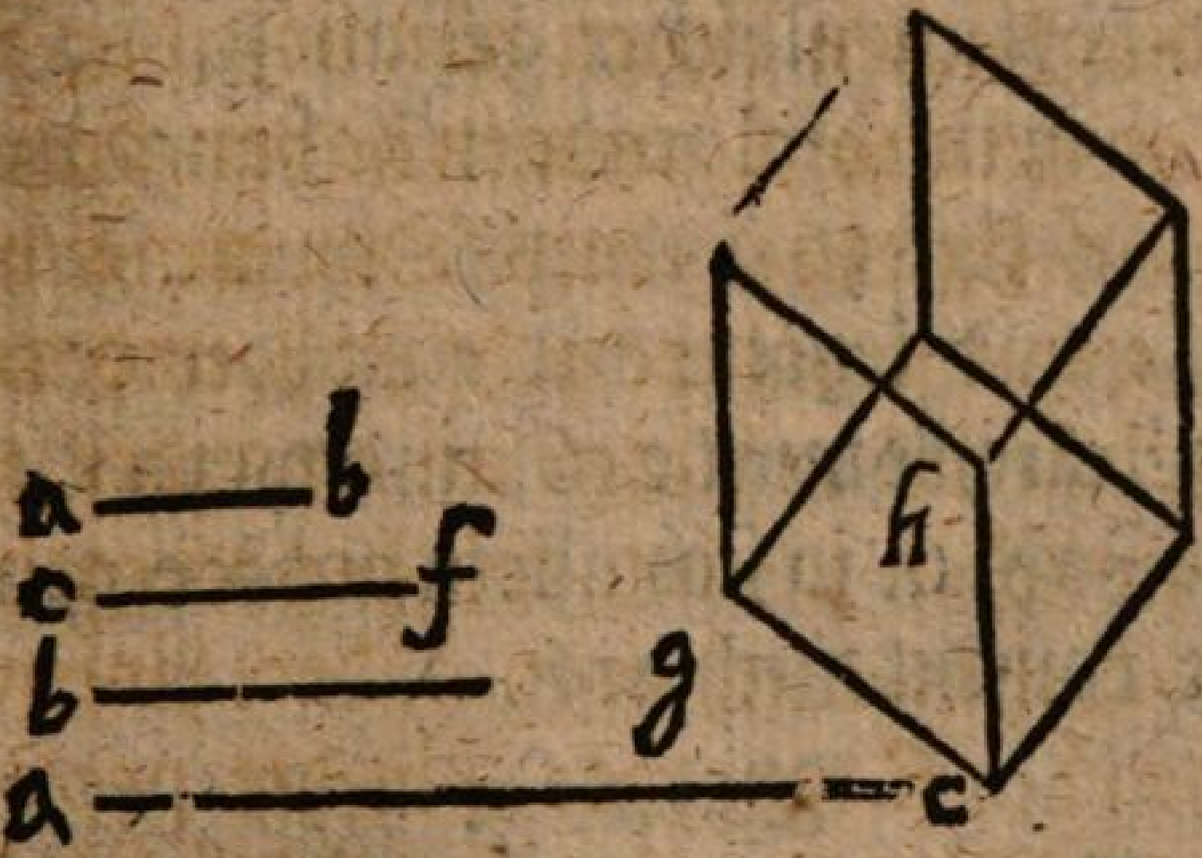
Diß ist von unterschiedenen Mathematicis demonstriret, und insonderheit von Eutocio in seinem Commentario über das andere Buch Archimedis de Sphæra & Cylindro. Kan auch durch Zahlen dergestalt vor Augen gestellt und demonstrirt werden: Wenn man

zwey dergleichen Linien nimmt, die ihre proportion also zusammen haben, daß die erste zum Exempel eines Daumens oder Zolls lang, die andere acht Zoll, und man fügt solche beyde Linien an einander, und sucht zwischen solchen, wie bey vorgehenden geschehen, auch zwey andere Linien, so zwischen den fürgegebenen in der proportion das Mittel halten, so wird sich befinden, daß die andere 2. und die dritte 4. Zoll halte, und also solche 4. Linien in dieser Ordnung stehen: 1. 2. 4. 8. Es giebt aber nicht eben bey allen solche gleiche Theile, denn solche Linien erzeigen sich mehrentheils surdisch, wie auch die oben gesuchten, welche nachfolgends beym Cubo für Augen gestellt.

Folgt weiter
Verwandelung des Prismatis in den Cubum.

NUn endlich das prisma in den Cubum zu verwandeln, wie die proposition haben will, so stehen allhier alle vier Linien, nehmlich *ab*, *cf*, *bg* und *ac* vor Augen.

Da-



Davon nimmt man die Lineam *c f*, und macht daraus den Cubum *h*, so ist solcher gleich so groß als das prisma *e*.

Diß erscheinet deutlich aus multiplicirung der Zahlen, denn wenn ich die zwey Linien, daraus das prisma gemacht ist, in einander cubice multiplicire, und multiplicire unter den neu gesuchten beyden Mittel-proportional-Linien die erste auch cubice, so kommt einerley, als wenn ich zum Exempel unter vorgehenden 4. Zahlen 1. 2. 4. 8. die letzte mit der ersten cubice, das ist, zweymahl multiplicire, kommt 8., und wenn ich die andere auch cubice, das ist, zweymahl mit sich multi-

plicire, kömmt gleicher gestalt 8. Oder wenn ich in nachfolgendem Anhange unter denen daselbst zu Ende gesetzten 4. Zahlen die erste und letztere mit einander cubice multiplicire, kommt 216. und wenn ich die andere Zahl 6. in sich allein cubice multiplicire, kommt auch 216.

Anhang.

Die Mittel proportional-Linien durch Zahlen zu suchen.

BEy obgemeldten problemate ist gewiesen worden, wie man die zwey Mittel-proportional-Linien durch andere Linien suchen solle, wenn man aber solche auch durch Zahlen suchen wolte, und die beyden fürgegebenen Linien in Zahlen bekannt wären, als gesetzt, man hätte zwey proportionirte Linien, daran die erste 3., die andere 24. wäre, zwischen diesen beyden die zwey Mittel-proportional-Linien zu suchen, so multiplicirte man die letztere, als 24. durch das Quadrat der ersten, als durch 9. käme 216. hieraus die cubic-Wurtzel extrahirt, solche thäte 6. vor die

erste

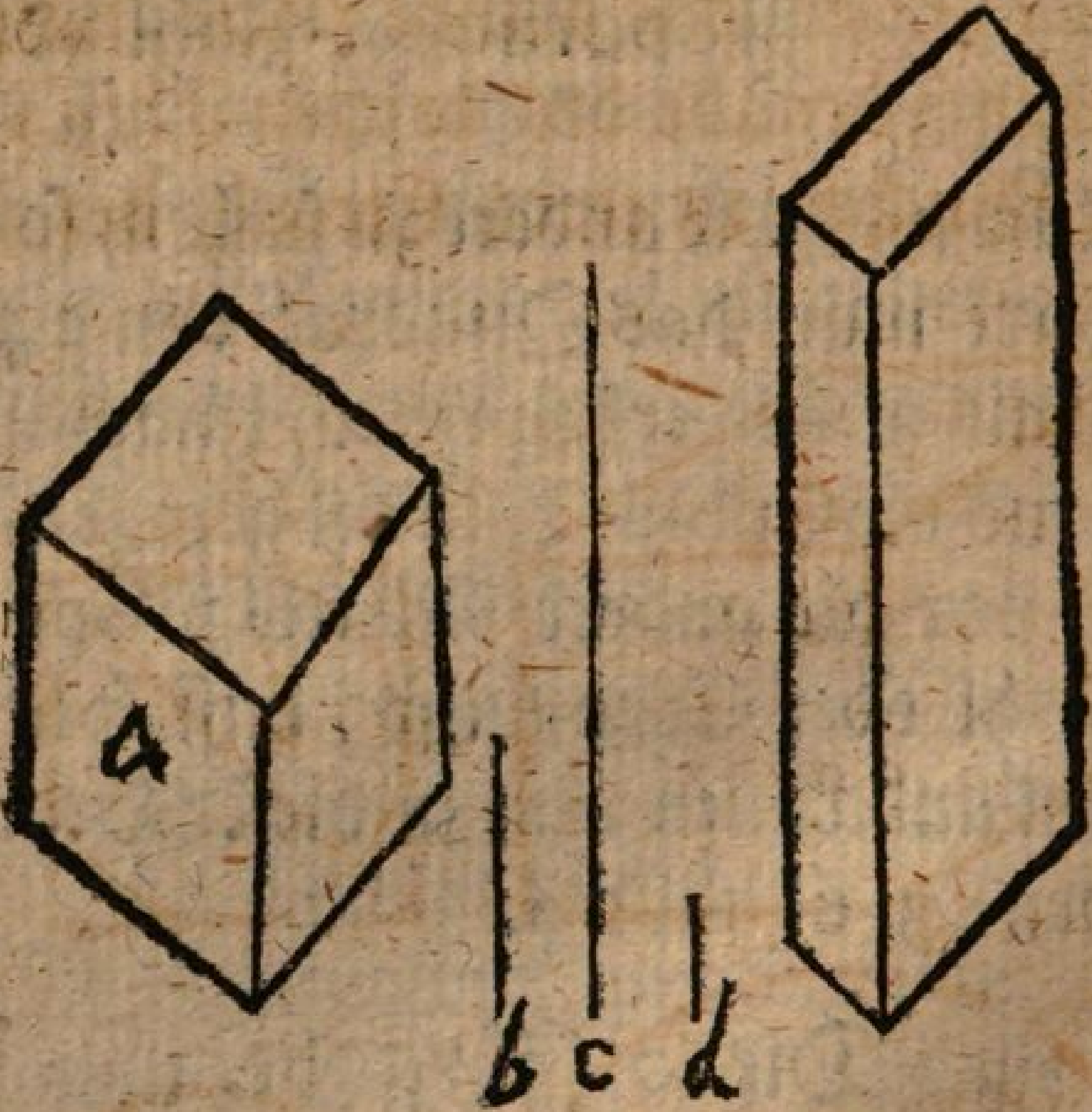
erste Mittel proportional-Zahl oder Linea.

Nun auch die andere zu suchen, so multiplicirte man das Quadrat von 24. als 576. mit 3. der ersten Linea, kämen 1728. Hieraus die Cubic-Wurtzel gezogen, thäte 12. vor die andere Mittel-proportional-Zahl oder Linea, also, daß solche 4. Zahlen und Linien nun in dieser Ordnung stünden: 3. 6. 12. 24.

Die 10. Fürgabe.

Einen Cubum in ein Prisma oder Parallelepipedum zu verwandeln.

DEme thut man also, man nimmt eine Seiten-Lineam des Cubi, die sey *b*, hierzu nimmt man eine Lineam nach Belieben, wie lang man das prisma haben will, und nachdem es möglich, nach derselben Länge zu machen, die sey allhier *c*, zu diesen beyden Linien sucht man, nach der 9. Fürgabe des andern Theils des ersten Buchs, die dritte in gleicher proportion, so befindt sich solche nach ge-



thaner Arbeit in Länge, wie bey *d* zu se-hen.

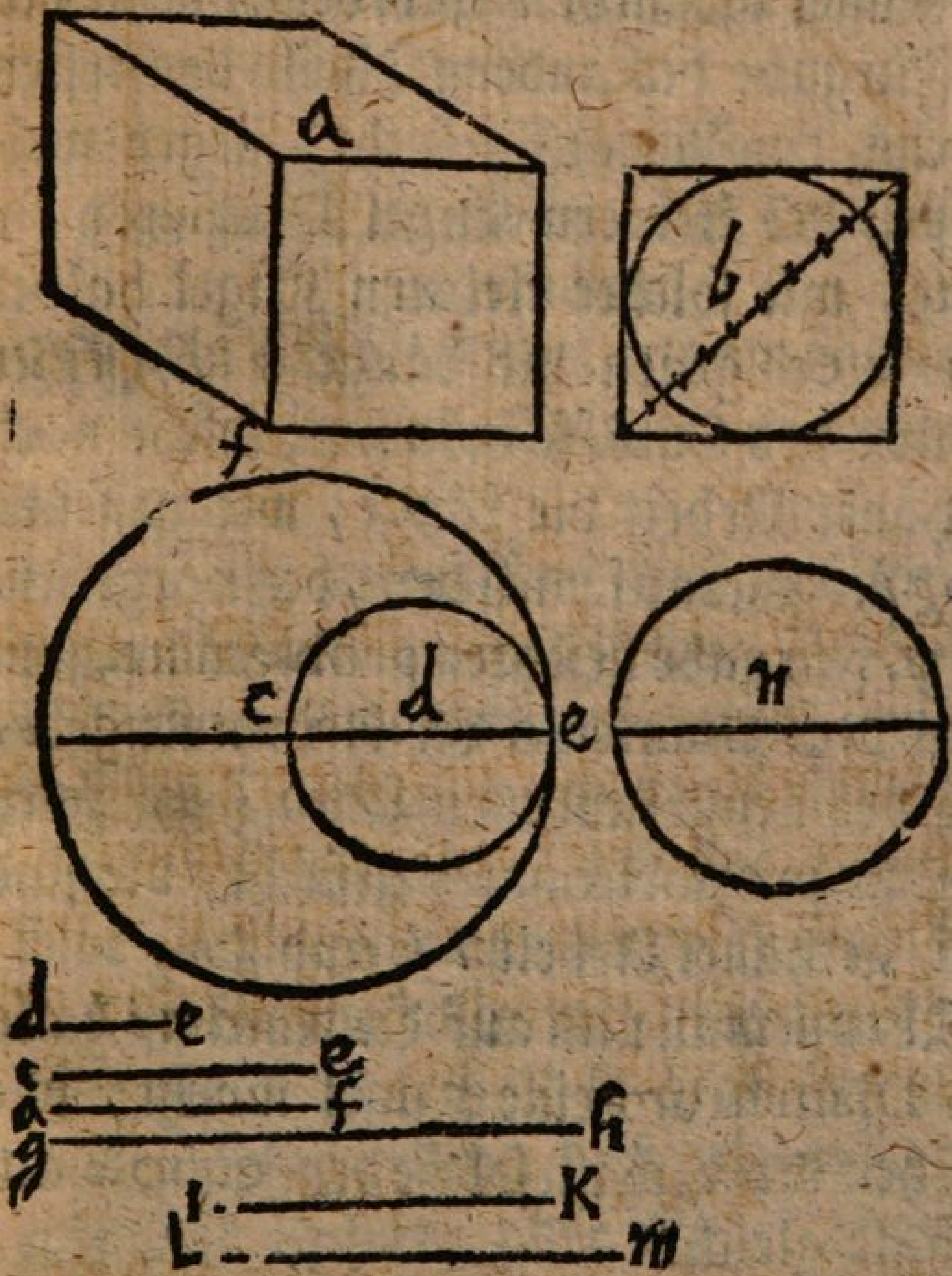
Nun aus *b* und *d* unten ein parallelogrammum, als die basin des Prismatis gemacht, und darauf das Prisma in Länge der Linea *c* aufgezogen, so ist solches am Inhalt dem cubo gleich.

Die 11. Fürgabe.

Einen Cubum in eine Sphæram zu verwandeln.

DEr cubus sey *a*, von demselben nehm ich

ich eine Seite, und bringe solche, nach der zehenden Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, in einen Circul, der ist *b*,



solchen Circul mach ich dreyfältig, nach der 12. Fürgabe des 4ten Theils des er-

ſten Buchs, ſo wird deſſen Gröſſe werden, wie zu ſehen bey *c*.

Aus deſſen halben Diametro wieder eine Kugel gemacht *d*, und denn, nach der 10. Fürgabe des andern Theils des erſten Buchs, eine Lineam geſucht, gegen welche ſich der kleinern Kugel Diameter *c e* halte, wie ſolcher kleinern Kugel halber Diameter gegen die Länge *a f*, einer Seiten des Cubi, ſo bekommt ſolche nach gethaner Arbeit die Länge, wie zu ſehen bey *g h*. Hierauf nach dem, bey vorgehender 9. Fürgabe geſetzten problemate, zwiſchen dem Diametro der kleinen Kugel *c e* und der neugefundenen Linea *g h*, zwey medias proportionales geſucht, die ſind nach gethaner Arbeit *i k* und *l m*.

Wenn man nun auf die Lineam *i k* als den Diametrum eine Kugel macht, wie zu ſehen bey *n*, ſo iſt ſolche dem cubo *a* am Inhalt gleich.

Diß kan demonſtrirt werden aus vorermeldtem problemate, damit man ſich aber mit weitläufftigen demonſtrationibus

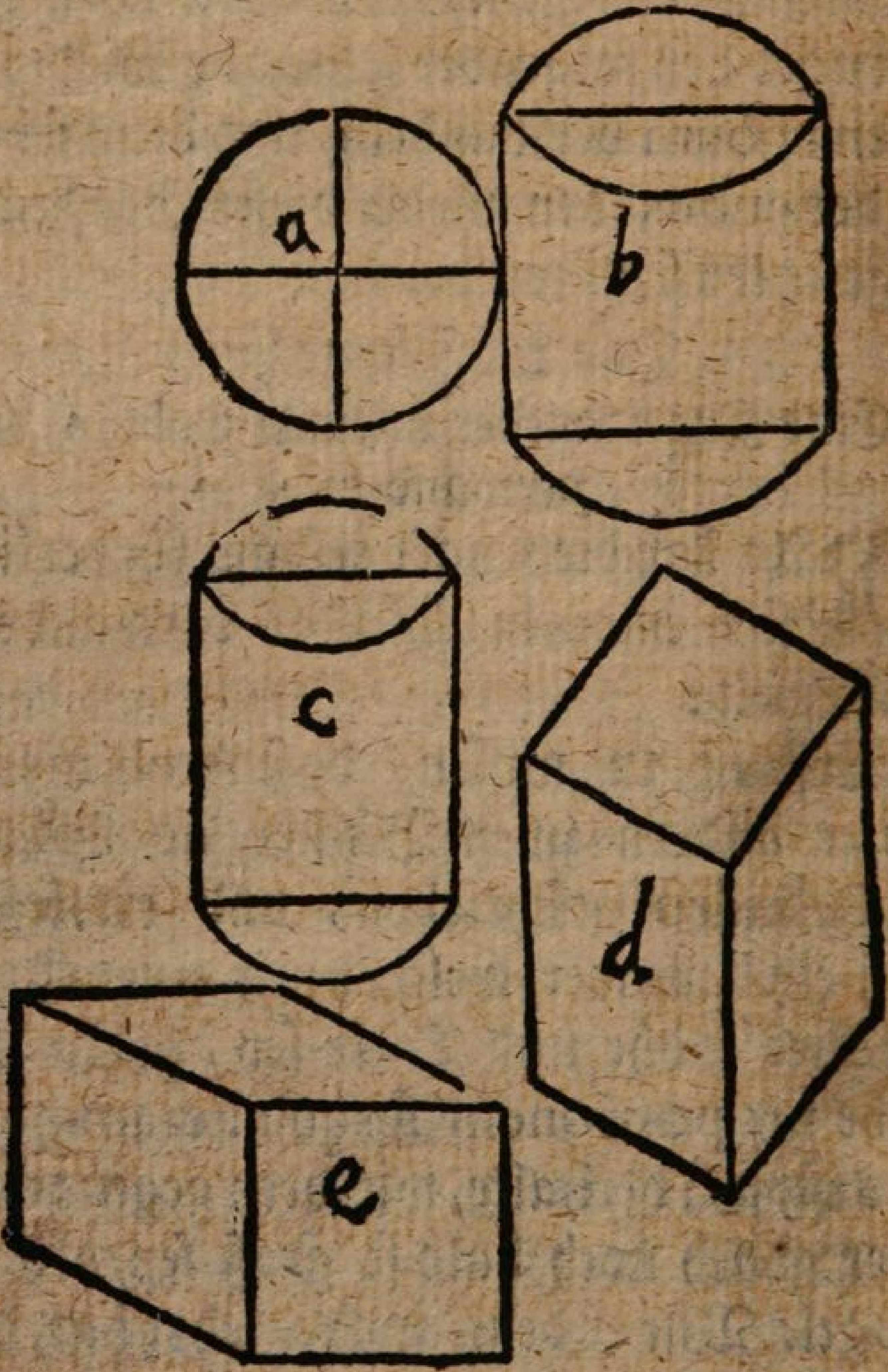
nibus nicht aufhalte, wollen wir eben diese Kugel bey folgender Fürgabe wieder in einen cubum verwandeln, und denn sehen, ob der cubus eben wieder dieser Grösse des obgesetzten seyn werde.

Die 12. Fürgabe.

Eine Kugel wieder in einen Cubum zu verwandeln.

MAn kan die Kugel erst am förderlichsten in einen Cylinder verwandeln, dergestalt:

Erst ist zu wissen, daß Archimedes unter andern zwey Bücher de Sphæra & Cylindro geschrieben, und erwiesen, daß ein Cylinder, welcher mit einer Kugel gleicher Höhe und Dicke sey, gegen dieselbe proportionem sesquialteram habe, das ist, sich verhalte, wie drey gegen zwey, oder gleich noch halb so groß sey, als die Kugel. Wie er denn auch gelehrt hat, daß eine jede Sphæra oder Kugel einen conum, an welchen basis den grösten Circul der Kugel, und dessen Höhe dem halben Diametro solcher Kugel gleich, vier-



mahl beschliesse. Diesemnach mach ich einen Cylinder *b* mit der Kugel *a* gleicher Höhe und Dicke, dessen basin mach ich um ein

ein Drittheil kleiner, das ist, ich theile sie in drey Theil, nach der 20. Fürgabe des vierdten Theils des ersten Buchs, nehme darvon zwey Drittheil, und ziehe darauf einen Cylinder *c* mit dem cylindro *b* gleicher Höhe, so ist solcher der Kugel *a* am Inhalt gleich.

Aus diesem cylindro ein viereckigt Prisma gemacht, nach Unterricht der 7. Fürgabe dieses Theils, und solch Prisma, nach der 9. Fürgabe dieses Theils, in einen cubum *e* verwandelt, so ist solcher der Kugel *a* am Inhalt gleich, welches aus vorgehender Fürgabe mag erwiesen werden.

Beschluß dieses dritten Theils.

HJerbey wollen wir es also mit Veränderung oder Verwandlung Cörperlicher Figuren bewenden lassen, nicht zweiflende, wer vorgehende Fürgaben wohl begriffen, der werde sich hernach auch leicht in andere mehr finden, und solche aus diesen Fürgaben ziehen können.

Wolte man auch die fünff regulirten

cor-

corpora gerne verändern, so ist zu wissen, daß es mit dem ersten corpore regulari, als dem Tetraedro, eben eine solche Beschaffenheit habe, wie mit dem pyramide.

Das andere corpus regulare Octaedrum zertheilt sich in zweene viereckete pyramides, wenn man einen Schnitt von einer Spitze zur andern thut, in den vier Linien, die das Quadrat schliessen, solche beyde pyramides können nach solchem Durchschnitte leicht in einen gebracht, und hernach in unterschiedliche andere Cörperliche Figuren, mit diesem corpore gleiches Inhalts, verwandelt werden.

Bey dem dritten corpore regulari, als dem Hexaedro oder Cubo, darff es hier der Veränderung halben keines weitern Berichts, weil von solchem bey vorgehender 9. 10. 11. und 12. Fürgabe ausführlich geschrieben.

Das vierdte corpus regulare Icosaedrum begreifft in sich 20. dreyeckigte pyramides, welche mit ihren Spitzen im cen-

centro der Sphæræ, darinnen das corpus beschrieben wird, zusammen stossen, an einem iedweden solchen pyramide hat man also die basin, und kan die Höhe biß aufs centrum der Sphæræ leicht abnehmen, und hernach solche 20. pyramides leicht in eine bringen, wie bey folgenden 4ten Theile in der addition und multiplication wird zu sehen seyn, und wenn also dieselben pyramides in einen gebracht, kan man solchen gleicher gestalt in vielerley andere Figuren verwandeln.

Das fünffte und letzte corpus regulare Dodecaedrum beschleust in sich 12. gleichseitige fünffeckigte pyramides, deren Spitze im centro der Sphæræ zusammen lauffen, diese auch in einen, und hernach denselben wieder in andere Figuren, wie man begehrt, verwandelt, so ist gleicher gestalt auch dieses Corpus verändert.

Der

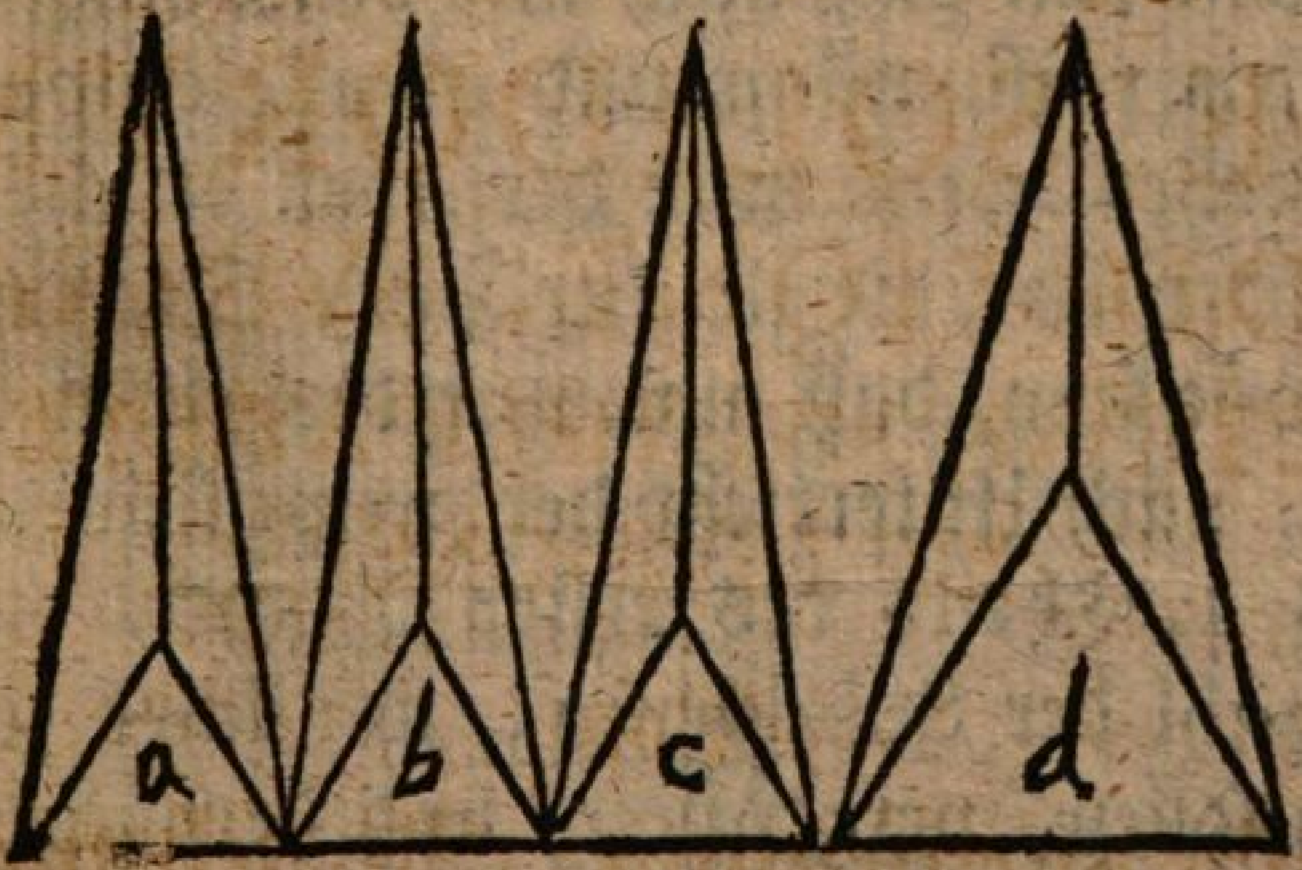
Der Vierdte Theil
Des andern Buchs.
DE SOLIDORUM ADDITIONE, SUBTRACTIONE, MULTIPLICATIONE ET DIVISIONE.
Von
Zusammensetzung, Abziehung, Vermehrung und Theilung Cörperlicher Figuren.

ADDI-

ADDITIO.

Die 1. Fürgabe.

Etliche gleiche und gleichförmige Pyramides oder andere Solida zu addiren und in eins zu bringen.



Die Pyramides mögen drey- vier- oder mehr eckigt seyn, wenn sie nur auf gleichen basibus stehen, und einer Höhe seyn, so thut man also: Es seyn zum Exempel hier vorgestellet 3. Pyramides *a b c*, solche zu summiren, und in einen zu bringen, triplire man des einen basin, nach der 6. 7. oder folgenden Fürgabe des 4. Theils des ersten Buchs, und stelle

stelle darauf wieder einen pyramidem *d* mit dem vorigen gleicher Höhe, so ist solcher die Summa der drey erst fürgegebenen, und begreifft gleich so viel am Inhalt, als die andern alle drey zugleich.

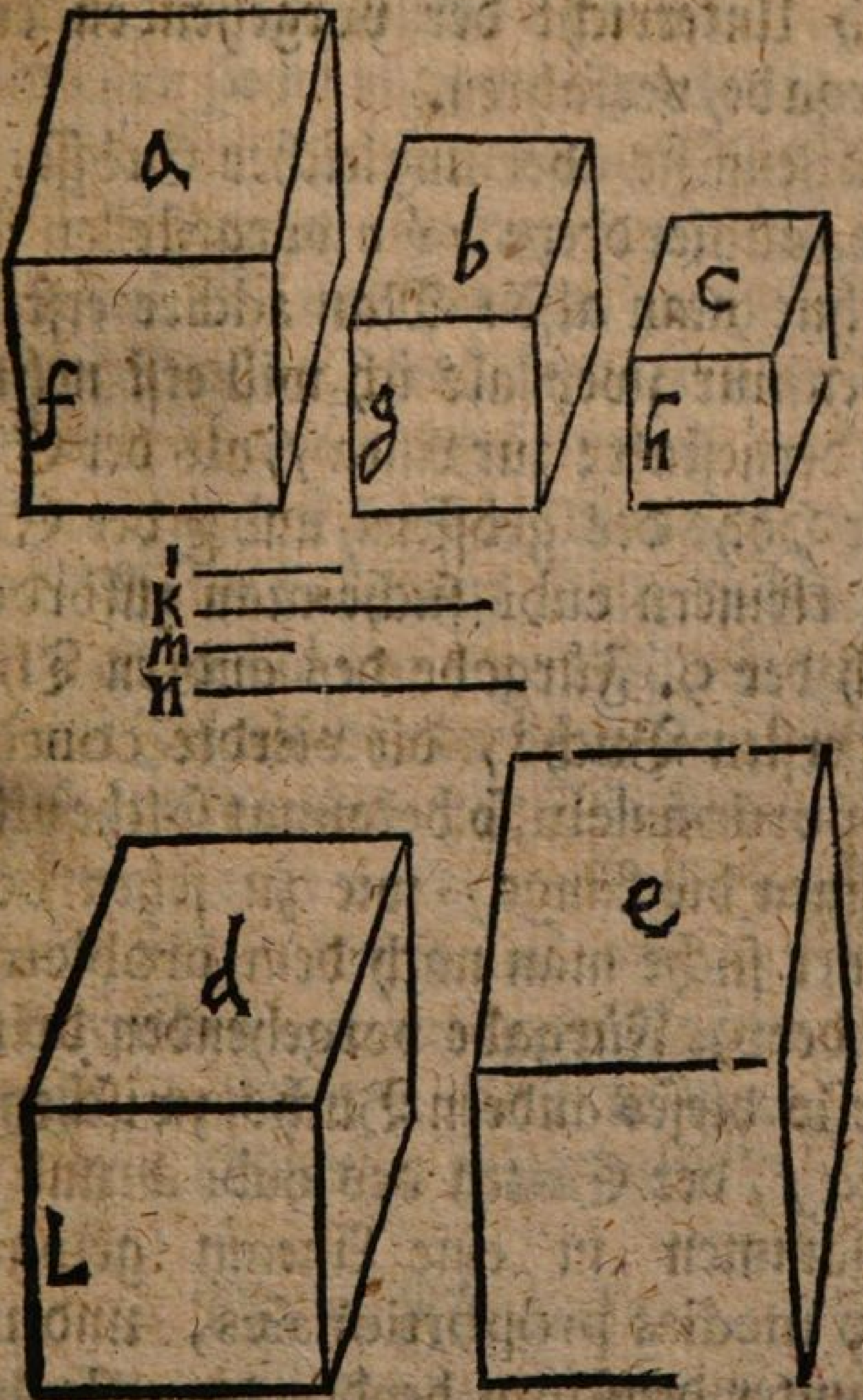
Also kan man auch mit den conis, cylindris, prismatibus und parallelepipedis umgehen, wenn man derselben etliche zu addiren hat, die gleicher Höhe, Dicke und Grösse seyn, daß man nur des einen basin, nach Unterricht der propositionum des 4. Theils des ersten Buchs, nach Anzahl der Solidorum, so addirt werden sollen, vergrössert, und hernach ein Solidum mit dem fürgegebenen gleicher Höhe darauf stellet.

Wenn aber die pyramides oder andere Solida, so zu addiren, nicht auf gleichen basibus stünden, auch nicht gleicher Höhe wären, müsten solche erst in parallelepipeda, hernach in cubos verwandelt, und alsdenn erst addirt werden, wie aus nachfolgender Fürgabe wird abzunehmen seyn.

Die

Die 2. Fürgabe.

Etliche Cubos, so ungleicher Grösse, zu addiren und in einen zu bringen.



Wenn

WEnn sie einer Grösse wären, so bedürffte es keiner Weitläufftigkeit, sondern man könte alsdenn nur darbey, nach Unterricht der vorgehenden ersten Fürgabe, verfahren.

Wenn sie aber ungleicher Grösse, wie deren allhier dreye *a b c* vorgestellet seyn, so thue man also: Man addire erst derselben nur zwey, als ich will erst nehmen *a b*, dergestalt: zur Linea *f*, als der Seite oder Höhe des grössern, und *g* der Seite des kleinern cubi suche man zuförderst, nach der 9. Fürgabe des andern Theils des ersten Buchs, die vierdte continuè proportionalem, so bekommt solche vierdte Linea die Länge, wie zu sehen bey *i*. Ferner suche man nach dem problemate bey der 9. Fürgabe vorgehenden dritten Theils dieses andern Buchs, zwischen der Linea *f*, der Seiten des cubi *a* und *f i*, (zusammen in eine Lineam gezogen) zwey medias proportionales, und nehme unter denselben beyden die erste, die ist allhier *k*. Nun formire man einen cubum

bum *d* auf die Lineam *k*, so ist solche am Inhalt denen beyden cubis *a* und *b* gleich, und hat seinen Beweiß aus der 33. Proposition des 11. Buchs Euclidis.

Weiter suche man nun zu der Linea L. des cubi *d*, und der Linea oder Seite *b* des cubi *c* wiederum quartam continuè proportionalem, und hernach zwey medias proportionales, so bekommt man pro quarta continuè proportionali *m*, und vor die erste der beyden Mittel-proportional-Linien bekommt man *n*, hernach aus *n* einen cubum *e* gemacht, so ist solcher am Inhalt den dreyen *a b c* gleich.

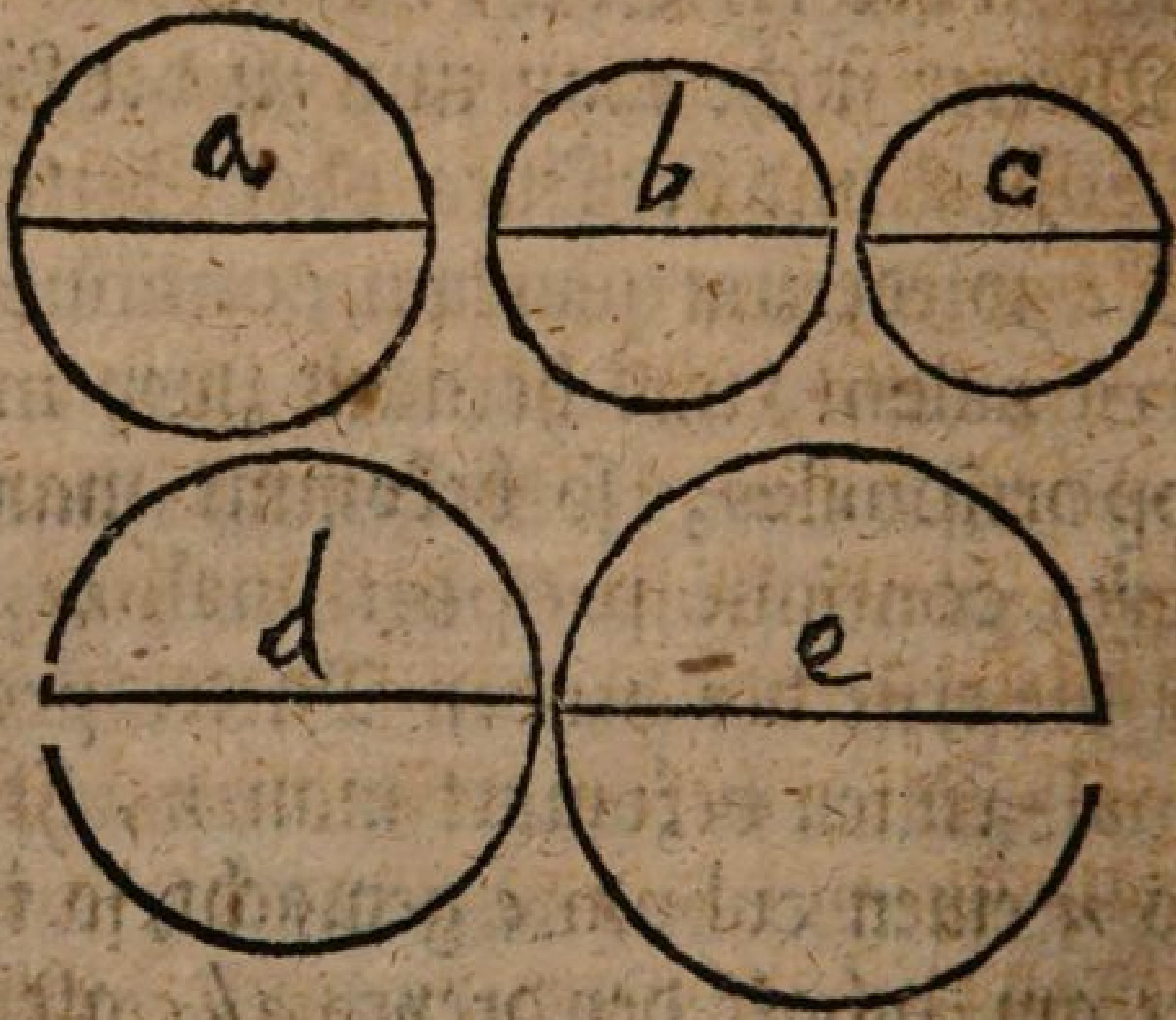
Also kan man durch Hülffe des cubi alle vorkommende corpora nach Begehren addiren, und in den Solidis oder corporibus durch den cubum dasjenige zu wege bringen, was man sonst in den planis durch das Quadrat thun muß.

Die 3. Fürgabe.

Etliche Kugeln zu summiren und in eine zu bringen.

Wir

Wir wollen deren hier auch dreye nehmen, nehmlich *a b c*, was nun vorgehend von den Seiten des cubi gesagt,



das zeicht Euclides in der 16. Proposition des zwölfften Buchs auf der Kugeln oder Sphæræ Diametrum. Also arbeitet man eben mit den Diametris der Kugeln, wie vorgehend mit den Seiten des cubi, also: Man suche zu den beyden diametris der Kugeln *a* und *b*, wie vorgehend bey den cubis quartam proportionalem, solche Lineam, wenn sie gefun-

funden, addirt man zum diameter der Kugel *a*, und sucht zwischen der Summa und gedachten diametro zwey Mittel-proportional-Linien, so giebt darunter die erste den diametrum der Kugel *d*, welche gleich so groß ist als *a* und *b* zusammen.

Ferner sucht man hernach zu den diametris der Kugel *d* und *c* wiederum die vierdte Lineam in steter proportion, und wenn solche gefunden, addirt man sie zum diametro der Kugel *d*, und sucht zwischen der Summa und diesem diametro gleicher gestalt zwey Mittel-proportional-Linien, davon die erste geben wird den diametrum der Kugel *e*, welche gleich so groß als 3. Kugeln *a b c* zusammen.

SUBTRACTIO.

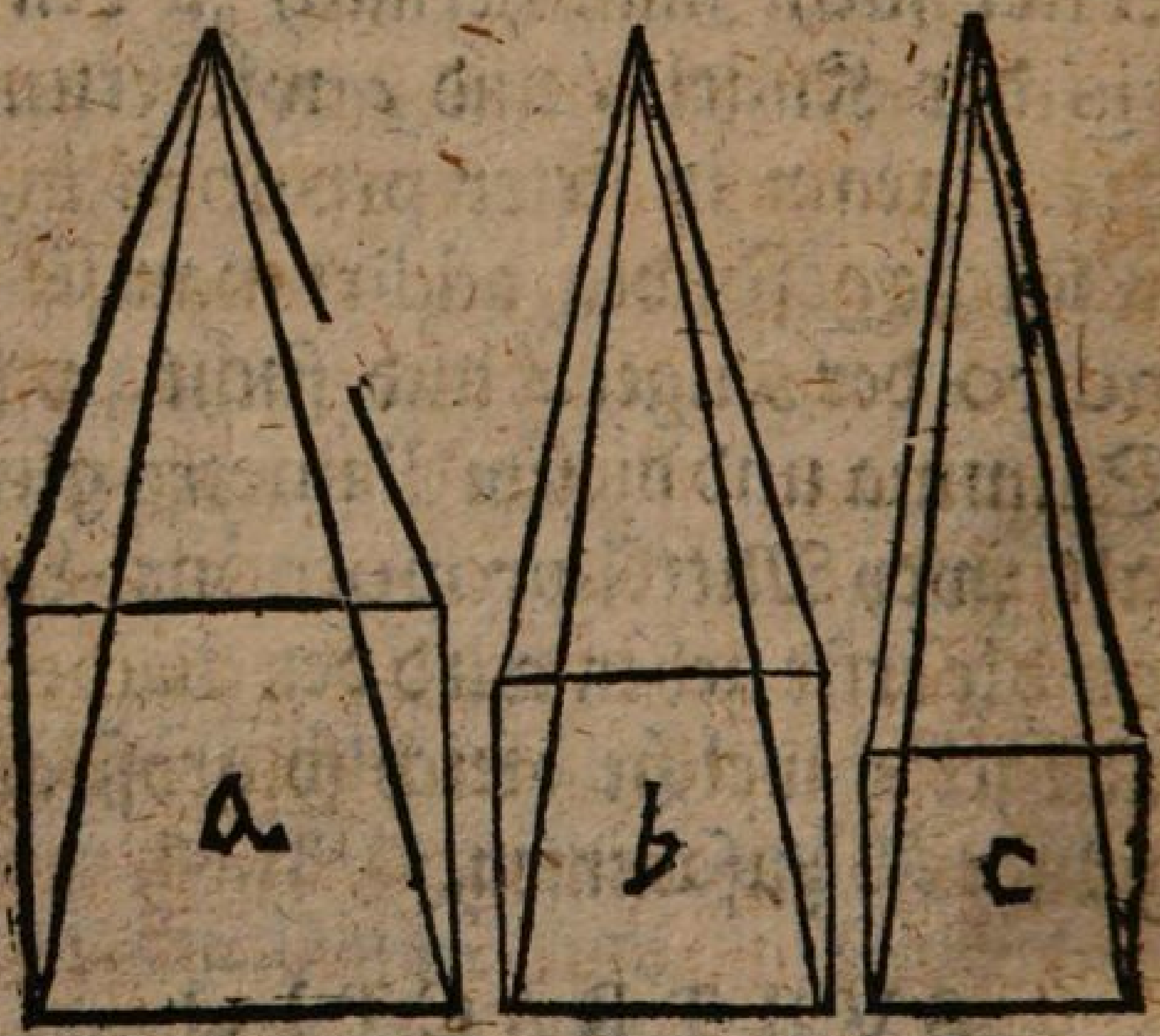
Die 4. Fürgabe.

Zwey gleichförmige Pyramides von gleicher Höhe, oder ungleicher Grösse von einander zu subtrahiren.

DJe beyden Pyramides seyn der grös-

 sere

sere *a*, der kleinere *b*, weil nun dieselben gleicher Höhe, und die bases (welches auch erfordert wird) gleichförmig, so werden, nach der 5ten Fürgabe des vierdten Theils des ersten Buchs, nur solche bases, als allhier die beyden Quadrata, von einander subtrahirt, bleibt das kleinere Qua-



drat *c*, darauf einen pyramidem mit den vorigen beyden gleicher Höhe gezogen, so ist solcher der Uberrest des grössern *a*, nach Abzug des kleinern *b*.

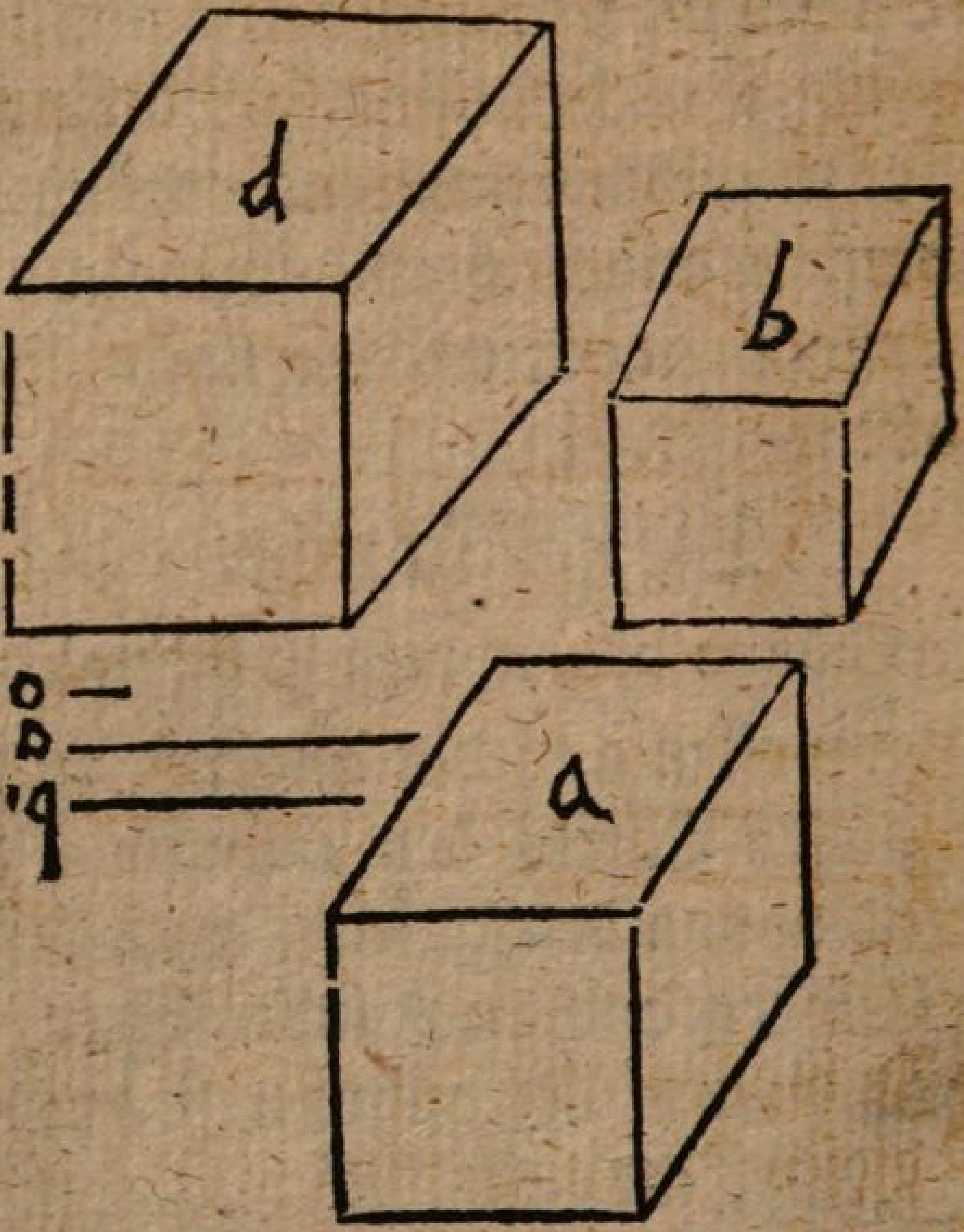
Diß hat seinen Beweiß aus der 6. Propo-

position des 12. Buchs Euclidis. Alle andere solida, so nicht auf obige Masse gegen einander in proportione stehen, kan man zuförderst in cubos verwandeln, und hernach ferner procediren, wie nachfolgende Fürgabe weiset.

Die 5. Fürgabe.

Einen Cubum vom andern zu subtrahiren.

WIr wollen aus der andern Fürgabe dieses Theils den cubum *d* nehmen, und davon den daselbst auch befindlichen kleinern cubum *b* subtrahiren, und sehen, ob darauf der cubus *a*, so auch bey selbiger Fürgabe befindlich, in eben solcher Grösse werde übrig und pro resto verbleiben, so haben wir dadurch zugleich eine probam und demonstration über gemeldete andere Fürgabe. Diesem nach wollen wir unter den Seiten-Linien der beyden cuborum *d* und *b* die vierdte in steter proportion suchen, deren Länge ist *o*, solche zu der Länge einer Seiten-Linea des cubi *d* addirt, und hernach zwi-

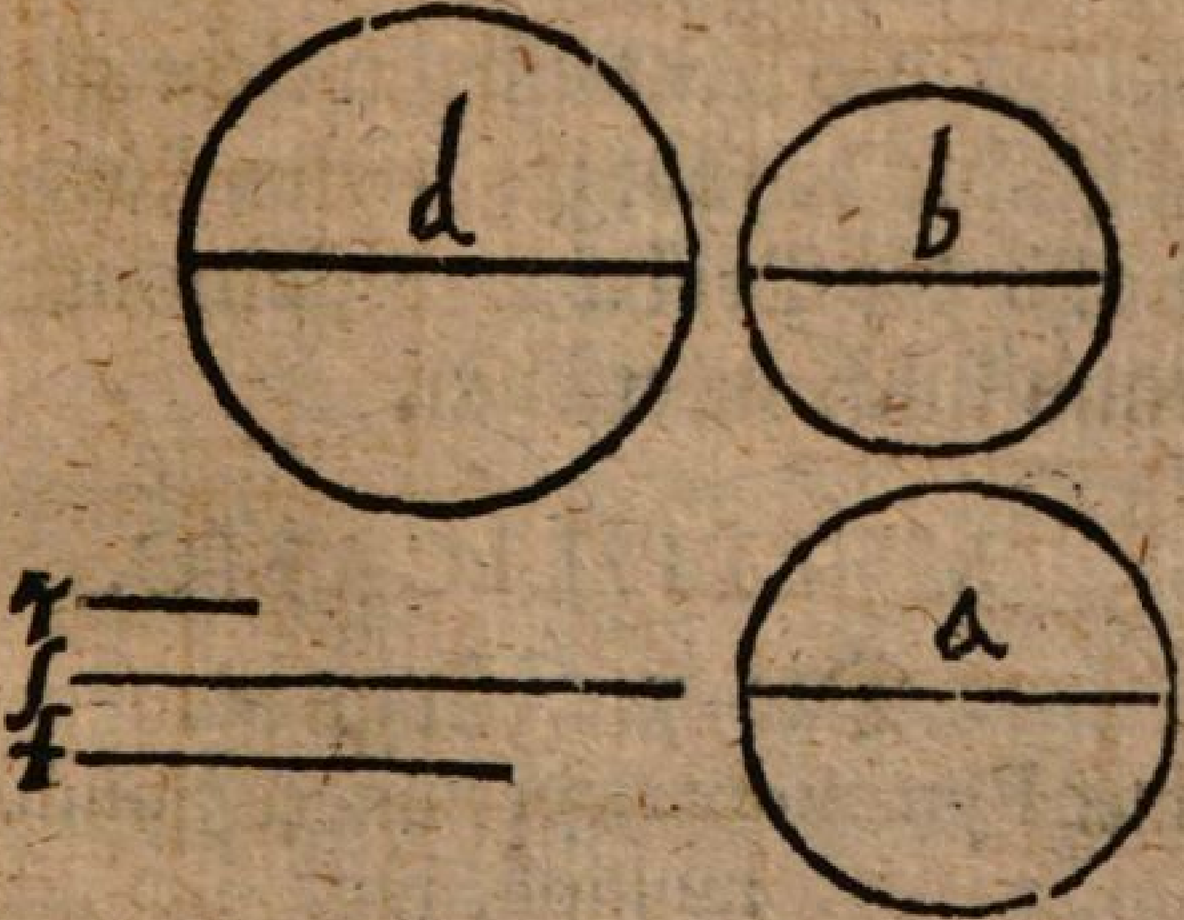


schen der addirten Summa und der Länge der Seiten-Linia des grössern Cubi zwey Mittel-proportional-Linien gesucht, und von der ersten unter denselben beyden, welcher Länge ist *p*, die Lineam *o* abgezogen, so bleibt die Linea *q*, daraus einen Cubum gemacht, so ist solcher dem Cubo *a* bey obiger andern Fürgabe allerdings gleich, und also die demonstration und Proba richtig.

Die

Die 6. Fürgabe.

Eine Kugel oder Sphæram von der andern zu subtrahiren.



WIr wollen aus der dritten Fürgabe dieses Theils gleicher gestalt von der grössern Kugel *d* die kleinere *b* subtrahiren, und sehen, ob die erste *a* auch werde übrig bleiben, weil *d* aus *a* und *b* daselbst zusammen gesetzt ist, diß nun zu thun, wird auch, wie bey vorgehender Fürgabe, zuförderst zu den beyden diametris *d* und *b* die vierdte Linea in steter proportion gesucht, die ist *r*, solche zum diametro *d* addirt, und zwischen der Summa und dem

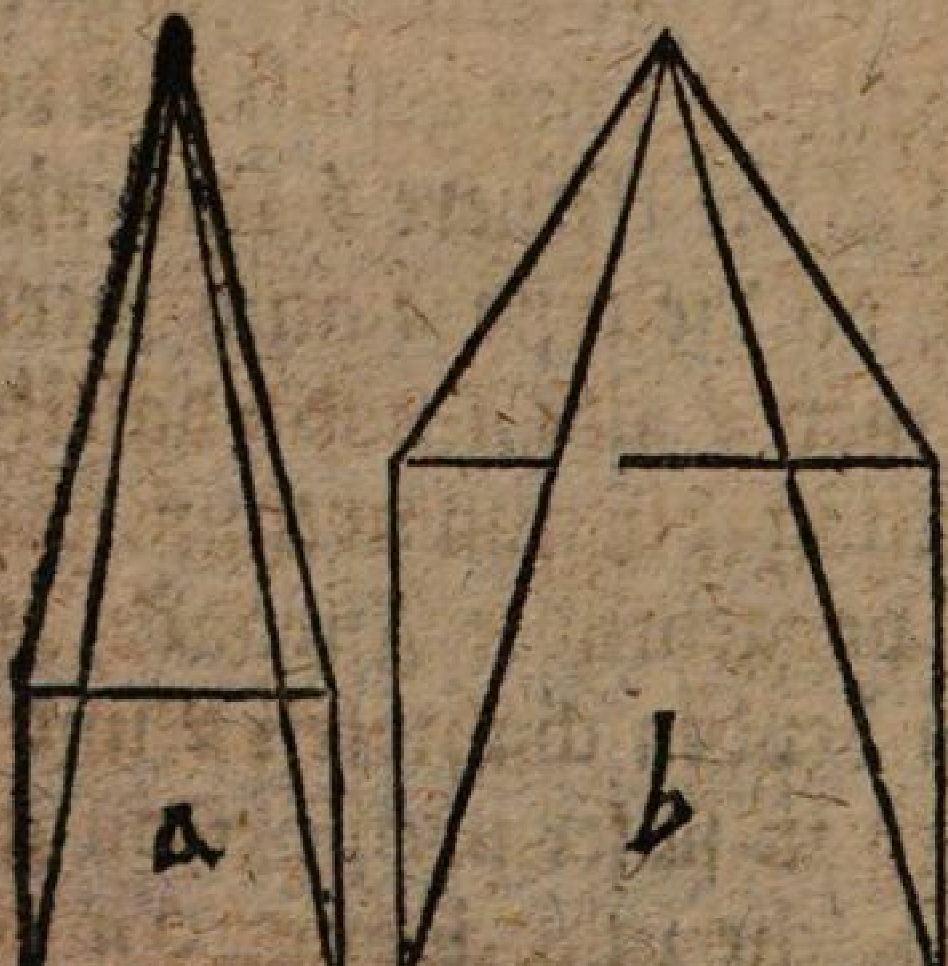
 dia-

diametro zwey Mittel-proportional-Linien gesucht, so ist unter denselben beyden die erste *s*, von dieser die Lineam *r* subtrahirt, bleibt *t*, solch *t* giebt den diametrum der Kugel des Uberrests, welche gleich so groß ist, als bey obiger dritten Fürgabe *a*, und also die Proba und demonstration hieraus auch zu ersehen.

MULTIPLICATIO.

Die 7. Fürgabe.

Einen Pyramidem oder ander Solidum zu multipliciren.



Der Pyramis sey *a*, solchen zum Exempel allhier dreymahl so groß zu machen, so multiplicire oder triplire man nur, nach Unterricht der 9. Fürgabe des

des vierdten Theils des ersten Buchs, die basin *a*, welche allhier ein Quadrat ist, so bekömmt man das dreyfältige Quadrat *b*, auf solches einen Pyramidem geschlossen, mit dem Pyramide *a* gleicher Höhe, so ist solcher Pyramis dreyfältig gemacht.

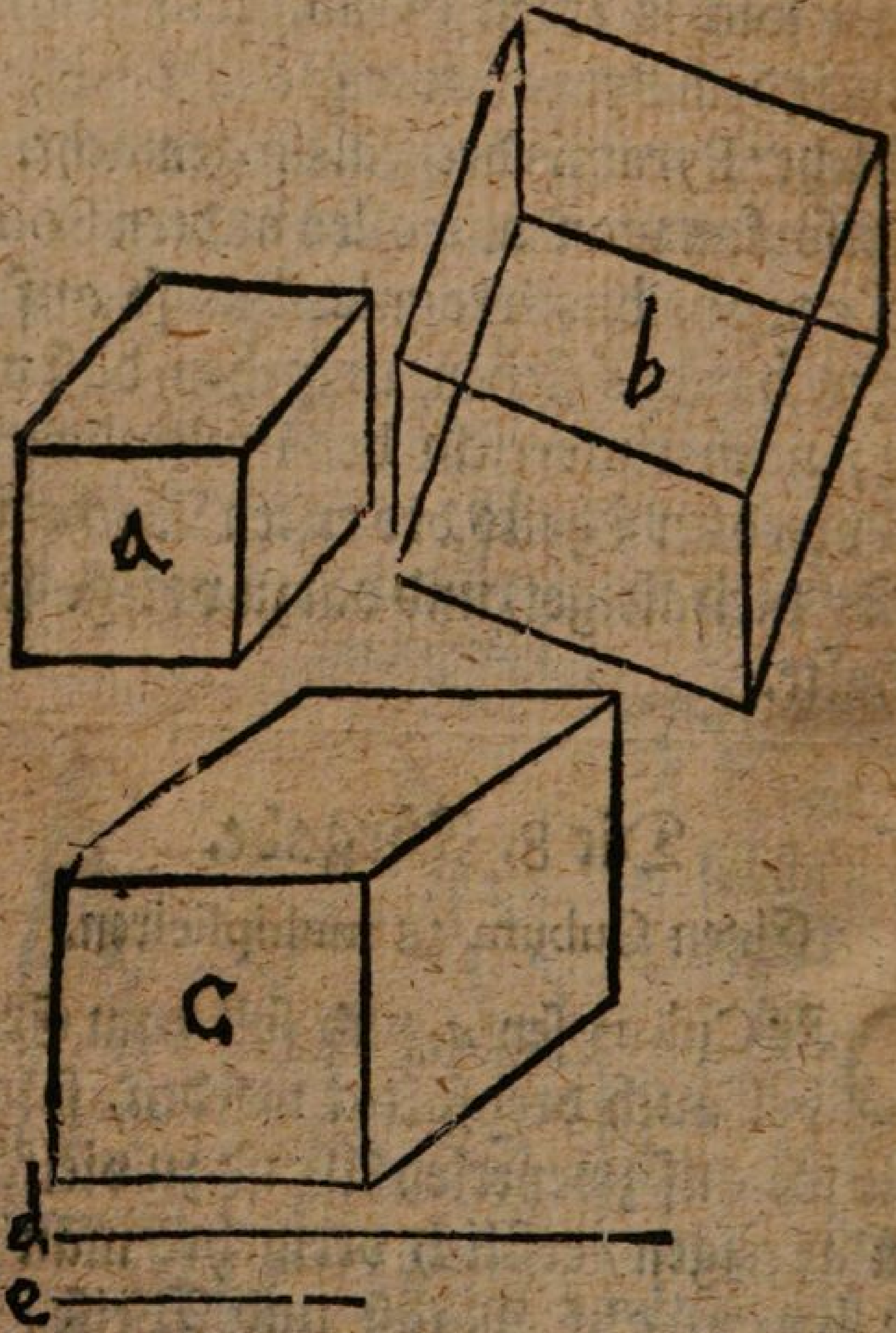
Also kan man mit allen andern Solidis und corporibus irregularibus, so auf gewissen basibus stehen, umgehen, daß man nur, nach Unterricht der multiplication des vierdten Theils des ersten Buchs, ihre bases vielfältiget, und darzu vorige Höhe behalte.

Die 8. Fürgabe.

Einen Cubum zu multipliciren.

DEr Cubus sey *a*, und soll zum Exempel auch dreyfältig werden, solchen will ich auf zweyerley Weise zu vielfältigen anzeigen, erstlich vermehre man nur die basin, auf Maaß und Weise, wie bey vorgehender Fürgabe gelehrt, das ist, vermehrt und dreyfältig gemacht in *b*,

auf die basin stelle man ein Solidum mit dem Cubo *a* gleicher Höhe, so ist sol-



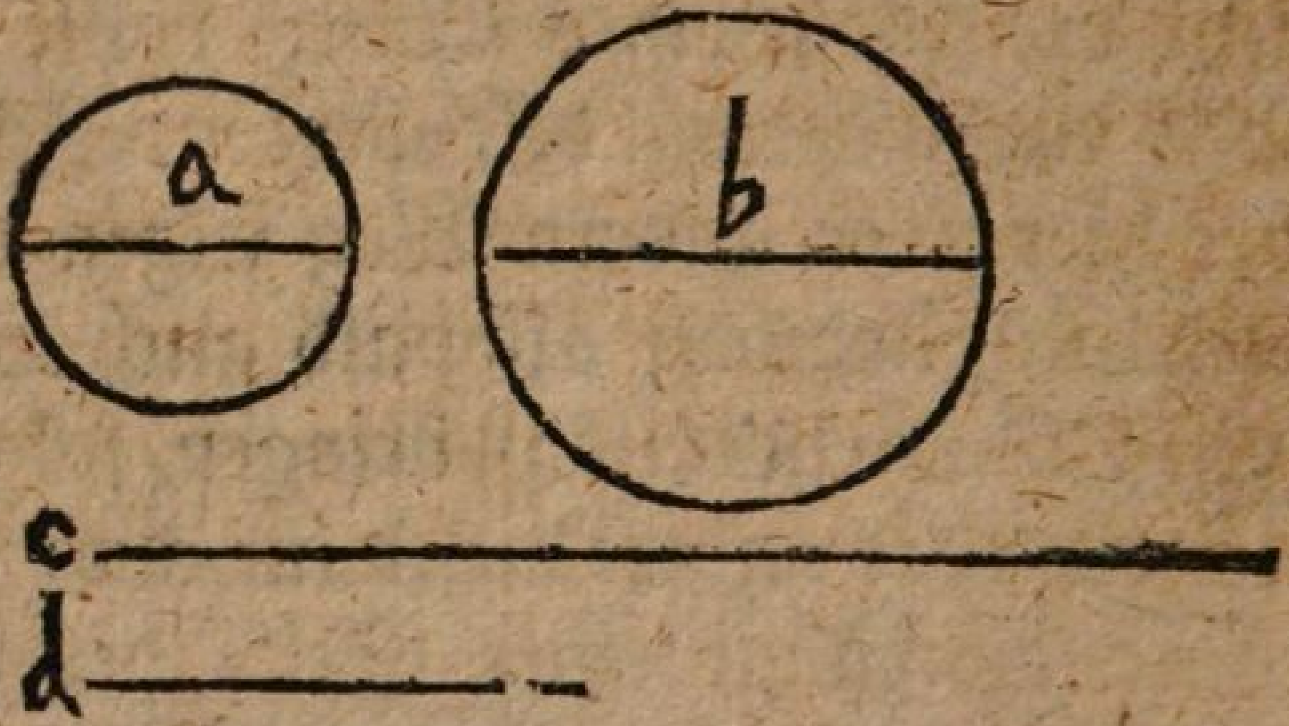
ches Solidum dreymahl so groß, als der Cubus *a*, allein es hat solch Solidum nicht

nicht die Form eines Cubi, könte zwar wohl darzu verwandelt werden. Jch will aber hier einen andern Weg zeigen durch die Multiplication alsobald auch wieder einen Cubum heraus zu bringen, folgt derowegen vors andere dieser modus: Man nehme die Länge einer Seite des Cubi dreymahl (erstlich weil er dreyfältig werden soll) und reisse solche besondern auf, die ist *d*, zwischen dieser Linea *d* und der Länge einer Seiten des Cubi *a* zwey Mittel-proportional-Linien gesucht, so ist unter denenselben die erste *e*, aus dieser einen Cubum *c* gemacht, so ist solcher gleich dreymahl so groß als *a*.

Die 9. Fürgabe.

Eine Kugel oder Sphæram zu multipliciren.

DJe Kugel sey *a*, solche wollen wir hier viermahl so groß machen, und zwar nach dem andern modo vorgehender 8. Fürgabe, also: Man nehme den diametrum *a* viermahl, so lang solche Länge ist *c*, zwischen dieser Länge und dem



Diametro der Kugel *a* sucht man zwey Mittel-proportional-Linien, so ist unter demselben die erste *d*, auf solche, als den Diametrum, eine andere Kugel *b* gemacht, so ist dieselbe viermahl so groß als *a*, welches seinen Beweiß hat aus der 18. Proposition des 12. Buchs Euclidis.

DIVISIO.

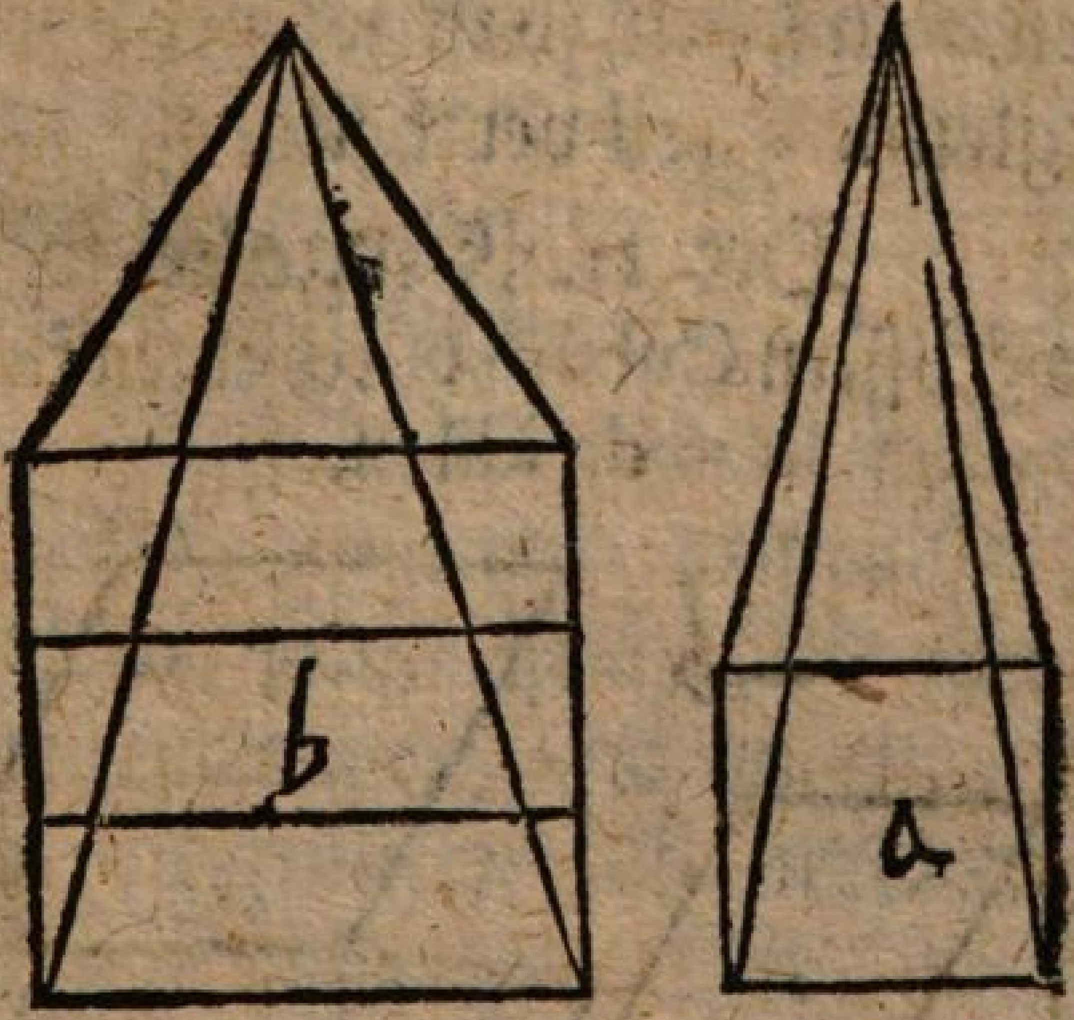
Die 10. Fürgabe.

Einen Pyramidem oder ander Solidum in gewisse Theile zu theilen.

In allen Solidis oder Corporibus irregularibus, so auf gewissen basibus stehen, theilt man nur die bases in begehrte Theile, und formirt darauf wieder-

derum Solida mit den vorigen gleicher Höhe, so ist die Division verrichtet.

Als allhier wollen wir aus der 7. Fürgabe dieses Theils den Pyramidem *b* nehmen, und solchen in drey gleiche Theil vertheilen, solches zu thun, theilt man nur

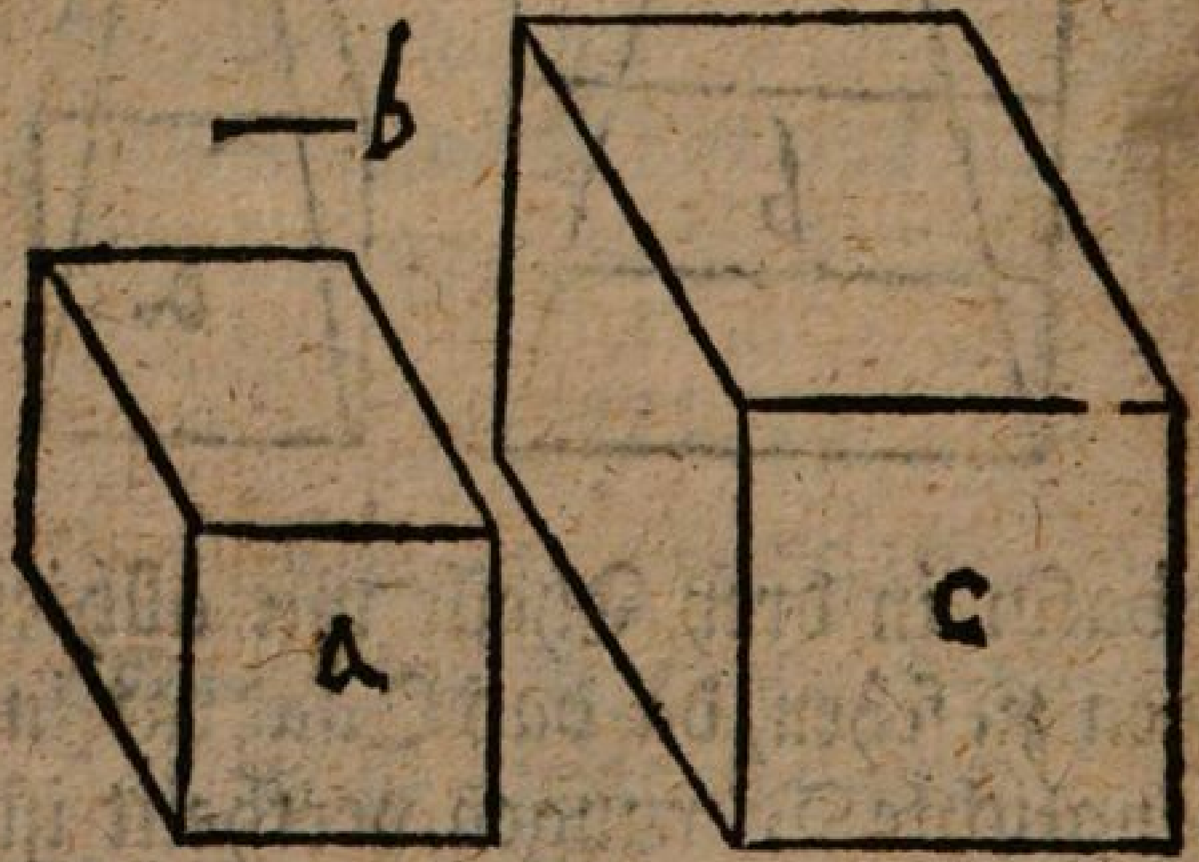


die basin in drey Theile wie allhier vor Augen zu sehen, da das Quadrat in drey ablänglichte Vierungen vertheilt ist, auf solche ablänglichte Vierungen könte man nun wohl drey Pyramides mit dem vorigen gleicher Höhe stellen, weil sie aber was unförmlich kämen, mag man solche ab-

länglichte Vierungen, nach Unterricht der vierdten Fürgabe des dritten Theils des ersten Buchs, wiederum in Quadrata verwandeln, und darauf drey dergleichen kleinere Pyramides mit dem grössern gleicher Höhe stellen, als wie an dem einen fürgestellten *a* zu sehen, so ist solcher Pyramis in drey gleiche Theil vertheilt.

Die 11. Fürgabe.

Einen grössern Cubum durch einen kleinern zu dividiren.



WEnn allhier begehrt würde den Cubum auch in etliche Theil zu vertheilen, so könte es gleicher gestalt nur durch Theilung der basis geschehen, wie bey vor-

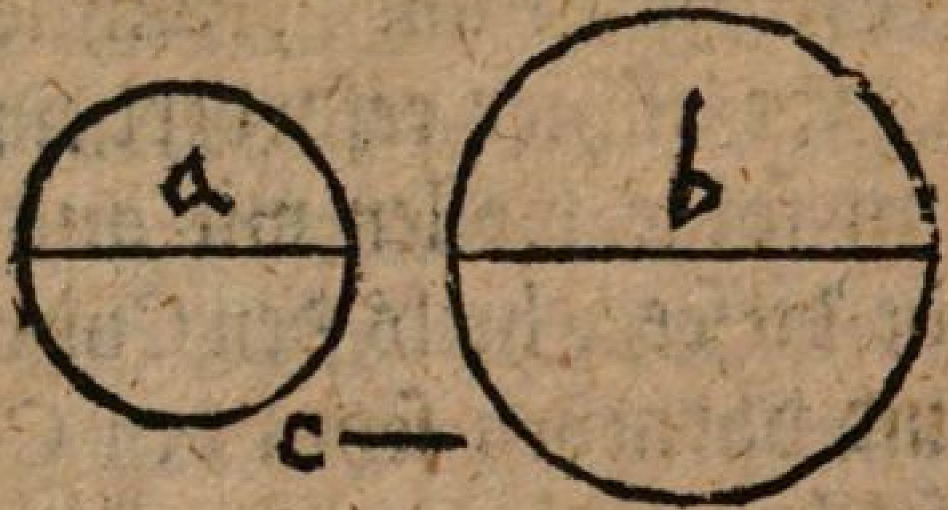
gehen.

gehender Fürgabe am Pyramide *b*, allein die Fürgabe allhier erfordert ein anders, solcher zu folge, wollen wir aus der 8ten Fürgabe dieses Theils den Cubum *c* nehmen, und darneben setzen den Cubum *a*, durch solchen Cubum *a* wollen wir den grössern *c* theilen, und sehen, wie vielmahl *a* darinnen begriffen, dieses nun zu thun, suche man zu den beyden Seiten-Linien des grössern und kleinern Cubi, nach der 9. und 10. Fürgabe des andern Theils des ersten Buchs, quartam continuè proportionalem, solche ist *b*, diese mit dem Circul abgenommen, und an einer Seiten-Linea des grössern Cubi versucht und gemessen, wie vielmahl dieselbe darinnen begriffen, befindet sich dreymahl, daraus folget, daß auch der kleine Cubus *a* in grössern dreymahl begriffen.

Die 12. Fürgabe.

Eine grössere Kugel durch eine kleinere zu dividiren.

DJe grössere Kugel sey *b*, die kleinere *a*, zu dieser beyden Kugeln diame-



tris quartam proportionalem gesucht, die ist *c*, darauf gemessen, wie vielmahl solche im Diametro der grössern Kugel begriffen, befindet sich viermahl, Ergo ist auch die kleinere Kugel *a* in der grössern *b* so vielmahl begriffen.

Wenn auch in solchen Theilungen, als allhier und oben beym Cubo, nicht allezeit das kleinere solidum oder corpus in dem grössern zu gantzen Theilen begriffen, so siehet man, ob ein halbes Viertheil, Zehentheil oder mehr, drüber oder drunter sey, so heist es denn vier und ein halb mahl, und so fortan.

Der

Der Fünffte Theil

Des andern Buchs

DE SOLIDORUM DIMENSIONE

Sive

STEREOMETRIA,

Von Ausmessung Cörperlicher Figuren,

Oder

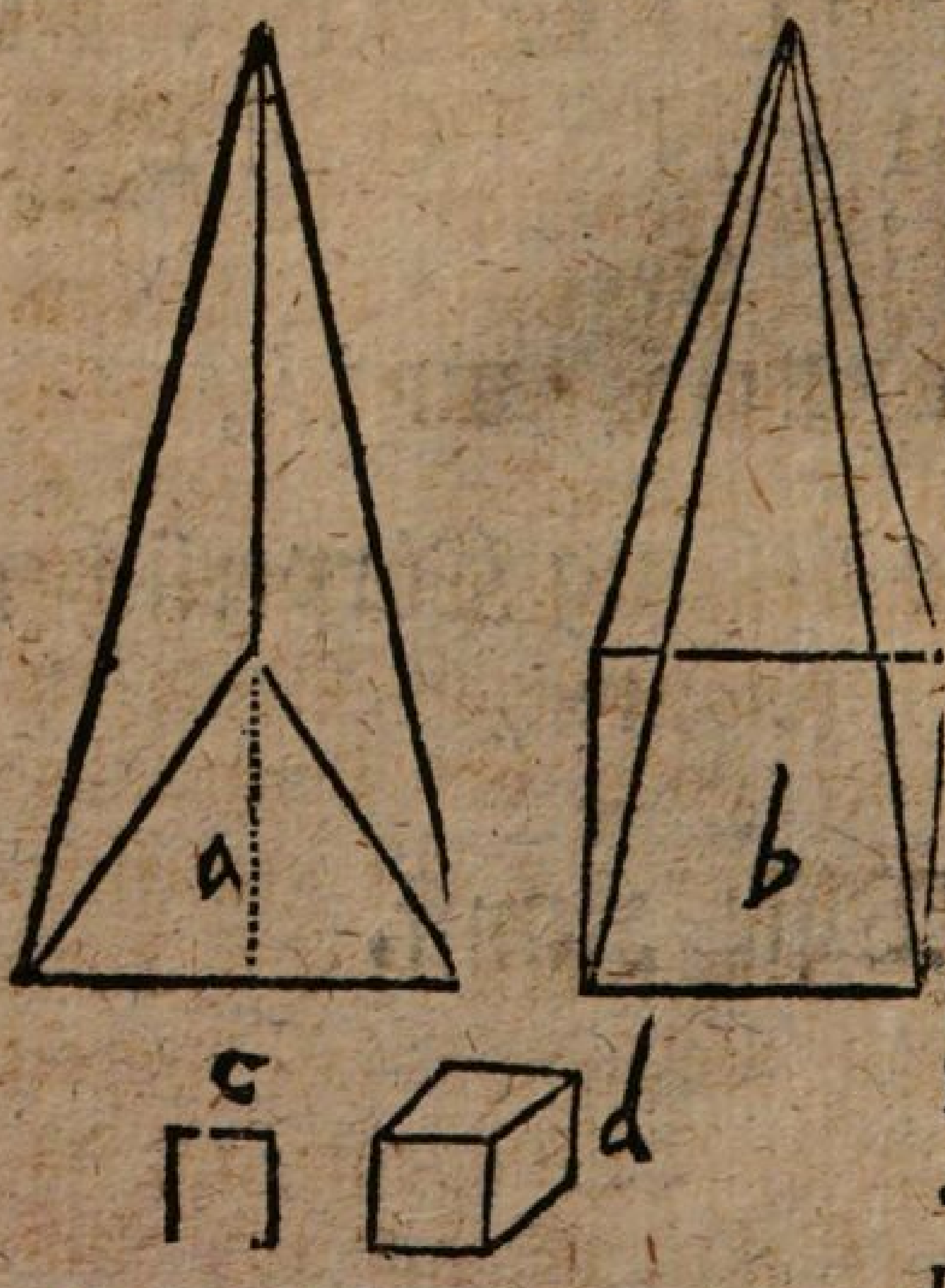
Visir-Kunst.

Aus-

Ausmessung Cörperlicher Dinge, so gantz voll und dichte seyn, von Holtz, Stein, Erde, oder andern materiis zusammen gesetzt.

Die 1. Fürgabe.

Einen Pyramidem zu messen und auszurechnen.



Wenn man an einem Pyramide unten den superficial-Inhalt der basis misset und ausrechnet, und hernach denselben mit $\frac{1}{3}$. der gantzen Höhe des Pyramidis multiplicirt, so hat man den gantzen Cörperlichen Inhalt des Pyramidis.

Denn

Denn der Pyramis ist, nach Anweisung der 7. Proposition des 12. Buchs Euclidis, nur der dritte Theil eines Pfeilers, so mit ihm gleiche Höhe und einerley basin hat.

Wir wollen hier zwey Pyramides auszumessen fürstellen *a* und *b*: An dem ersten sey zum Exempel unten die basis des Trianguls 4. Fuß, die perpendicular-Linea 3. Fuß, hierauf, nach Unterricht der Fürgaben des fünfften Theils des ersten Buchs, die halbe basin des Trianguls, nehmlich 2. mit der gantzen perpendicular-Linea 3. multiplicirt, giebt 6. dergleichen Quadrat-Fuß, wie bey *c*, abgerissen, vor den superficial-Inhalt des Trianguls, oder basis des Pyramidis: hernach des Pyramidis Höhe gemessen, die sey 9. Fuß, davon den dritten Theil genommen, und den superficial-Inhalt der basis, nehmlich 6. Quadrat-Fuß, damit multiplicirt, thut 18. Cubische Fuß, wie darvon einer abgerissen bey *d*, vor den gantzen Cörperlichen Inhalt des Pyrami-

midis *a*, also wird einer Linea Höhe oder Weite nur gemessen nach der Länge ohne Breite.

Eine Fläche wird gemessen durch das Quadrat nach der Länge und Breite, und Cörperliche Dinge werden gemessen durch den Cubum, oder nach der Länge, Breite und Dicke.

Den Pyramidem *b* auszurechnen, messe man an der basi (welche ein Quadrat ist) eine Seite, die sey 3. Fuß, diese quadrirt, giebt 9. Quadrat-Fuß; die Höhe des Pyramidis gemessen, sey 8. Fuß, davon ein Drittheil thut $2\frac{2}{3}$. Fuß, mit 9. Quadrat-Fuß multiplicirt, giebt 24. Cubische Fuß, vor den Inhalt des Pyramidis *b*.

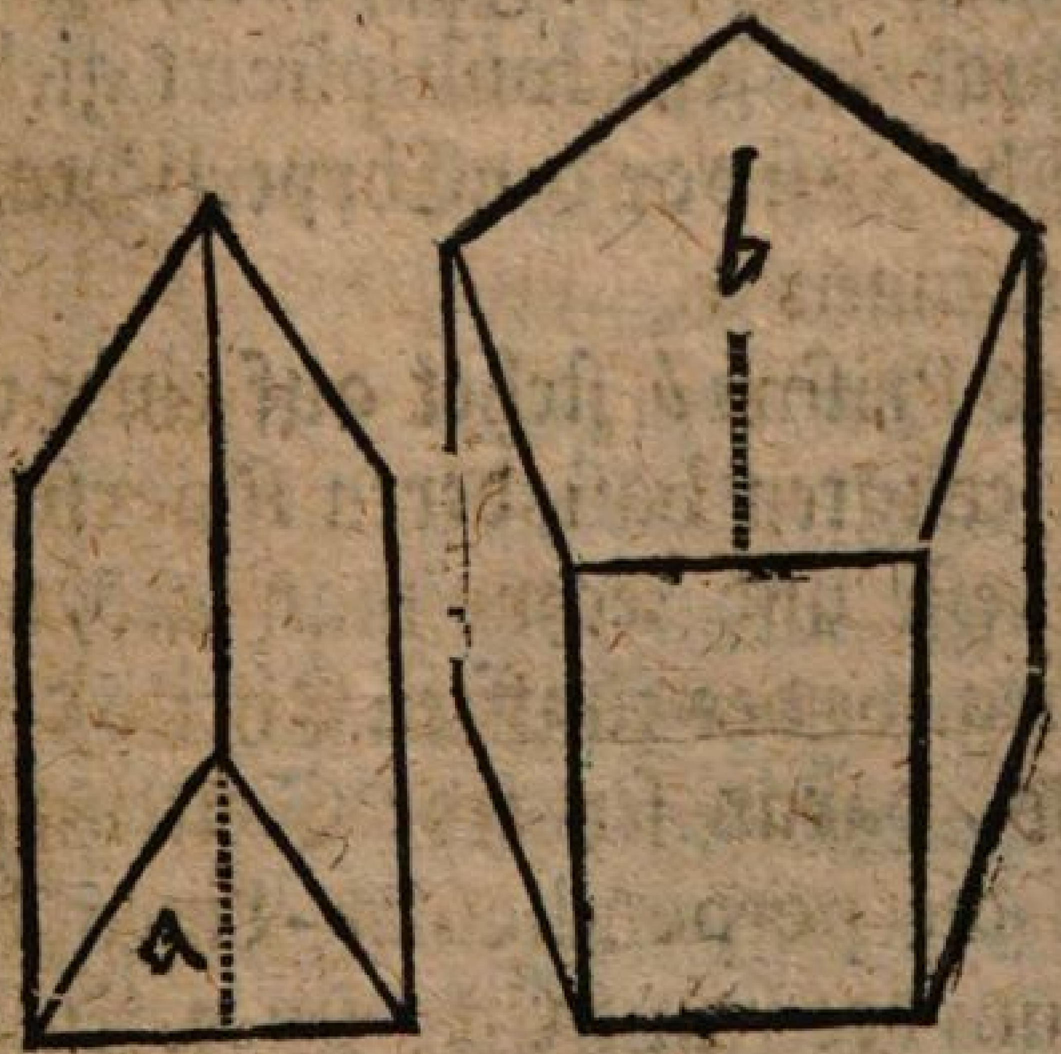
Und also kan man mit Messung und Ausrechnung aller andern Pyramidum verfahren, sind die bases mehreckigt, und ungeschickt, lehret solche der fünffte Theil des ersten Buchs gnugsam messen und ausrechnen.

Die

Die 2. Fürgabe.

Ein Prisma oder eckigte Seule zu messen und auszurechnen.

WEnn an dem prismate der superficial-Inhalt seiner basis gemessen und gesucht, und solcher Quadrat-Inhalt



in die gantze Höhe des prismatis multiplicirt wird, so hat man den gantzen Cubischen oder Cörperl. Inhalt des prismatis, wie an vorstehenden beyden prismatibus gewiesen wird.

An dem dreyeckigten sey unten die basis

sis des Triangul8 8. Fuß, die perpendicular-Linea mitten durch solchen Triangul gezogen, sey 6. Fuß, dieser ihre Helffte 3. mit 8. Fuß, oder die Helffte von 8. als 4. mit 6. multiplicirt, giebt 24. Quadrat-Fuß, die Höhe oder Länge des Prismatis gemessen, sey 11. Fuß, solche Höhe mit 24. Quadrat-Fuß multiplicirt, giebt 264. Cubische Fuß vor den Cörperlichen Inhalt des Prismatis *a*.

Das Prisma *b* stehet auf einer regulirten 5. eckigten basi, deren superficial-Inhalt messe und rechne man aus, nach der 16. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs, daran sey iede Seiten-Linea 7. Fuß, die perpendicular-Linea biß ins centrum des Fünf-Ecks sey 5. Fuß, dieser Helffte mit 7. Fuß multiplicirt, kommen $17\frac{5}{10}$. Quadrat-Fuß, dieses 5. mahl genommen, weil ein Fünff-Eck fünff Triangul hat, kommen $87\frac{5}{10}$. Quadrat-Fuß.

Nun die Höhe oder Tieffe des Prismatis gemessen, die $9\frac{5}{10}$. Fuß, mit dieser die $87\frac{5}{10}$. Quadrat-Fuß multiplicirt, kommen

men

men 831$\frac{25}{100}$. Cubische Fuß, oder 831. Cubische Fuß, 2. Cubische Daumen, und $\frac{5}{10}$. eines Cubischen Daumens.

Die 3. Fürgabe.

Einen Conum zu messen und auszurechnen.

Mit den Conis hat es die Beschaffenheit, wie mit den Pyramidibus, da man auch nur erst den superficial-Inhalt der basis sucht, und hernach mit $\frac{1}{3}$. der Höhe des Coni multiplicirt, denn nach der 10. Proposition des 12. Buchs Euclidis der Conus nur der dritte Theil eines Cylindri, welcher mit ihm gleiche basin und Höhe hat.

Allhier sey zum Exempel fürgestellet der Conus *a*, weil nun die basis eines Coni rund ist, muß derselben ihr superficial-

In-

Inhalt, nach der 18. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs, gemessen und ausgerechnet werden, sey demnach der gantze Diameter basis zum Exempel allhier 14. Fuß, nun sprech ich nach der Regul Archimedis 7. Diamet. giebt 22. circumferentiæ, was 14. Diamet.? Antwort: 44. vor die Circumferentz der basis, hiervon den vierdten Theil genommen, thut 11. solche mit 14. dem Diametro multiplicirt, giebt 154. Quadrat-Fuß vor den superficial-Inhalt der basis des coni. Die Höhe des coni auch gemessen, sey 18. Fuß, davon $\frac{1}{3}$. als 6. mit 154. Quadrat-Fuß multiplicirt, giebt 924. Cubische Fuß, vor den gantzen Cörperlichen Inhalt des coni.

Die 4. Fürgabe.

Einen Cylindrum zu messen und auszurechnen.

AM Cylindro wird der superficial-Inhalt der basis gemessen und gesucht, und solcher in des Cylindri Höhe multiplicirt, so kömmt dessen gantzer Cörperlicher Inhalt.

An gegenwärtig vorgestellten Cylindro *a* sey der gantze Diameter basis auch 14. Fuß, und die Höhe des Cylindri 18. Fuß, wie an vorgehenden cono, kömt also nach vorbeschehener Ausrechnung die basis des Cylindri auf 154. Quadrat-Fuß, diese mit der gantzen Höhe des Cylinders 18. multiplicirt, bringt 2772. Cubische Fuß, und also dreymahl so viel zum Inhalt, als der conus bey vorgehender Fürgabe.

Die 5. Fürgabe.

Ein Parallelepipedum zu messen und auszurechnen.

DAs Parallelepipedum misset und rech-

rechnet man auch aus, wie oben die Prismata, also, daß man auch erst den superficial-Inhalt der basis sucht, und solchen hernach in die Höhe multiplicirt, wie an hierbey stehenden sub lit. *a* zu sehen, da dessen basis ein parallelogrammum, daran die längste Seite 10. Fuß, und die kürtzeste 8. Fuß, diese in einander multiplicirt, bringen 80. Quadrat-Fuß.

Nun auch des Parallelepipedi Höhe gemessen, thut 16. Fuß, mit dieser Höhe 16. die 80. Quadrat-Fuß multiplicirt, bringet 1280. Quadrat-Fuß vor den Inhalt des Parallelepipedi.

Die 6. Fürgabe.

Einen Pyramidem truncatam oder abgekürtzten

ten stumpffen Pyramidem zu messen und auszurechnen.

DEr abgekürtzte Pyramis sey *a b*, und dessen basis ein Quadrat sey unten zum Exempel iede Seiten-Linea 4. Fuß, und oben, wo der Pyramis abgekürtzt, und am selbigen kleinern Quadrat sey iede Seiten-Linea 2. Fuß, und die Höhe *a b* sey 10. Fuß.

Die Ausmessung und Ausrechnung dieses und eines ieden abgekürtzten stumpffen Kegels kan geschehen auf zweyerley Weise.

Erstlich mag man an allen Ecken einen solchen Pyramidis mit Linien oder Schnüren denselben ergäntzen, und solche Eck-Linien vollends ausziehen, biß sie oben

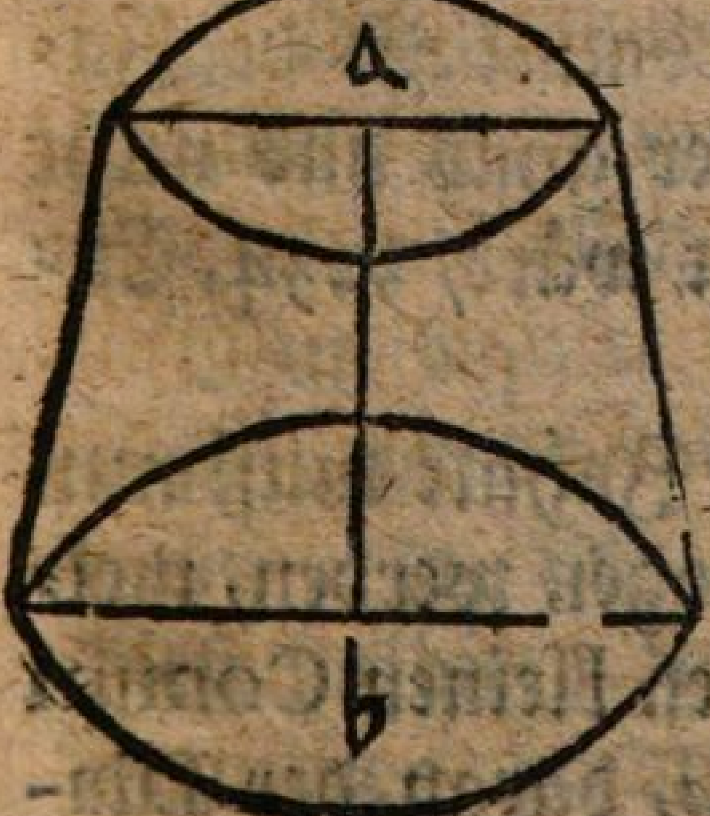
in einen Punct (so zwar hier nicht ausgezogen) zusammen lauffen, da hat man alsdenn die Höhe des gantzen Pyramidis, dieselbe gemessen, will ich setzen, daß sie allhier sey 20. Fuß, darauf unten den superficial-Inhalt der basis *b* gesucht, der ist 16. Quadrat-Fuß, mit $\frac{1}{3}$. der Höhe des ergäntzten Pyramidis, als $6\frac{2}{3}$. multiplicirt, bringt den Cörperlichen Inhalt des Pyramidis, wenn er gantz wäre, nehmlich $106\frac{2}{3}$. Cubische Fuß, darauf den kleinern Pyramidem oder Stück, so auf die kleinere basin *a* bey der Ergäntzung kommen wäre, absonderlich ausgerechnet, also: Den superficial-Inhalt solcher kleinern basis gesucht, ist 4. mit $\frac{1}{3}$. des kleinern Pyramidis als $3\frac{1}{3}$. multiplicirt, bringt $13\frac{1}{3}$. Cubische Fuß, diese vom gantzen Inhalt der $106\frac{2}{3}$. Cubic-Fuß des ergäntzten Pyramidis abgezogen, bleiben $93\frac{1}{3}$. Cubische Fuß, vor den Cörperlichen Inhalt des stumpffen Pyramidis *a b*.

Vors andere mag man die Ausrechnung auch also anstellen: Den superficial-

cial-Inhalt der beyden Flächen oder Böden *a* und *b* gesucht, thut 16. und 4. beydes in einander multiplicirt bringt 64. daraus radicem quadratam extrahirt, thut 8., hierzu die Summen beyder Flächen addirt, bringt 28., dieses mit der Höhe des abgekürtzten Pyramidis (welche Höhe, wie Eingangs zu sehen, 10. ist) multiplicirt, thut 280., diß in drey Theil dividirt, giebt $93\frac{2}{3}$. Cubische Fuß vor den gantzen Cörperlichen Inhalt dieses abgekürtzten Pyramidis.

Die 7. Fürgabe.

Einen Conum curtum oder abgekürtzten stumpffen Kegel zu messen, und auszurechnen.



Diß kan gleicher gestalt auf die zweyerley Wege geschehen, die vorgehend bey dem abgekürtzten Pyramide gewiesen, wir wollen aber allhier noch zwey andere Wege zei-

zeigen: erstlich durch eine andere Ergänzung des Coni, und misset solche zuförderst aus, daran sey der Diameter des Bodens *b* 14. Fuß, der Diameter des Bodens *a* sey 12. Fuß, und die Höhe *a b* sey 9. Fuß, beyder Böden Diametros von einander subtrahirt, bleibt zur Differenz 2. Fuß, darauf die Rechnung also angestellt: wie sich die Differenz 2. zur Höhe des stumpffen Kegels *a b* 9. Fuß hält, also verhält sich der grössere Diameter *b* 14. zur Höhe des gantzen Coni, kömmt 63. Fuß vor die Höhe des Coni, wenn er gantz wäre.

Hierauf den Inhalt des gantzen Kegels, nach Unterricht der dritten Fürgabe dieses Theils, gesucht, kömmt vor den Inhalt des Coni, wenn er gantz und nicht stumpff oder abgekürtzt wäre, 3234. Cubische Fuß.

Von diesem gantzen Inhalt muß nun der zugesetzte Theil gezogen werden, welcher einen absonderlichen kleinen Conum macht, dessen basis ist *a*, daran der Diameter

meter 12. die Höhe dieses coni muß seyn 54. welches sich findet, wenn man die Höhe des stumpffen Kegels von der gantzen Höhe der 63. Fuß abzeicht, solchen kleinen conum nun auch besondern, nach Unterricht gedachter dritten Fürgabe, ausgerechnet, bringt $2036\frac{4}{7}$. Cubische Fuß, zum Cörperlichen Inhalt dieses kleinen coni, solchen vom ergäntzten abgezogen, bleiben $1197\frac{3}{7}$. Cubische Fuß vor den rechten Inhalt des stumpffen Kegels *a b*.

Vors andere kan man den Cörperlichen Inhalt des stumpffen Kegels auch also rechnen: Erst den superficial-Inhalt beyder Böden *a b* gesucht, thut *b* 154. Quadrat-Fuß, und *a* $113\frac{1}{7}$. Quadrat-Fuß, diß beydes addirt, thut $367\frac{1}{7}$., diß halbirt, thut $133\frac{4}{7}$. vor den Inhalt des æquirten Bodens.

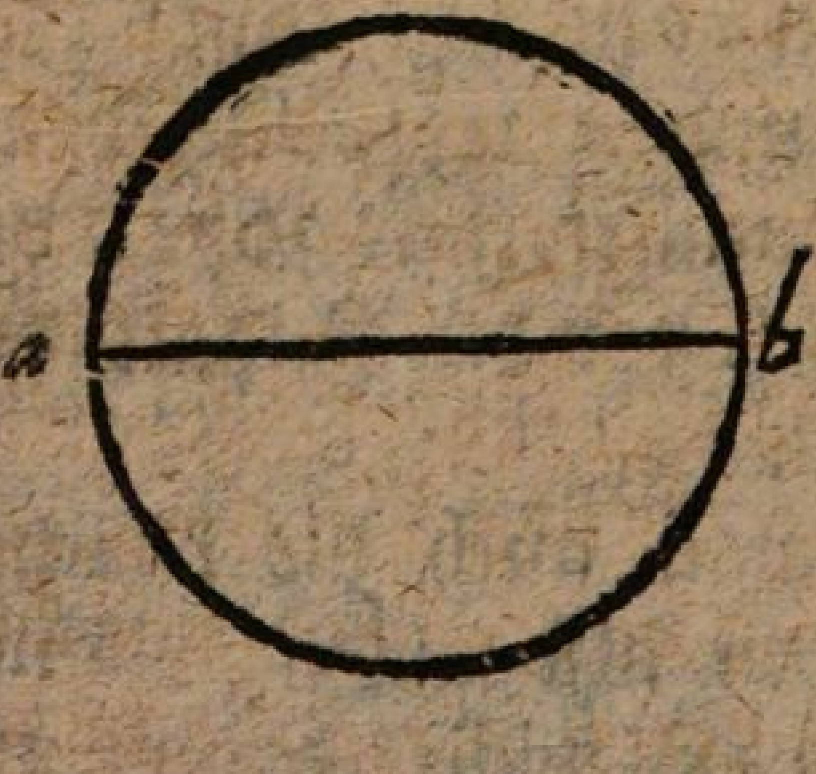
Nun æquirt man auch die Diametros beyder Böden also: Den Diametrum *a* 12. und *b* 14. addirt, bringt 26. diese halbirt, thut 13. vor den æquirten diameter, zu diesen den superficial-Inhalt

 halt

halt seines Circuls gesucht, thut $132\frac{1}{14}$. diß vom Inhalt des æquirten Bodens subtrahirt, bleibt $\frac{11}{14}$., diß in drey Theil getheilt, thut $\frac{11}{42}$., diß zum Inhalt des Circuls von dem æquirten Diametro addirt, bringen $133\frac{1}{21}$., solches mit der Höhe des stumpffen Kegels, so allhier 9. Fuß ist, multiplicirt, giebt den wahren Cörperlichen Inhalt desselben, nehmlich $1197\frac{3}{7}$. Cubische Fuß.

Die 8. Fürgabe.

Eine Sphæram oder Kugel zu messen und auszurechnen.



AN der Sphæra wird nur gemessen der Diameter, welchen man an bleyern, steinern oder andern Kugeln am besten findet, durch einen Taster-Circul; Wenn nun der Diameter gemessen, als ich will setzen, es sey

sey allhier *a b* 12. Zoll, so sucht man den Inhalt vollends nur durch Rechnung also: Erst die circumferentz nach der Regul Archimedis: 7. diamet. giebt 22. circumf. was 12. diametri? Antwort: $37\frac{5}{7}$. Zoll, diese circumferentz in ihren diametrum multiplicirt, giebt den superficial-Inhalt um die Kugel um und um, nehmlich $451\frac{4}{7}$. Quadrat-Zoll.

Endlich den Cörperlichen Inhalt vollends zu finden, multiplicire man den superficial-Inhalt mit dem sechsten Theil des diameters von 12. nehmlich mit 2. kommt $905\frac{1}{7}$. Cubische Zoll vor den Cörperlichen Inhalt der Kugel.

Ausmessung und Ausrechnung der fünff regulirten Cörper.

DIe drey ersten Corpora regularia haben keine sonderbahre Schwerigkeit, denn das erste, als das Tetraedrum, läßt sich messen und ausrechnen, wie der Pyramis oben bey der 1. Fürgabe dieses Theils, das andere, als das Octaedrum, läßt sich überreckt in zwey gleiche viereckete Pyra-

Pyramides zerschneiden, und hernach auch, nach gemeldeter ersten Fürgabe dieses Theils, ausrechnen, wiewohl solch corpus nicht eben würcklich zerschnitten werden darff, sondern man kan nur eine Seiten-Lineam davon quadriren, und hernach beyder Pyramidum (die gleiche basses haben, und solche in mitten des corporis zusammen stossen) Höhen mit dem Taster-Circul abnehmen, dieselbe halbiren, und einem ieden Pyramidi davon die Helffte von seiner Höhe zurechnen, so sind sie gleicher Höhe, gleicher Grösse und gleiches Inhalts, davon nur einen allein ausgerechnet, und dessen Inhalt duplirt, giebt den Inhalt des gantzen Octaedri; Und das dritte corpus regulare als der cubus wird nur auf einer Seiten, oder seiner Höhe nach, gemessen, und solche Seite oder Höhe in sich cubice multiplicirt, so hat man auch dessen Inhalt.

Aber die übrigen beyden, als das Icosaedrum und Dodecaedrum sind von was mehrerer Schwerigkeit, und können

nen solche 5. Corpora regularia zwar sonsten auch allerseits durch surdische Zahlen aufs genaueste ausgerechnet werden, wie ich zu Ende der Beschluß-Exempeln meines Rechen-Büchleins zu solviren und aufzulösen vorgegeben; Hier aber wollen sich in diesen meinem Geometrischen Lust-Garten, da ich alles deutlich beschrieben, solche Dinge nicht wohl schicken, darum ich auch billig hierzu die allergebähntesten Wege suche. Es gefällt mir aber insonderheit zur Ausmessung der corporum regularium diß nachfolgende Täfelgen, welches der vornehme Niederländische Professor Metius gemacht.

Solch Täfelgen ist also zu verstehen: wenn die Radix oder Seiten-Linea des Tetraedri ist 1000. so muß eine Seiten-Linea des Octaedri seyn 630., des Cubi 490., des Icosaedri 378. und des Dodecaedri 249. wenn sie gleiches Inhalts seyn sollen, wie solches in der ersten Columna nach einander herunter verzeichnet.

Tetra: 1000	1587	2040	2689	4088
630	Oct: 1000	1285	1694	2575
490	778	Cub: 1000	1318	2003
378	590	770	Icos: 1000	1521
249	388	507	658	Dod: 1000

Die andere Columna hat den Verstand: wenn Radix oder eine Seiten-Linea des Octaedri ist 1000. so muß Radix oder eine Seiten-Linea des Tetraedri seyn 1587. des Cubi 778. des Icosaedri 590. und des Dodecaedri 388.

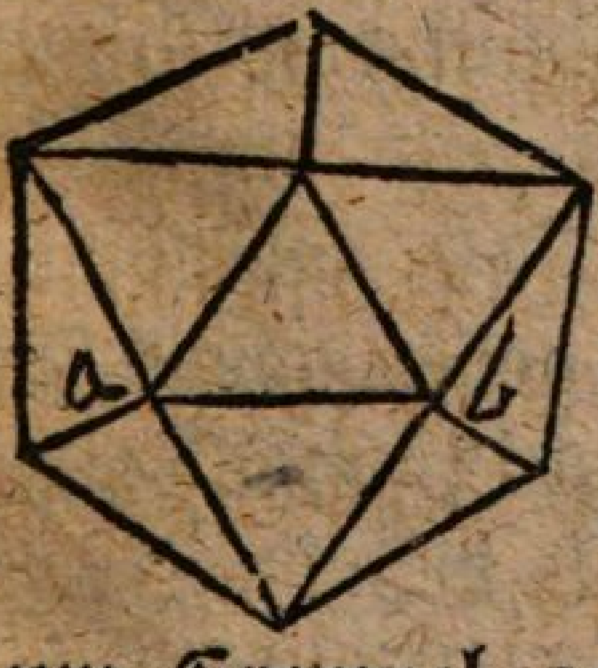
Also gehet in der dritten Columna die Vergleichung nachm cubo, die vierdte nach dem Icosaedro, und die fünffte nach dem Dodecaedro, also wenn bey diesem letzten Corpore Radix oder eine

Sei-

Seiten-Linea ist 1000. muß eine Seiten-Linea oder Radix des Tetraedri dargegen seyn 4088. des Octaedri 2575. des cubi 2003. und des Icosaedri 1521. nach diesen Täflein kan man nun den Inhalt aller 5. regulirten Cörper leicht finden, wie solches aus nachfolgenden beyden Fürgaben wird abzunehmen seyn.

Die 9. Fürgabe.

Unter den fünff regulirten Cörpern das vierdte, nehmlich das Icosaedrum, zu messen und auszurechnen.



AN dem Icosaedro, so allhier vorgestellt, sey gemessen eine Seiten-Linea *a b* (wiewohl die andern alle auch dieser Länge seyn müssen,) und zum Exempel 10. Zoll lang befunden worden.

Darauf stellt man die Ausrechnung dieses corporis nach vorgehendem Täflein also an: 1000. Zoll des Icosae-

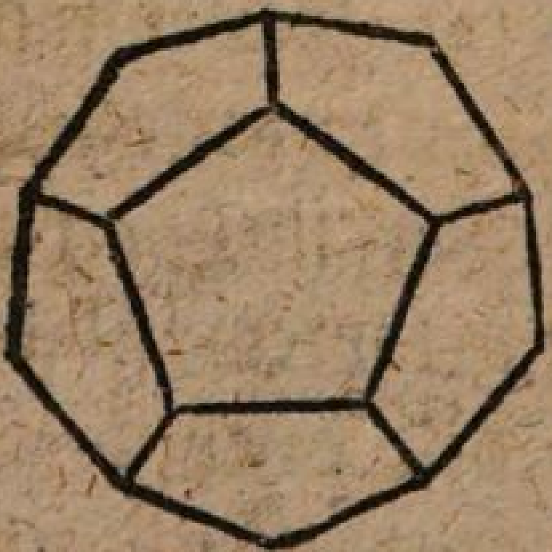
 dri

dri geben 1318. Zoll einer Seiten des cubi, was geben 10. Zoll des Icosaedri? Antwort: $13\frac{18}{100}$. Zoll, diese cubice multiplicirt, bringen den Cörperlichen Inhalt des Icosaedri, nehmlich $2289\frac{520432}{1000000}$. Cubische Zoll.

Die 10. Fürgabe.

Unter den fünff regulirten Cörpern das letzte, nehmlich das Dodecaedrum, zu messen und auszurechnen.

AN dem Dodecaedro sey eine Seiten-Linea *a b* lang 20. Zoll, darauf die Ausrechnung nach dem Täflein also angestellt: 1000. Zoll des Dodecaedri geben 2003. Zoll des Cubi, was geben 20. Zoll des Dodecaedri? Antwort $40\frac{06}{100}$. Zoll, diese cubice multiplicirt, bringen den Cörperlichen Inhalt des Dodecaedri, nehmlich $64288\frac{432216}{1000000}$. Cubische Zoll.



Also ist die Ausrechnung der regulir-

ten

ten Cörper nach solchen Täflein gar bald verrichtet, welches sonst zumahl mit surdischen Zahlen schwer zugeht.

Folgen noch andere Usus vorgemeldten Täfleins auf die regulirten Cörper.

MAn kan aber durch Hülffe vorgemeldeten Täfleins noch unterschiedene andere Usus auf die Corpora regularia richten.

Als erstlich kan man, wenn der Inhalt eines Corporis bekannt ist, durch denselben und durch Hülffe gemeldeten Täfleins das latus oder Seite solches Corporis finden, als wir wollen oben bey dem Icosaedro nehmen desselben Inhalt, welcher ist $2289\frac{529432}{1000000}$. Cubische Zoll, und daraus das latus solches corporis finden, also: man extrahire hieraus radicem cubicam, kommt $13\frac{18}{100}$. Zoll, darauf spreche man also: 1000. Zoll des Cubi geben dem Icosaedro 770. (wie in dem Täflein zu sehen) was geben $13\frac{18}{100}$. Zoll

 des

des cubi? Antwort: 10. Zoll bey nahen vor die Seite des Icosaedri.

Vors andere kan man durch Hülffe solches Täfleins die corpora auch verändern oder verwandeln, als wenn man zum Exempel oben an dem Icosaedro die Seite bekannt hätte, so daselbst 10. Zoll, und man wolte das Icosaedrum in ein ander corpus mit diesem gleiches Inhalts verwandeln, so könte man also sagen: Ein latus des Icosaedri von 1000. Zoll geben der Seite des Octaedri 1694. Zoll, was geben 10. Zoll des Icosaedri? Antwort: 16$\frac{94}{100}$. Zoll, so lang muß eine Seite des Octaedri seyn, wenn solches mit dem Icosaedro gleiches Inhalts seyn soll.

Die 11. Fürgabe.

In eine gegebene Sphæram ein Corpus regulare zu beschreiben und auszumessen, wie groß eine Seite solches Corporis seyn müsse.

Hierzu hat gedachter Metius gleicher gestalt wiederum ein ander aus-

ausgerechnet Täflein, und darinnen die Seiten der Corporum regularium mit dem Diametro Sphæræ verglichen, also: Wenn der Diameter oder Axis Sphæræ ist 1000. so muß eine Seite des Tetraedri seyn 816. des Octaedri 707. des Cubi 577. des Icosaedri 526. und des Dodecaedri 356.

Wenn nun zum Exempel an einer Sphæra der Diameter 12. Zoll wäre, und man wolte darein beschreiben ein Octaedrum, wie groß würde demnach eine Seite desselben seyn? Antwort: $8\frac{1}{2}$. Zoll bey nahen.

Diß kan man nach vorstehender Vergleichung also ausrechnen: 1000. Zoll des Diametri Sphæræ geben einer Seite des Octaedri 707. Zoll, was geben 12. Zoll Diametri Sphæræ? Antwort: $8\frac{484}{1000}$. oder $8\frac{1}{2}$. Zoll bey nahen.

Die 12. Fürgabe.

Auf ein iedes Corpus regulare, an dem die Seiten bekannt seyn, die Axin

Sphæ-

Sphæræ zu finden, in welche solch Corpus kan beschrieben werden.

DIß giebt sich aus vorgehender Fürgabe. Es sey zum Exempel eine Seite des Octaedri 8½. Zoll, so spreche man nach der Vergleichung bey vorgehender Fürgabe also: 707. Zoll des Octaedri geben dem Diametro Sphæræ 1000. Zoll, was 8½. Zoll der Seite des Octaedri? Antwort: 12. Zoll bey nahen.

Notandum:

Es ist zwar die constructio Corporum regularium in vorgehenden andern Theil deutlich und ausführlich genung beschrieben, auch allhier von deren Ausmessung etwas gemeldet worden: Weil aber die Ausmessung und Ausrechnung diß Orts nicht zur Gnüge, als ist solches in der Gallerie von 146. Exemplo an und folgenden vollkömmlicher geschehen.

Visir-Kunst,

Oder

Ausmessung Cörperlicher Dinge, so ausgehölet, und mit Geträncke, oder andern flüßigen Materiis angefüllet seyn.

Hierzu werden vornehmlich dreyerley Visir-Ruthen gebraucht, als 1. eine Gemeine, 2. eine Cylindrische oder Quadrat- und 3. eine Cubische Ruthe.

Zubereitung der ersten oder gemeinen Visir-Ruthen.

Dieses kan nur ein iedes gemeines Fuß-Maaß seyn, ein Stäblein, nehmlich einer halben Ellen lang, und um besserer Richtigkeit willen (die Rechnung darnach anzustellen) in zehen gleiche Theile oder Daumen, und ieder Daumen in 10. Theil, auch unten nur ein solcher Theil, daran wieder in 10. Theil, oder (wo man mit dieser letzten scharffen Theilung nicht umzugehen weiß) zum wenig-

wenigsten nur in zwey oder fünff Theil getheilet werden, wiewohl ich die Theilung meines Theils vollkömmlich verrichtet, solche aber sich besser oculariter weisen, als weitläufftig beschreiben läßt, und kan man solches Stäblein also zurichten lassen, daß es von harten, eubenen oder andern Holtz, und halb von Meßing, mitten also an einander gefügt, daß es sich zusammen legen läßt wie ein Scher-messer, also, daß man es mit Bequemlichkeit iederzeit bey sich tragen kan, man kan es auch wohl von lauter Helffenbein machen lassen, oder wie es einen beliebt, es kan viereckigt, etwann eines halben Zolles breit, und ein wenig dünner gemacht werden.

General-Regul
Auf den Gebrauch dieser ersten Visir-Ruthe.

WEnn man das auf vorgemeldte Weise abgetheilte Fuß-Maaß in der Visir-Kunst auf den Gebrauch ziehen will, so muß man erst an dem Orte,

wo

wo man ist, uud wo man es gebrauchen will, einen gevierdten Kasten zubereiten lassen, wie hinten nach der 16. Fürgabe sub litera A vorgerissen, also daß derselbe inwendig in allen Winckeln und Ecken rechtwincklicht, und daran nichts ungleiches sey, solchen Kasten muß man gerade nach dem Perpendiculo und Bleywage setzen und richten, und darein etliche Eymer Wasser giessen, als wie ich allhier in Dreßden gethan habe, da ich zum Exempel in einen dergleichen hierzu absonderlich zugerichteten Kasten ein Faß oder fünff Eymer, das ist den Eymer zu 84. Dreßdnische Kannen gerechnet, (wiewohl man allhier sonst auch nur 74. auf einen Eymer nimmt) sieben Schock, oder 420. Kannen Wasser mit einer Dreßdnischen Kannen gemessen und eingegossen, welche Kanne am Gewicht klares Brunnen-Wassers gehalten 3. Marck, 14. Loth, 3. Quent. darauf habe ich mit vorgemeldtem Visir-Stabe (man mag auch ein ander länger Stäblein nehmen, und nach der Messung

der

der Länge nach dem Fuß-Maasse davon abtragen) gemessen, erstlich inwendig die Länge des Kastens (welcher, wie schon gemeldet, nach der 16. Fürgabe vorgerissen) die habe ich befunden auf $3\frac{665}{1000}$. Fuß, hernach die Breite desselben, die habe ich befunden auf $2\frac{232}{1000}$. Fuß und endlich die Tieffe des darein eingegossenen Wassers, die habe ich befunden auf $2\frac{361}{1000}$. Fuß, dieses dreyes in einander multiplicirt, bringt $16\frac{8}{10}$. Cubische Fuß beynahen, dieses und die hierunter beschlossenen vorgemeldeten 5. Eymer oder 420. Kannen dienen nun zu einer General-Regul zu Visirung aller nachfolgends beschriebenen Gefässe.

Die 13. Fürgabe.

Ein Pyramidalisches Gefässe zu visiren.

DEr Pyramis wird erst mit diesem Visir-Sabe, nach Inhalt der ersten Fürgabe dieses Theils, (und zwar allhier in Visirungen allein seinem inwendigen Raum nach) gemessen, und dessen Cubischer

scher Inhalt ausgerechnet: Denselben wollen wir setzen, daß er sich, nach Ausweisung gedachter ersten Fürgabe, an gegenwärtiger Figur sub lit. *a* gleicher gestalt auf 18. Cubische Fuß befunden, dar-

auf wird solcher nach vorgehender Regul also gerechnet $16\frac{8}{10}$. Cubische Fuß thun 1. Faß, das ist 5. Eymer oder 420. Kannen, was 18. Cubische Fuß? Antwort: 1. Faß und 30. Kannen. Also kan man auch ein kleines Pyramidalisches oder Conisches Wein-Gläßlein mit diesem Visir-Stäblein visiren, und nach dieser Regul ausrechnen, wenn gleich die Theilgen daran sehr klein kommen.

Die

Die 14. Fürgabe.

Ein Prisma oder grossen eckigten Röhr-Kasten zu visiren.

DAs Prisma oder der Röhr-Kasten sey *b*, denselben messe man auch nach diesem Visir-Stäblein, und suche daran seinen inwendigen Raum nach, erst den Cubischen Inhalt, wie geschehen oben bey der andern Fürgabe dieses Theils, kömmt zu solchen $831\frac{25}{100}$. Cubische Fuß. Darauf gleichfalls nach vorgehender Regul die Ausrechnung also angestellt: $16\frac{8}{10}$. Cubische Fuß geben 1. Faß, was geben $831\frac{25}{100}$. Cubische Fuß? Antwort: 48. Faß und $201\frac{1}{4}$. Kanne.

Vid. Fig. sub *b* pag. 425.

Notandum.

Wenn in dergleichen und andern minder oder mehreckigten, grössern oder kleinern, höltzernen oder steinernen Röhr-Kasten, (die sonderlich in vornehmen Städten auf Marckt-Plätzen gefunden werden,) mitten steinerne oder höltzerne,

runde

runde oder eckigte Seulen stehen, so muß man nach beschehener Visirung des ganzen Kastens der Seulen Dicke und Länge absonderlich nehmen und ausrechnen, und den Inhalt von Cubischen Inhalt des ganzen Kastens subtrahiren oder abziehen, hernach den Uberrest des Kastens zu Fassen, Eymern und Kannen machen, so ist die Visirung solcher Kästen auch vollbracht.

Die 15. Fürgabe.

Ein Conisches, Cylindrisches und alle vorgehend beschriebene und ander Gefässe zu visiren und auszurechnen.

EInen Conum erst zu messen, und dessen Cubischen Inhalt zu suchen, lehrt die vorgehende dritte Fürgabe, daselbst dessen gefundenen Cubischen Inhalt der 924. Cubic-Fuß, nach mehr gemeldter, bey der 13. Fürgabe beschriebenen Regul zu Faß, Eymern und Kannen gerechnet, thut daselbst gemeldter Conus 55. Faß.

Der Cylinder bey der vierdten Fürgabe,

he, so auf 2772. Cubische Fuß gerechnet, würde auf 165. Faß kommen.

Das Parallelepipedum oder dergleichen ablånglicht gevierdter Wasser-Trog, wie bey der 5. Fürgabe auf 1280. Cubische Fuß ausgerechnet, würde 76. Faß und 80. Kannen halten.

Also kan man erst einen Pyramidem truncatam nach der 6ten, einen conum curtum nach der 7ten, eine Kugel nach der 8ten, und die corpora regularia nach der 9ten und 10ten Fürgabe, und deren vorhergehender Beschreibung mit diesem gemachten Visir-Stabe messen, deren Cubischen Inhalt suchen, und hernach dieser zu $16\frac{8}{10}$. Cubische Schuh auf ein Faß oder 5. Eymer eingerichteten Regul nach ausrechnen, daß es also davon keines fernern Berichts bedürffen, oder hierunter einige Schwerigkeit seyn wird.

Die 16. Fürgabe.

Gantz ungeschickte Gefåsse, als båuchichte Krüge, Töpffe, rundgeeckete Glåser, oder

oder dergleichen zu visiren und auszumessen.

DEn Modum zu Visirung solcher Geschirre kurtz anzuzeigen, so thut man am allerbesten, wenn solche Gefässe mit flüßiger materia angefüllet seyn, daß man solche aus und in ein anders geschickteres, als etwa in ein Cylindrisches oder eckigtes Geschirre geust, und der Tieffe der eingegossenen materiæ nach in solchen Gefässen visiret. Denn ob man wohl an solchen ungeschickten Geschirren die Visirung sonderlich durch Æquirung und Vergleichung auch endlich zu wege bringen könte, so ist es doch mehr mühsam, als förderlich und nützlich.

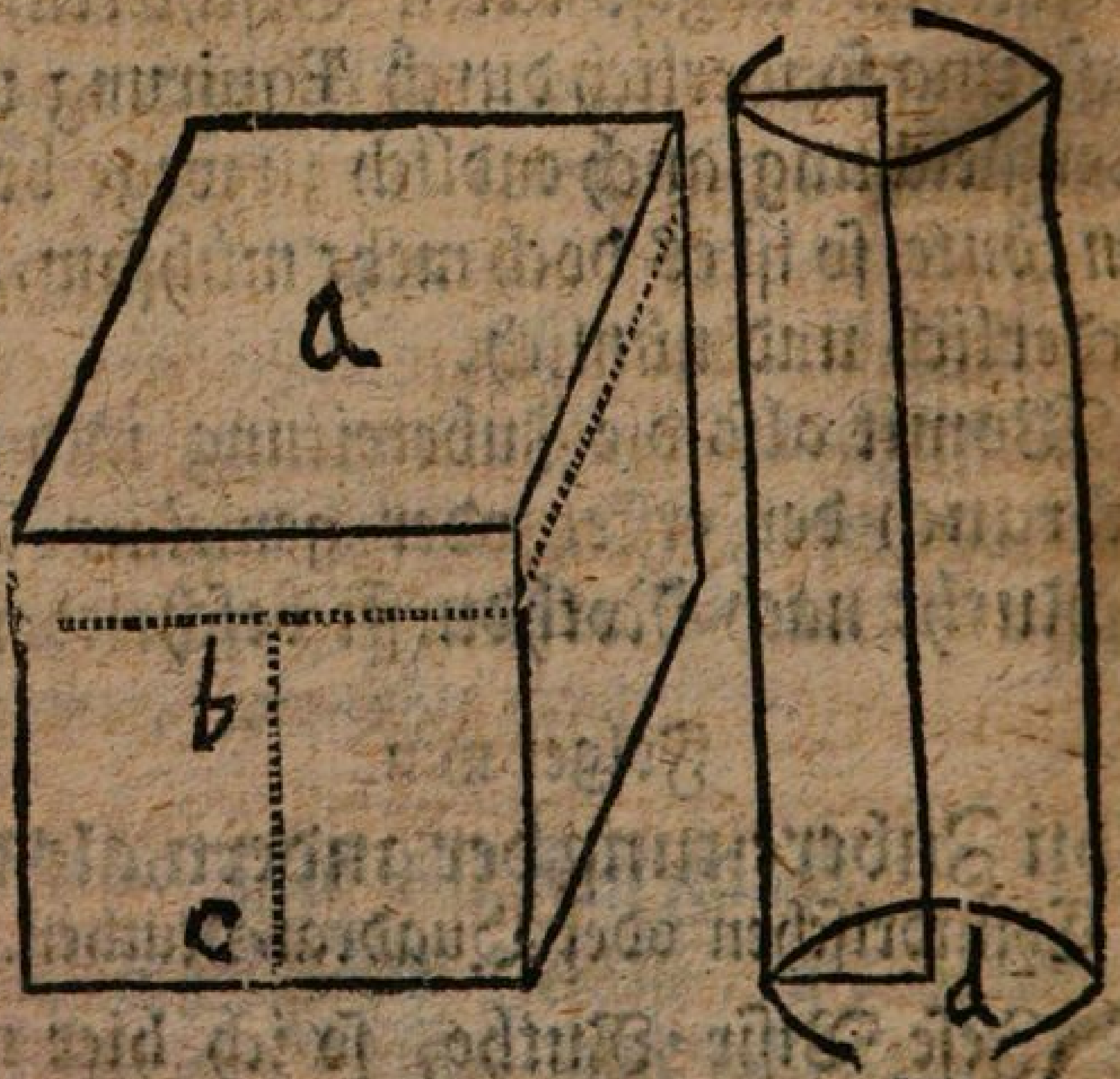
Womit also die Zubereitung und der Gebrauch der ersten oder gemeinen Visir-Ruthe nach Nothdurfft beschrieben.

Folget nun

Von Zubereitung der andern, als der Cylindrischen oder Quadrat-Ruthen.

DIese Visir-Ruthe, so ich hier will

lehren machen, nenne ich deßwegen eine Cylindrische Ruthen, weil sie vornehmlich auf Cylindrische Gefässe, wie die Wein-Fasse seyn, gerichtet ist: Eine Quadrat-Ruthe aber nenne ich sie, weil sie allein durch Ausziehung der Quadrat-Wurtzel, und nicht durch die Cubic-Wurtzeln verfertiget wird, wiewohl man sie sonsten der Cubischen multiplication halben, so man nach beschehener Ausmessung des darzu bereiteten Kastens oder darein an-



ge-

gegossenen Wassers gebraucht, und daß sie auf Ausmessung Cörperlicher Dinge gerichtet, auch eine Cubische Ruthe nennen könte.

Was nun deroselben Zubereitung anbetrifft, so verhält sich dieselbe also:

Man thut am allerbesten, daß man auf die Zubereitung der Visir-Ruthen erst einen gevierdten Kasten machen lässet, wie oben vor der 13. Fürgabe dieses Theils beschrieben, und allhier sub litera *a* vorgestellet, darein nach Beliebung etliche Eymer Wasser gemessen, deren oben 5. genommen worden, solches Wassers Tieffe sey *b c* $2\frac{361}{1000}$. diese mit der inwendigen Länge $3\frac{065}{1000}$. Fuß, und Breite $2\frac{322}{1000}$. Fuß, in einander multiplicirt, sind kommen $16\frac{8}{10}$. Cubische Fuß auf 5. Eymer.

Nun muß man solchem Inhalt nach diesen Kasten in einen Cylinder verwandeln, an dessen basi man den diametrum circuli nach Beliebung nehmen mag; Nimmt man die Länge der basis 2. Fuß, so

kommt die Höhe etwas über 5. Fuß, wie der Abriß weiset sub litera *d*, und gehen darein eben so viel Wasser, als in Kasten gemessen.

Ich will aber die Länge des Diameters allhier nur nehmen auf 1. Fuß. Darauf sprech ich, nach der Regul Archimedis, 7. Fuß diam. giebt 21. Fuß circumf. was 1. Fuß diam. Antwort: $3\frac{1}{7}$. Fuß, diese mit $\frac{1}{4}$. des diameters multiplicirt, kommt $\frac{11}{14}$. eines Quadrat-Fusses vor den superficial-Inhalt der Circulfläche des Bodens an vorgenommenen Cylinder.

Mit diesen $\frac{11}{14}$. Quadrat-Fuß die vorgemeldeten $16\frac{8}{10}$. Cubische Fuß dividirt, kommt $21\frac{382}{1000}$. Fuß vor die Länge des vorgenommenen Cylinders, würde also ein Cylinder, welcher an seinem Boden oder Diametro desselben eines Fusses breit und $21\frac{382}{1000}$. Fuß lang wäre, auch 5. Eymer halten, wie vorbeschriebener viereckigter Kasten.

Theilt man die Länge des Cylinders, nehmlich $21\frac{382}{1000}$. in fünff Theil, so $4\frac{276}{1000}$.

Fuß

Fuß bey nahen seyn würde, und läst den Diametrum des Bodens eines Fusses breit bleiben, so hat man einen Cylinder von 1. Eymer: theilt man aber solche Länge der $21\frac{382}{1000}$. Fuß in 420. Theil als in 5. Eymer, oder $4\frac{276}{1000}$. in 84. Theil als in 1. Eymer, (ist einerley) so bekommt man $0\frac{051}{1000}$. bey nahen vor die Länge eines Cylinders von einer Kannen, dessen Bodens Diameter gleicher gestalt eines Fusses lang verbleibet.

Aus dieser letztern und kleinesten Theilung wollen wir nun unsern Cylindrischen Visir-Stab, auf die Kannen gerichtet, machen, den man sonst wohl nur Eymerweise, Viertheil-Eymerweise, Achttheil-Eymerweise, oder dergleichen hätte können eintheilen, wie es einem gefällig, und wie man die einmahl gefundene gantze Länge der $21\frac{509}{1000}$. Fuß einzutheilen begehrt.

Die Auftragung auf den Visir-Stab geschicht nun also: Nachdem man ein Fuß Maaß, das ist eine halbe Ele (wie ich oben genommen) erst getheilt in 10. gleiche

Theil, oder Daumen, ieden Daumen wieder in 10. Theil, und ein solch Theilgen wieder in 10. Theil, das ist, mit einem Wort zu sagen, das gantze Fuß-Maaß in 1000. Theil, so nehme man davon die Länge obgemeldter $0\frac{051}{1000}$. Theil, und trage solche auf eine Seite des Stabs, so offt und viel man kan, die wird genannt die lange Maaß, iede derselben kan man auf dem Stäblein wieder in 10. Theil vertheilen, damit man in Visirung der Gefässe alles desto genauer und schärffer messen, und darnach ausrechnen könne.

Hernach nehme man den Diameter des Cylinders, welcher auch gleich einen Fuß thut, und theile solchen auch in so viel Theil, oder, weil dieser mit ietztgemeldtem schon abgetheilten Fuß-Maaß gleicher Länge, so ist die Abtheilung desselben schon gemacht, und darff keiner weitern Eintheilung.

Von solchem trage man aus der hernach im sechsten Theils dieses Buchs befind-

findlichen Quadrat-Tafel alle Puncten, von einem Zehentheil an biß zu Ende des Stabs auf eine andere Seite desselben auf, so werden dieses die Quadrat-Puncten genannt, und ist der gantze Cylindrische Visir-Stab fertig.

Gebrauch des Cylindrischen Visir-Stabs.

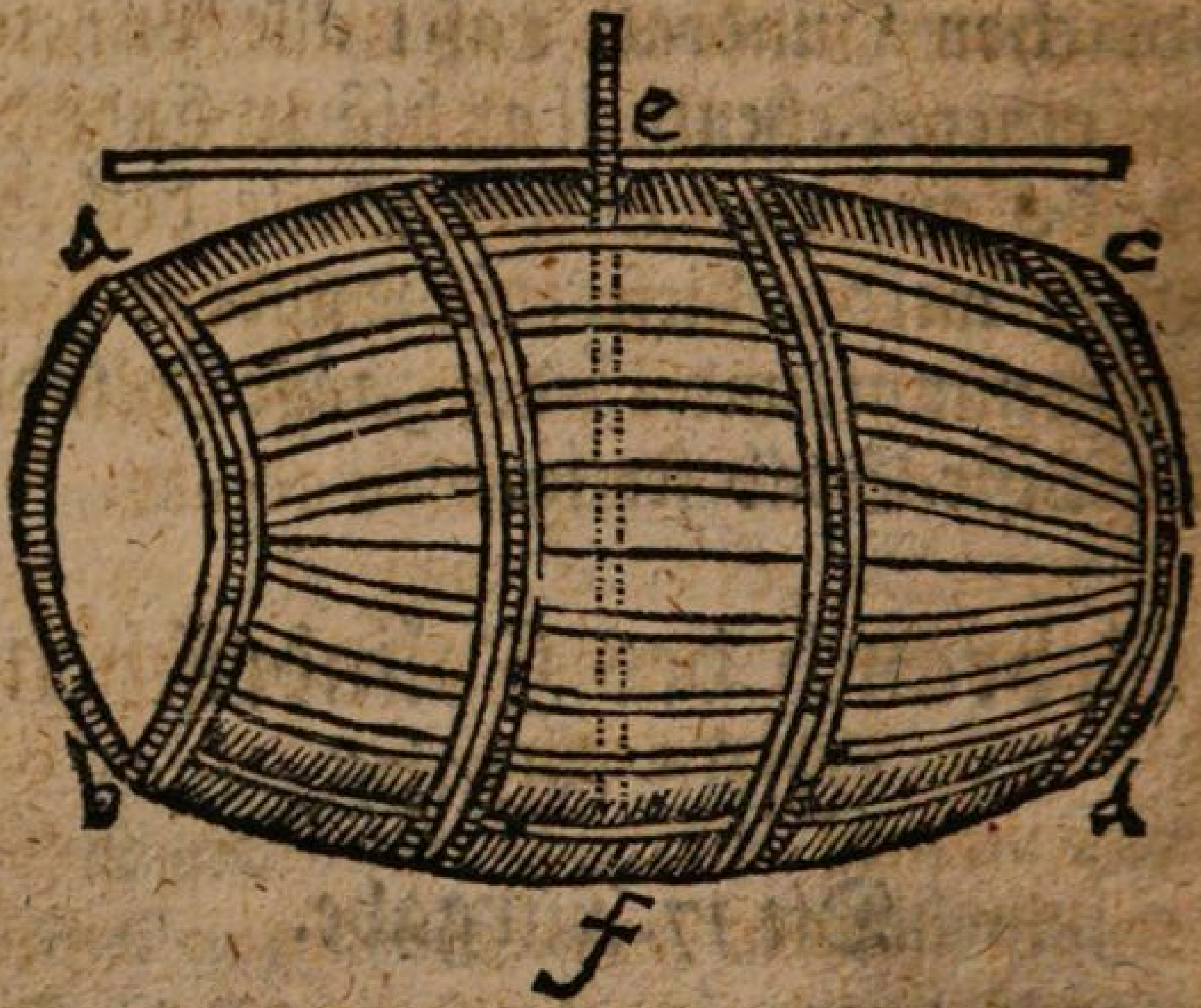
Die 17. Fürgabe.

Ein Cylindrisches Gefässe oder Wein-Faß mit der Quadrat-Ruthen zu visiren und auszumessen.

WEnn man nun mit vorhergeschriebenen Visir-Stabe ein Faß visiren will, so thut man also, als, ich habe allhier eines visirt, so hier vorgerissen:

Erstlich die Höhe des Bodens *a b* lang Maaß	= = =	42. =
des Bodens *c d*	= = = = =	42. =
addirt thut	= = =	84. =
halbirt thut	= = =	42. =

 (Diß



(Diß halbiren thut man deswegen, wenn etwan ein Boden höher als der andere ist, um solche Böden zu æquiren.)

Ferner des Fasses Spund-Tieffe ef $49\frac{4}{10}$.

zu der Böden æquirter Tieffe addirt,

thut 91. 4.

halbirt = = = $45\frac{7}{10}$.

Vor die wahre Mittel-Tieffe des Fasses, diese $45\frac{7}{10}$. lange Maaß halten auf der andern Seite des Visir-Stabs $5\frac{4}{10}$. Quadrat-Puncten.

Wei-

Weiter messe ich nun auch des Fasses Länge *a c*, die thut allhier lange Maaß $89\frac{8}{10}$. hiervon die Kimming oder Zargen, so an der Länge über die Faß-Böden übergehen, gemessen und abgezogen, als

beym Boden *a b* sey dieselbe allhier $3\frac{5}{10}$.
und beym Boden *c d* auch - - - $3\frac{5}{10}$.
Item die Dicke beyder Böden zusammen thut - - - 3.
dieses dreyes addirt, thut - 10.
von der gantzen Länge *a c* als $89\frac{8}{10}$.
subtrahirt, bleibt $79\frac{8}{10}$.

lange Maaß, diese mit den obigen gefundenen $5\frac{4}{10}$. Quadrat-Puncten multiplicirt, bringen 431. Kannen bey nahen, das ist 1. Faß, oder 5. Eymer und 11. Kannen.

Also ist die Zubereitung nebst dem Gebrauch der Cylindrischen oder Quadrat-Ruthen gewiesen.

Nun folget die dritte
Nehmlich die
Cubic-Ruthe.

DIe nenne ich deswegen eine Cubic-

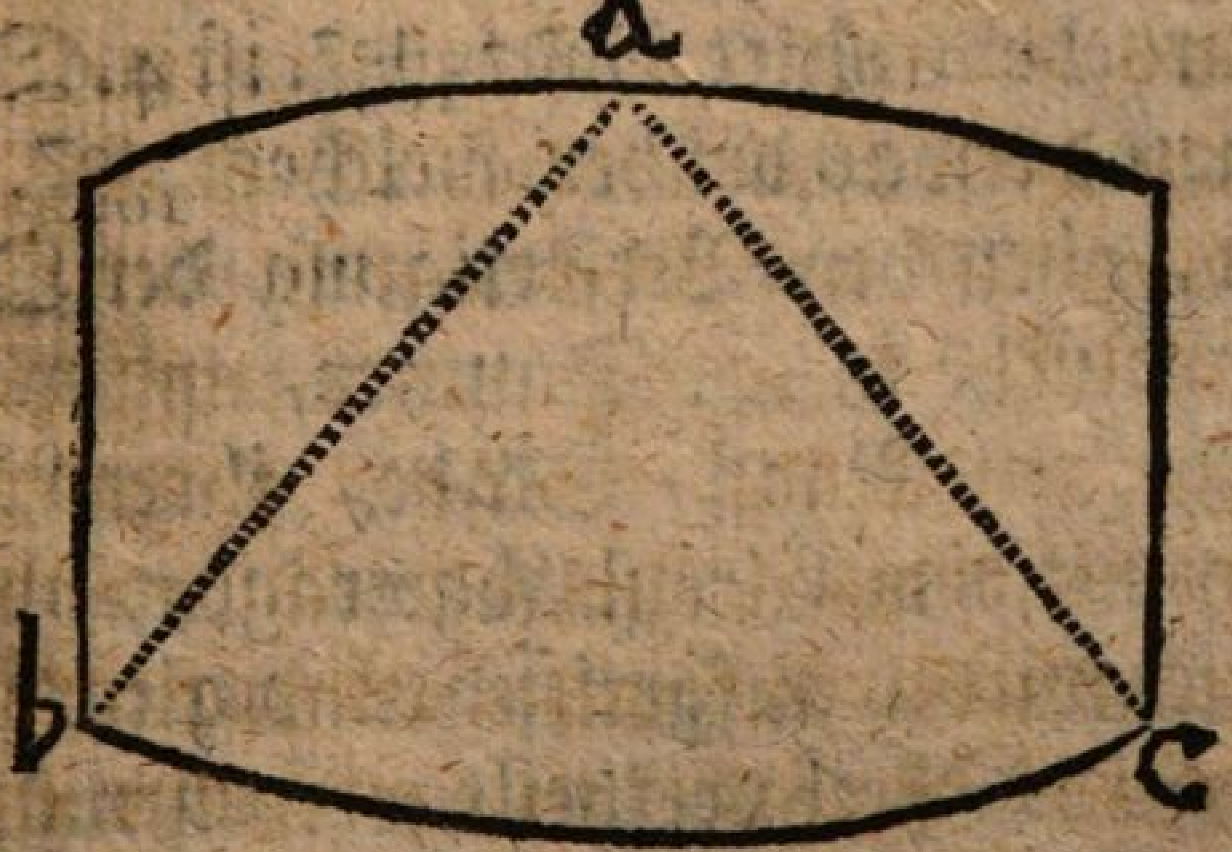
Ruthe, weil sie durch die ausgezogene Cubic-Wurtzel aufgetragen und zubereitet wird, man nennet sie auch sonsten eine Creutz-Ruthe, weil sie in Visirung der Wein-Fässer schieffs oder Creutz-weise eingestossen, und die Visirung also verrichtet wird.

Sie wird aber zum Theil aus vorherbeschriebener Quadrat-Ruthe, und also zubereitet.

Erst misset man ein wohl proportionirtes Wein-Faß mit der Visir-Kannen oder den Cylindrischen Visir-Stabe, wie vorgehend bey der 17ten Fürgabe dieses Theils geschehen, in solch Faß sind daselbst gangen 431. Kannen, die muß man behalten.

Hernach stößt man die Cylindrische Visir-Ruthe schieffs oder Creutz-weise zum Spundloche hinein in das Faß, wie bey dieser nachgesetzten Figur sub lit. *a b* und *a c* geschehen, und merckt fleißig ab, wie viel beyde Seiten biß an des Fasses Boden Länge Maaß halten, als ich habe befun-

befunden die schieffe Tieffe *a b* auf 60. und *a c* auf $60\frac{6}{10}$. lange Maaß, diese beyde addirt, thut $120\frac{6}{10}$., halbirt, thut $60\frac{3}{10}$. vor die wahre schieffe Tieffe dieses Fasses.



Hieraus und aus der langen Maaß von einer Kannen oben bey der Cylindrischen Visir-Ruthen, so daselbst $0\frac{051}{1000}$. Theil gehalten, auch die Cubic-Maaß einer Kannen, und dieses gantzen Fasses gesucht, also: Man multiplicirt die gefundene wahre schieffe Tieffe, nehmlich $60\frac{3}{10}$. mit der langen Maaß einer Kannen,

nehmlich mit $0\frac{052}{1000}$. kömmt $3\frac{0753}{10000}$. diese cubice multiplicirt, kömmt 29.084557767777. diese mit dem visirten oder gemessenen Fasses Inhalt, nehmlich mit den 431. Kannen dividirt, kömmt 0067481572547. hieraus die Cubic-Wurtzel extrahirt, kömt $\frac{407}{1000}$. ist 4. Daumen und etwas drüber, welches $\frac{407}{1000}$. von dem, oben bey Verfertigung der Quadrat-Ruthe in 10. Daumen, und weiter vertheilten Maaß-Stabe, ihrer Länge nach mit dem Circul abgetragen, absonderlich wieder aufgerissen, und gleichfalls in 1000. Theil vertheilt werden müssen, als erstlich in 10. gleiche Theil, davon ein ieder Theil wieder in 10. Theil, und einer von diesen letztern auch in 10. Theil, so hat man alsdenn hieran eine Scalam oder neuen Maaß-Stab, daraus man den Cubischen Visir-Stab aufträgt.

Zu Auftragung dieses Stabs gebrauche man zweyerley, als erstlich vorher nur ietztgemeldten neuen hierzu beschriebenen Maaß-Stab, und die hernach

im

im sechsten und letzten Theile dieses Buchs sub litera B. verfertigte Tafel ausgezogenen Cubic-Wurtzel, bey welcher von $\frac{1}{10}$. einer Kannen an, biß über ein Faß, allezeit auf der Seite, bey den Zahlen der Kannen, die ausgezogene Wurtzel, und wie viel man nehmlich aus vorgemeldten Maaß-Stabe mit dem Circul iedesmahls theile, von solchem Maaß-Stabe mit abnehmen solle, klar befindlich ist. Wo gantze Theile dabey stehen, als bey 1. stehet 1. bey 2. stehet 8. bey 3. stehet 27. da bedeuten solche, daß ich auf eine Kanne die gantze Länge des Maaß-Stabs einmahl, bey 8. Kannen 2. mahl, bey 27. Kannen 3. mahl, und so fortan nehmen soll.

Diß in gantzen und andern Theilen so lange mit Auftragung auf dem Visir-Stabe continuirt biß zu Ende desselben.

Wäre er aber zu lang, und hier der ausgezogenen Cubic-Wurtzeln in gemeldeter Tafel dazu nicht genung, der mag solche Tafeln erweitern, und radi-

cem cubicam in folgenden Zahlen weiter vollends so lange extrahiren, als er von nöthen hat, wie man denn solche in infinitum erstrecken kan.

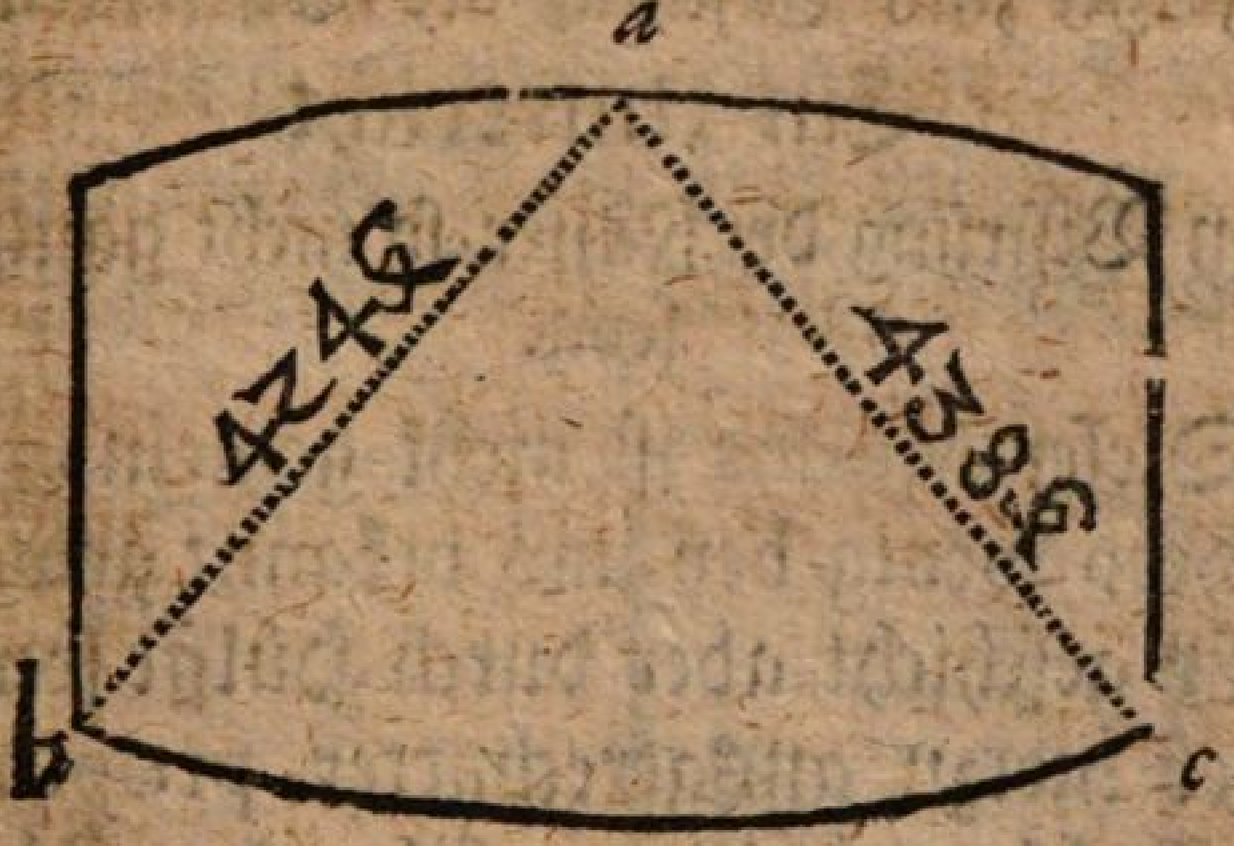
Und also wäre die Verfertigung des Cubischen Visir-Stabs auch gnugsam beschrieben.

Folget
Vom Gebrauch der Cubic-Ruthe.

Die 18. Fürgabe.

Ein Cylindrisches Gefässe oder Wein-Faß durch den Cubischen Visir-Stab zu visiren.

DEr Gebrauch der Cubic-Ruthe ist sehr leicht, man stöst die Ruthe oben zum Spundloche des Fasses nur 2. mahl schieffs hinein, als geschehen bey *a b*, und siehet, ob sich auf ieder Seite am Stabe gleich viel Kannen befinden, wo sich nun auf einer Seite so viel Kannen befinden, als auf der andern, so ist alsobald



bald eine unter denselben der rechte Inhalt des Fasses, giebt aber eine Seite mehr Kannen, als die andere, so addirt man solche, als wie ich mit meinem zubereiteten Cubischen Stabe ein Faß visirt, und befunden die Seite *a b* auf 424. Kannen, und *a c* auf 438. Kannen, beyde addirt, thun 862. Kannen, diß halbirt, bringt 431. Kannen, oder 1. Faß und 11. Kannen, wie oben bey der Quadrat-Ruthe.

Hiermit sey nun auch also genug gesagt von Zubereitung und Gebrauch der Cubischen Visir-Ruthen.

Fol-

Folget zum Beschluß der Visir-Kunst

Ein Unterricht

Von Visirung der Fässer, so nicht gantz voll seyn.

Dieser Modus ist nicht gemein, und bißhero wenig bey uns bekannt gewesen. Er geschicht aber durch Hülffe sonderlicher hierzu ausgerechneter proportional-Tafeln, wie ich bey folgenden Fürgaben anzeigen will.

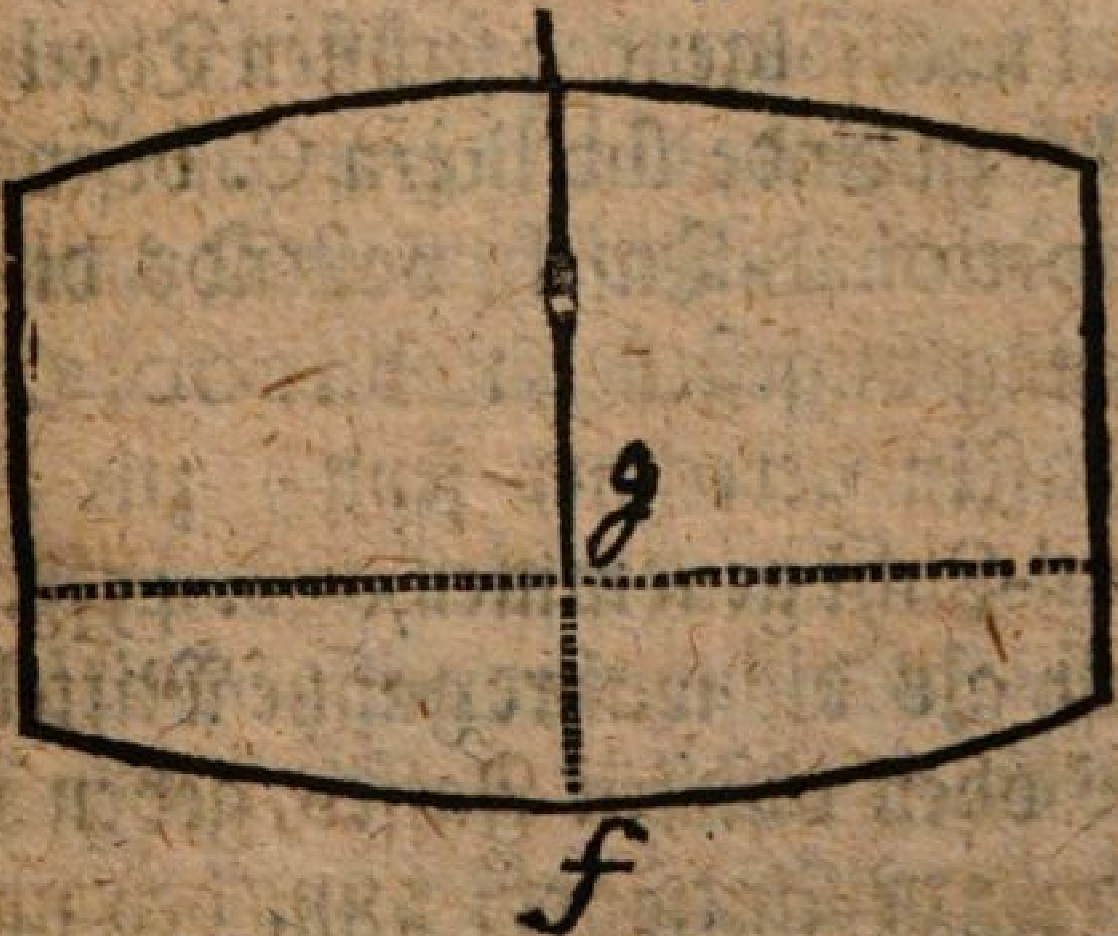
Die 19. Fürgabe.

Ein Faß, so nicht gantz voll, und darinnen weniger als die Helffte am Geträncke übrig ist, mit der Cylindrischen Visir-Ruthen zu visiren.

Dieses zu thun, so visire man erst ein Faß gantz vollkömmlich, als wenn es voll wäre, wie oben mit der Cylindrischen Visir-Ruthe geschehen, da ich ein Faß visirt, und dasselbe auf 431. Kannen befunden.

Ich will nun setzen, daß dieses Faß biß über die Helffte ausgezapt, und also nicht mehr

mehr halb voll sey, wenn man nun gerne wissen wolte, wie viel noch eigentlich Kannen auf solchem Fasse seyn möchten, so thue man also: Man messe gerade unter



sich zum Spundloche hinein die Tieffe des Fasses, und sehe, wie weit der Visir-Stab naß wird, diß sey von *f* biß *g* 16. lange Maaß, darauf nehme man die Spund-Tieffe des Fasses, die ist oben gemessen $49\frac{4}{10}$. lange Maaß, ingleichen die wahre Tieffe oder Höhe beyder Böden, die war daselbst 42., diß beydes von einander subtrahirt, bleibt $11\frac{4}{10}$. lange Maaß, diese medirt, kömmt $5\frac{7}{10}$. diß wiederum halbirt, kömmt $2\frac{85}{100}$. dieses von oben gefun-

fundener Tieffe der 16. langen Maaß subtrahirt, Rest $13\frac{15}{100}$. lange Maaß, vor die wahre Tieffe dessen, so noch im Fasse vorhanden. Hierdurch und durch Hülffe der im nachfolgenden sechsten Theil dieses Buchs zu Ende sub litera C. befindlichen Proportional-Tafeln vollends die Ausrechnung angestellet, und 1000. (darauf die Tafeln gerechnet seyn) zur Fundamental-Zahl genommen, also: $45\frac{7}{10}$. lange Maaß, als die wahre gantze Mittel-Tieffe des oben visirten Fasses, geben 1000. was $13\frac{15}{100}$? Antwort: 288. bey nahen.

Diese 288. sucht man nun auf in der ersten Columna A. der gedachten Tafeln, so wird in der andern Columna B. dabey stehen 238. dadurch sucht man vollends den Inhalt des Fasses, nemlich also: 1000. geben den gantzen Inhalt des Fasses 441. Kañen, was geben 238? Antwort: $102\frac{578}{1000}$. Kannen, so viel ist noch im Fasse.

Bericht von den Tafeln der proportionirten Tieffe.

Wie

WIe die Tafeln ausgerechnet sind, kan ich allhier, um Weitläufftigkeit zu vermeiden, nicht füglich einrücken, zumahl da die Ausrechnung ziemlich mühsam, wer Beliebung darzu trägt, kan darüber besehen Hrn. D. Adrian Metii, vornehmen Niederländischen Professoris Manuale Arithmeticæ & Geometriæ Practicæ.

Es ist aber zu wissen, daß sie gerichtet seyn auf 1000. Puncten, also daß man an allen Fassen, deren Mittel-Tieffe nicht über 1000. lange Maaß ist, den Rest des darinnen noch verhandenen Geträncks ausrechnen kan. Und zwar derogestalt, daß man erst ein Faß gantz vollkömmlich visirt, und hernach procedirt, wie vorgehend gewiesen. Befind man auch gleich in Visirung anderer Fässer derselben Inhalt nicht eben auf 431. Kannen, wie vorgehendes, und also auch die æquirte Mittel-Tieffe nicht also wie bey demselben, so ist daran nicht gelegen, denn wie vorgehend von dem visirten Fasse vor die wahre Mittel-

tel-Tieffe genommen, die gefundenen 45 $\frac{7}{10}$. lange Maaß, und die 431. Kannen Inhalt, so nehme ich an deren statt auch eines ieden andern Fasses befindliche wahre Mittel-Tieffe und Inhalt, und procedire damit wie mit vorigen.

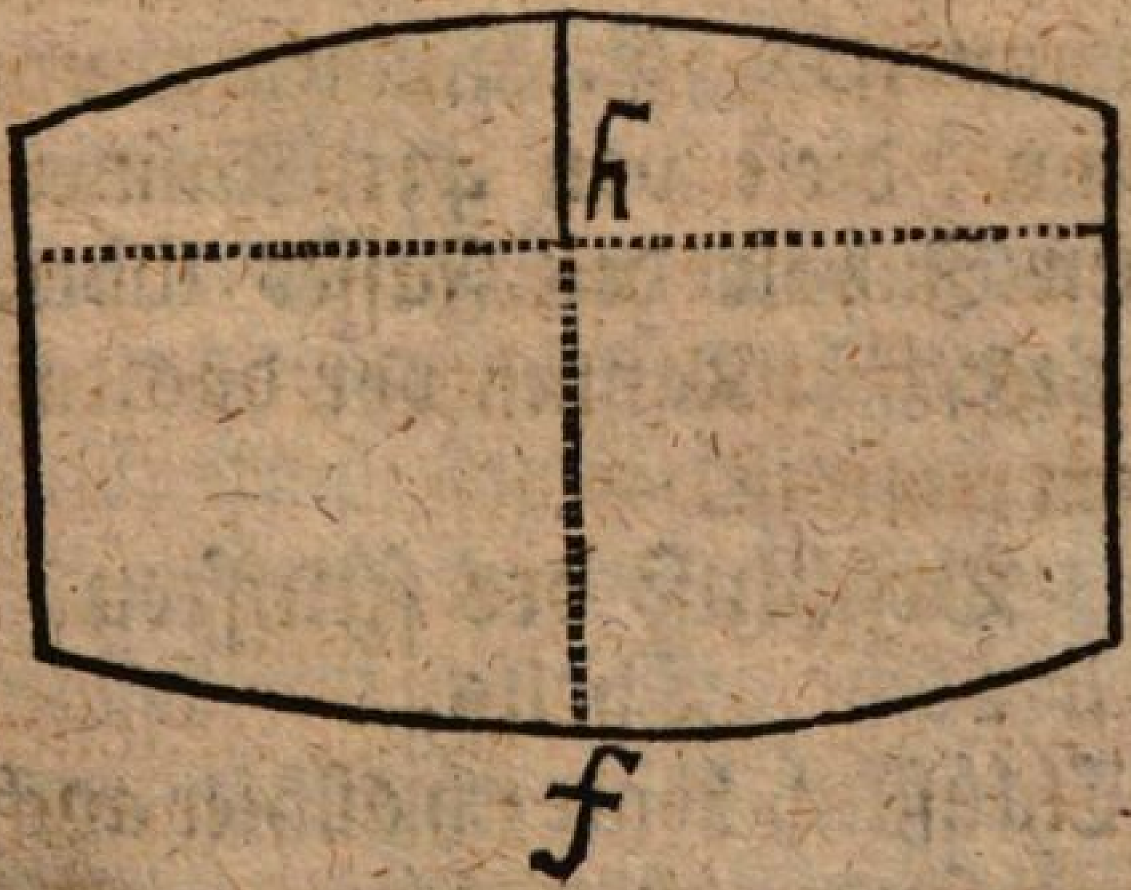
Die 20. Fürgabe.

Ein Faß, so nicht gantz voll, und darinnen aber doch mehr als die Helffte noch am Geträncke übrig ist, mit der Cylindrischen Ruthen zu visiren.

MAn visirt gleicher gestalt dergleichen Faß, als wenn es gantz voll wäre, wie bey vorgehender Fürgabe.

Hernach aber sucht man an statt dessen, so noch im Fasse ist, (wie denn das Faß allhier noch von *f* biß *b* voll) nur das vacuum, oder so weit das Faß leer und ausgezapt, als von *b* biß an Spund, solch vacuum, wenn man es gefunden, zeicht man vom gantzen Inhalt des Fasses ab, so restirt dasjenige, so noch im Fasse von *f* biß *b* übrig, und ist sonsten die Operation wie bey vorgemeldter Fürgabe also:

Der



Der Rest im Fasse, so weit der Stab naß worden, sey $f\,h$ $33\frac{4}{10}$. lange Maaß, des Fasses Spund-Tieffe $49\frac{4}{10}$. eines vom andern subtrahirt, Rest 16. vor die Spund-Tieffe des vacui, oder so weit das Faß ausgezapt und leer ist, der Böden Mittel-Tieffe ist 42. von des Fasses Spund-Tieffe, nehmlich von $49\frac{4}{10}$. subtrahirt, Rest $7\frac{4}{10}$., diß medirt, thut $3\frac{7}{10}$., hiervon wieder die Helffte genommen, ist $1\frac{85}{100}$., diß von der Tieffe des vacui, als 16. subtrahirt, Rest $13\frac{15}{100}$. vor die wahre Tieffe des vacui, oder so weit das Faß leer ist, hierauf den Inhalt

halt gesucht, wie bey vorgehender Fürgabe kömmt 102$\frac{578}{1000}$. Kannen, vor das vacuum, diese von 431. Kannen, dem gantzen Inhalt des Fasses subtrahirt, Rest 328$\frac{422}{1000}$. Kannen vor dasjenige, so noch im Fasse ist.

Beschluß des fünfften Theils.

SChlüßlich könte ich allhier auch noch absonderlich wohl mit anhängen, wie man Visir und Maaß-Stäbe auf die Schweren und Gewichte allerley steinernen, eisernen, bleyernen, oder anderen Kugeln, item allerley Visir-Schnuren, nach Gelegenheit auf den Cörperlichen Inhalt oder Gewichte, so wohl allerley Gefäße als Kugeln gerichtet, verfertigen solte.

Massen dergleichen demjenigen, der vorgehends wohl gefasset und begriffen, gar leicht ist, solches alles auch aus eben denselben fundamentis und principiis herfleust, und dergleichen Visir- und Maaß-Stäbe, samt den Schnuren, glei-

gleicher gestalt aus der im folgenden letzten Theil gesetzten Cubic-Tafel aufgetragen werden müssen.

Weil aber solches nicht iedermans Thun, und dem tausenden dergleichen nicht vorkömmt; die vorher beschriebenen Visir-Ruthen aber billich allen Hauß-Vätern bekannt seyn solten, und viel nützlicher und nöthiger:

Als hab ichs bey demselben hiermit also bewenden lassen, und diesen Theil nicht weitläufftiger machen wollen.

Zumahl da ich ohne das Geometriam und Stereometriam in diesem Lust-Garten dermassen ausführlich und deutlich beschrieben, daß ich hoffe, redliche Gemüther sollen auch in diesem Stücke nebenst mir gegen GOtt zur Danckbarkeit vor seine schöne Gaben (so von ihm allein herfliessen) bewogen werden.

Der Sechste und letz-te Theil

Des andern Buchs.

In diesem sind begriffen

TABVLÆ EXTRACTARVM RADICVM QVADRATARVM, CVBICARVM, & NVMERORVM PROPORTIONALIVM.

Oder:

Tafeln ausgezogener Quadrat- und Cubic-Wurtzeln, wie auch gerechnete proportional-Tafeln auf die Gefässe gerichtet, so nicht gantz voll seyn.

A.

Quadrat-Tafel,

In welcher die Quadrat-Wurtzeln von $1\frac{5}{10}$ biß auf 100. ausgezogen.

A.	B.	A.	B.	A.	B.
$\frac{1}{10}$	0.316	$2\frac{4}{10}$	1.549	$4\frac{7}{10}$	2.168
$\frac{2}{10}$	0.447	$2\frac{5}{10}$	1.580	$4\frac{8}{10}$	2.191
$\frac{3}{10}$	0.548	$2\frac{6}{10}$	1.612.	$4\frac{9}{10}$	2.213
$\frac{4}{10}$	0.632	$2\frac{7}{10}$	1.643	5.	2.236
$\frac{5}{10}$	0.707	$2\frac{8}{10}$	1.673	$5\frac{1}{10}$	2.258
$\frac{6}{10}$	0.774	$2\frac{9}{10}$	1.703	$5\frac{2}{10}$	2.280
$\frac{7}{10}$	0.837	3.	1.732	$5\frac{3}{10}$	2.302
$\frac{8}{10}$	0.894	$3\frac{1}{10}$	1.761	$5\frac{4}{10}$	2.324
$\frac{9}{10}$	0.948	$3\frac{2}{10}$	1.789	$5\frac{5}{10}$	2.345
1.	1.000	$3\frac{3}{10}$	1.816	$5\frac{6}{10}$	2.366
$1\frac{1}{10}$	1.049	$3\frac{4}{10}$	1.844	$5\frac{7}{10}$	2.387
$1\frac{2}{10}$	1.095	$3\frac{5}{10}$	1.871	$5\frac{8}{10}$	2.408
$1\frac{3}{10}$	1.140	$3\frac{6}{10}$	1.897	$5\frac{9}{10}$	2.429
$1\frac{4}{10}$	1.183	$3\frac{7}{10}$	1.923	6.	2.449
$1\frac{5}{10}$	1.225	$3\frac{8}{10}$	1.949	$6\frac{1}{10}$	2.470
$1\frac{6}{10}$	1.265	$3\frac{9}{10}$	1.976	$6\frac{2}{10}$	2.490
$1\frac{7}{10}$	1.304	4.	2.000	$6\frac{3}{10}$	2.510
$1\frac{8}{10}$	1.341	$4\frac{1}{10}$	2.025	$6\frac{4}{10}$	2.530
$1\frac{9}{10}$	1.378	$4\frac{2}{10}$	2.049	$6\frac{5}{10}$	2.549
2.	1.414	$4\frac{3}{10}$	2.073	$6\frac{6}{10}$	2.569
$2\frac{1}{10}$	1.449	$4\frac{4}{10}$	2.097	$6\frac{7}{10}$	2.588
$2\frac{2}{10}$	1.483	$4\frac{5}{10}$	2.121	$6\frac{8}{10}$	2.607
$2\frac{3}{10}$	1.516	$4\frac{6}{10}$	2.145	$6\frac{9}{10}$	2.627

A.	B.	A.	B.	A.	B.
7.	2.646	$9\frac{4}{10}$	3.066	$13\frac{8}{10}$	3.715
$7\frac{1}{10}$	2.664	$9\frac{5}{10}$	3.082	14.	3.741
$7\frac{2}{10}$	2.683	$9\frac{6}{10}$	3.098	$14\frac{2}{10}$	3.768
$7\frac{3}{10}$	2.701	$9\frac{7}{10}$	3.114	$14\frac{4}{10}$	3.795
$7\frac{4}{10}$	2.720	$9\frac{8}{10}$	3.130	$14\frac{7}{10}$	3.821
$7\frac{5}{10}$	2.738	$9\frac{9}{10}$	3.146	$14\frac{8}{10}$	3.847
$7\frac{6}{10}$	2.757	10.	3.162	15.	3.872
$7\frac{7}{10}$	2.775	$10\frac{2}{10}$	3.194	$15\frac{2}{10}$	3.899
$7\frac{8}{10}$	2.793	$10\frac{4}{10}$	3.225	$15\frac{4}{10}$	3.924
$7\frac{9}{10}$	2.811	$10\frac{6}{10}$	3.256	$15\frac{6}{10}$	3.949
8.	2.828	$10\frac{8}{10}$	3.286	$15\frac{8}{10}$	3.975
$8\frac{1}{10}$	2.846	11.	3.316	16.	4.000
$8\frac{2}{10}$	2.863	$11\frac{2}{10}$	3.346	$16\frac{2}{10}$	4.025
$8\frac{3}{10}$	2.881	$11\frac{4}{10}$	3.376	$16\frac{4}{10}$	4.050
$8\frac{4}{10}$	2.898	$11\frac{6}{10}$	3.406	$16\frac{6}{10}$	4.074
$8\frac{5}{10}$	2.915	$11\frac{8}{10}$	3.435	$16\frac{8}{10}$	4.099
$8\frac{6}{10}$	2.932	12.	3.464	17.	4.123
$8\frac{7}{10}$	2.949	$12\frac{2}{10}$	3.493	$17\frac{2}{10}$	4.147
$8\frac{8}{10}$	2.966	$12\frac{4}{10}$	3.521	$17\frac{4}{10}$	4.171
$8\frac{9}{10}$	2.983	$12\frac{6}{10}$	3.549	$17\frac{6}{10}$	4.195
9.	3.000	$12\frac{8}{10}$	3.577	$17\frac{8}{10}$	4.219
$9\frac{1}{10}$	3.017	13.	3.605	18.	4.242
$9\frac{2}{10}$	3.033	$13\frac{2}{10}$	3.633	$18\frac{2}{10}$	4.266
$9\frac{3}{10}$	3.049	$13\frac{4}{10}$	3.660	$18\frac{4}{10}$	4.289

A.	B.	A.	B.	A.	B.
$18\frac{6}{10}$	4.313	37	6.083	61	7.810
$18\frac{8}{10}$	4.336	38	6.164	62	7.874
19	4.359	39	6.245	63	7.937
$19\frac{2}{10}$	4.382	40	6.315	64	8.000
$19\frac{4}{10}$	4.404	41	6.403	65	8.062
$19\frac{6}{10}$	4.427	42	6.481	66	8.124
$19\frac{8}{10}$	4.450	43	6.557	67	8.185
20	4.472	44	6.633	68	8.246
21	4.582	45	6.708	69	8.306
22	4.690	46	6.782	70	8.366
23	4.796	47	6.855	71	8.426
24	4.899	48	6.928	72	8.485
25	5.000	49	7.000	73	8.544
26	5.099	50	7.071	74	8.602
27	5.196	51	7.141	75	8.660
28	5.291	52	7.211	76	8.718
29	5.385	53	7.280	77	8.775
30	5.477	54	7.348	78	8.832
31	5.567	55	7.416	79	8.888
32	5.657	56	7.483	80	8.944
33	5.744	57	7.550	81	9.000
34	5.831	58	7.616	82	9.055
35	5.916	59	7.681	83	9.110
36	6.000	60	7.746	84	9.165

A.	B.	A.	B.	A.	B.
85	9.219	91	9.539	97	9.849
86	9.273	92	9.591	98	9.899
87	9.327	93	9.643	99	9.950
88	9.381	94	9.695	100	10
89	9.434	95	9.747		
90	9.487	96	9.798		

B.

Cubic-Tafel,

In welcher die Cubic-Wurtzeln von $\frac{1}{10}$ biß auf 500. ausgezogen.

A.	B.	A.	B.	A.	B.
$\frac{1}{10}$	0.464	$2\frac{3}{10}$	1.320	$4\frac{5}{10}$	1.651
$\frac{2}{10}$	0.585	$2\frac{4}{10}$	1.339	$4\frac{6}{10}$	1.663
$\frac{3}{10}$	0.696	$2\frac{5}{10}$	1.457	$4\frac{7}{10}$	1.675
$\frac{4}{10}$	0.737	$2\frac{6}{10}$	1.375	$4\frac{8}{10}$	1.687
$\frac{5}{10}$	0.794	$2\frac{7}{10}$	1.392	$4\frac{9}{10}$	1.698
$\frac{6}{10}$	0.843	$2\frac{8}{10}$	1.409	5.	1.710
$\frac{7}{10}$	0.888	$2\frac{9}{10}$	1.426	$5\frac{1}{10}$	1.721
$\frac{8}{10}$	0.928	3.	1.442	$5\frac{2}{10}$	1.732
$\frac{9}{10}$	0.995	$3\frac{1}{10}$	1.458	$5\frac{3}{10}$	1.743
1.	0.000	$3\frac{2}{10}$	1.473	$5\frac{4}{10}$	1.754
$1\frac{1}{10}$	1.032	$3\frac{3}{10}$	1.489	$5\frac{5}{10}$	1.765
$1\frac{2}{10}$	1.063	$3\frac{4}{10}$	1.503	$5\frac{6}{10}$	1.776
$1\frac{3}{10}$	1.091	$3\frac{5}{10}$	1.518	$5\frac{7}{10}$	1.786
$1\frac{4}{10}$	1.118	$3\frac{6}{10}$	1.532	$5\frac{8}{10}$	1.797
$1\frac{5}{10}$	1.145	$3\frac{7}{10}$	1.546	$5\frac{9}{10}$	1.807
$1\frac{6}{10}$	1.169	$3\frac{8}{10}$	1.560	6.	1.817
$1\frac{7}{10}$	1.193	$3\frac{9}{10}$	1.574	$6\frac{1}{10}$	1.827
$1\frac{8}{10}$	1.216	4.	1.587	$6\frac{2}{10}$	1.837
$1\frac{9}{10}$	1.238	$4\frac{1}{10}$	1.600	$6\frac{3}{10}$	1.847
2.	1.260	$4\frac{2}{10}$	1.613	$6\frac{4}{10}$	1.857
$2\frac{1}{10}$	1.280	$4\frac{3}{10}$	1.626	$6\frac{5}{10}$	1.866
$2\frac{2}{10}$	1.300	$4\frac{4}{10}$	1.638	$6\frac{6}{10}$	1.876

A.	B.	A.	B.	A.	B.
$6\frac{7}{10}$	1.885	$8\frac{9}{10}$	2.072	16	2.520
$6\frac{8}{10}$	1.894	9	2,080	$16\frac{5}{10}$	2.546
$6\frac{9}{10}$	1.904	$9\frac{1}{10}$	2.088	17	2.571
7.	1.913	$9\frac{2}{10}$	2.095	$17\frac{5}{10}$	2.596
$7\frac{1}{10}$	1.922	$9\frac{3}{10}$	2.103	18	2.621
$7\frac{2}{10}$	1.931	$9\frac{4}{10}$	2.110	$18\frac{5}{10}$	2.644
$7\frac{3}{10}$	1.940	$9\frac{5}{10}$	2.118	19	2.668
$7\frac{4}{10}$	1.948	$9\frac{6}{10}$	2.125	$19\frac{5}{10}$	2.691
$7\frac{5}{10}$	1.957	$9\frac{7}{10}$	2.132	20	2.714
$7\frac{6}{10}$	1.966	$9\frac{8}{10}$	2.140	21	2.759
$7\frac{7}{10}$	1.974	$9\frac{9}{10}$	2.147	22	2.802
$7\frac{8}{10}$	1.983	10	2.154	23	2.844
$7\frac{9}{10}$	1.991	$10\frac{5}{10}$	1.190	24	2.884
8.	2.000	11	2.224	25	2.924
$8\frac{1}{10}$	2.008	$11\frac{5}{10}$	2.257	26	2.962
$8\frac{2}{10}$	2.016	12	2.289	27	3.000
$8\frac{3}{10}$	2.024	$12\frac{5}{10}$	2.321	28	3.036
$8\frac{4}{10}$	2.033	13	2.351	29	3.072
$8\frac{5}{10}$	2.041	$13\frac{5}{10}$	2.381	30	3.107
$8\frac{6}{10}$	2.049	14	2.410	31	3.141
$8\frac{7}{10}$	2.057	$14\frac{5}{10}$	2.438	32	3.175
$8\frac{8}{10}$	2,064	$15\frac{5}{10}$	2.493	33	3.207

A.	B.	A.	B.	A.	B.
34	3.240	58	3.871	82	4.344
35	3.271	59	3.893	83	4.362
36	3.302	60	3.915	84	4.379
37	3.332	61	3.936	85	4.397
38	3.362	62	3.958	86	4.414
39	3.391	63	3.979	87	4.431
40	3.420	64	4.000	88	4.448
41	3.448	65	4.011	89	4.465
42	3.476	66	4.041	90	4.481
43	3.503	67	4.061	91	4.498
44	3.530	68	4.081	92	4.514
45	3.557	69	4.101	93	4.531
46	3.583	70	4.121	94	4.547
47	3.609	71	4.141	95	4.563
48	3.634	72	4.160	96	4.579
49	3.659	73	4.179	97	4.595
50	3.684	74	4.198	98	4.610
51	3.708	75	4.217	99	4.626
52	3.732	76	4.236	100	4.641
53	3.756	77	4.254	101	4.656
54	3.780	78	4.272	102	4.672
55	3.803	79	4.291	103	4.687
56	3.826	80	4.309	104	4.702
57	3.848	81	4.327	105	4.717

A.	B.	A.	B.	A.	B.
106	4.732	130	5.066	154	5.360
107	4.744	131	5.078	155	5.371
108	4.762	132	5.091	156	5.383
109	4.776	133	5.104	157	5.394
110	4.791	134	5.117	158	5.406
111	4.806	135	5.130	159	5.417
112	4.820	136	5.142	160	5.429
113	4.834	137	5.155	161	5.440
114	4.848	138	5.167	162	5.451
115	4.863	139	5.180	163	5.462
116	4.877	140	5.192	164	5.474
117	4.891	141	5.205	165	5.485
118	4.904	142	5.216	166	5.496
119	4.918	143	5.229	167	5.507
120	4.932	144	5.241	168	5.518
121	4.946	145	5.253	169	5.529
122	4.959	146	5.265	170	5.540
133	4.973	147	5.277	171	5.550
124	4.986	148	5.289	172	5.561
125	5.000	149	5.301	173	5.572
126	5.013	150	5.313	174	5.583
127	5.026	151	5.324	175	5.593
128	5.039	152	5.336	176	5.604
129	5.052	153	5.348	177	5.614

A.	B.	A.	B.	A.	B.
178	5.625	202	5.867	226	6.091
179	5.635	203	5.877	227	6.100
180	5.646	204	5.886	228	6.109
181	5.656	205	5.896	229	6.118
182	5.667	206	5.905	230	6.127
183	5.677	207	5.915	231	6.136
184	5.688	208	5.925	232	6.144
185	5.698	209	5.934	233	6.153
186	5.708	210	5.944	234	6.162
187	5.718	211	5.953	235	6.171
188	5.728	212	5.962	236	6.179
189	5.738	213	5.972	237	6.188
190	5.749	214	5.981	238	6.197
191	5.759	215	5.990	239	6.205
192	5.769	216	6.000	240	6.214
193	5.779	217	6.009	241	6.223
194	5.789	218	6.018	242	6.231
195	5.799	219	6.028	243	6.240
196	5.809	220	6.037	244	6.248
197	5.818	221	6.046	245	6.257
198	5.828	222	6.055	246	6.265
199	5.838	223	6.064	247	6.274
200	5.848	224	6.073	248	6.282
201	5.857	225	6.082	249	6.291

A.	B.	A.	B.	A.	B.
250	6.300	274	6.497	298	6.679
251	6.308	275	6.503	299	6.687
252	6.316	276	6.510	300	6.694
253	6.324	277	6.518	301	6.701
254	6.332	278	6.526	302	6.709
255	6.341	279	6.534	303	6.716
256	6.349	280	6.542	304	6.724
257	6.358	281	6.550	305	6.731
258	6.366	282	6.557	306	6.738
259	6.374	283	6.565	307	6.746
260	6.382	284	6.573	308	6.753
261	6.390	285	6.581	309	6.760
162	6.399	286	6.588	310	6.768
263	6.407	287	6.596	311	6.775
264	6.415	288	6.604	312	6.782
265	6.423	289	6.611	313	6.789
266	6.431	290	6.619	314	6.797
267	6.439	291	6.627	315	6.804
268	6.447	292	6.634	316	6.811
269	6.455	293	6.642	317	6.818
270	6.463	294	6.649	318	6.825
271	6.471	295	6.657	319	6.833
272	6.479	296	6.664	320	6.840
273	6.487	297	6.672	321	6.947

A.	B.	A.	B.	A.	B.
322	6.854	346	7.020	370	7.179
323	6.861	347	7.027	371	7.185
324	6.868	348	7.034	372	7.193
325	6.875	349	7.040	373	7.198
326	6.882	350	7.047	374	7.205
327	6.889	351	7.054	375	7.211
328	6.896	352	7.060	376	7.217
329	6.903	353	7.067	377	7.224
330	6.910	354	7.074	378	7.230
331	6.917	355	7.080	379	7.237
332	6.924	356	7.087	380	7.243
333	6.931	357	7.094	381	7.249
334	6.938	358	7.100	382	7.256
335	6.945	359	7.107	383	7.262
336	6.952	360	7.114	384	7.268
337	6.959	361	7.120	385	7.275
338	6.966	362	7.127	386	7.281
339	6.972	363	7.133	387	7.287
340	6.979	364	7.140	388	6.292
341	6.986	365	7.146	389	7.300
342	6.993	366	7.153	390	7.306
343	7.000	367	7.159	391	7.312
344	7.006	368	7.166	392	7.318
345	7.013	369	7.172	393	6.325

A.	B.	A.	B.	A.	B.
394	7.331	418	7.477	443	7.623
395	7.337	419	7.483	444	7.629
396	7.343	420	7.489	445	7.634
397	7.349	421	7.495	446	7.640
398	7.356	422	7.501	447	7.646
399	7.362	423	7.506	448	7.651
400	7.368	424	7.512	449	7.657
401	7.374	425	7.518	450	7.663
402	7.380	426	7.524	451	7.669
403	7.386	427	7.530	452	7.674
404	7.392	428	7.536	453	7.680
405	7.398	430	7.548	464	7.685
406	7.404	431	7.554	455	7.691
407	7 411	432	7.559	456	7.697
408	7.417	433	7.565	457	7.702
409	7.423	434	7.571	458	7.708
410	7.429	435	7.577	459	7.714
411	7.435	436	7.583	460	7.719
412	7.441	437	7.588	461	7.725
413	7.447	438	7.594	462	7.730
414	7.453	439	7.600	463	7.736
415	7.459	440	7.606	464	7.742
416	7.465	441	7.612	465	7.747
417	7.471	442	7.617	466	7.753

A.	B.	A.	B.	A.	B.
467	7.758	479	7.824	491	7.889
468	7.764	480	7.830	492	7.894
469	7.769	481	7.835	493	7.900
470	7.778	482	7.840	494	7.904
471	7.780	483	7.846	495	7.910
472	7.786	484	7.851	496	7.916
473	7.791	485	7.857	497	7.921
474	7.797	486	7.862	498	7.926
475	7.802	487	7.867	499	7.931
476	7.808	488	7.873	500	7.937
477	7.813	489	7.878		
478	7.819	490	7.884		

C.

Proportional-Tafel

Auf die Fasse gerichtet, so nicht gantz voll sind, dieselben darnach zu visiren, wie deren Gebrauch angezeigt bey der 19. Fürgabe des vorhergehenden fünfften Theils.

A.	B.	A.	B.	A.	B.
1		24	6	47	17
2		25	6	48	18
3		26	7	49	18
4		27	7	50	19
5		28	8	51	19
6		29	8	52	20
7		30	9	53	20
8		31	9	54	21
9		32	10	55	21
10		33	10	56	22
11		34	11	57	23
12		35	11	58	23
13		36	12	59	24
14		37	12	60	25
15		38	13	61	25
16		39	13	62	26
17		40	14	63	27
18		41	14	64	27
19		42	15	65	28
20	5	43	15	66	29
21	5	44	16	67	29
22	5	45	16	68	30
23	5	46	17	69	30

A.	B.	A.	B.	A.	B.
70	31	94	47	118	67
71	32	95	48	119	67
72	32	96	49	120	68
73	33	97	50	121	69
74	34	98	51	122	70
75	34	99	51	123	71
76	35	100	52	124	72
77	36	101	53	125	72
78	36	102	53	126	73
79	37	103	54	127	74
80	38	104	55	128	75
81	38	105	56	129	76
82	39	106	57	130	77
83	40	107	57	131	77
84	40	108	58	132	78
85	41	109	59	133	79
86	42	110	60	134	80
87	42	111	60	135	81
88	43	112	61	136	82
89	44	113	62	137	83
90	45	114	63	138	84
91	45	115	64	139	84
92	46	116	65	140	85
93	47	117	66	141	86

A.	B.	A.	B.	A.	B.
142	87	166	109	190	132
143	88	167	110	191	133
144	89	168	111	192	134
145	89	169	112	193	136
146	90	170	113	194	137
147	91	171	114	195	137
148	92	172	115	196	138
149	93	173	116	197	139
150	94	174	116	198	140
151	95	175	117	199	141
152	96	176	118	200	142
153	97	177	119	201	143
154	98	178	120	202	145
155	99	179	121	203	145
156	100	180	122	204	146
157	101	181	123	205	148
158	102	182	124	206	149
159	102	183	125	207	150
160	103	184	126	208	151
161	104	185	127	209	152
162	105	186	128	210	153
163	106	187	129	211	155
164	107	188	130	212	155
165	108	189	131	213	156

A.	B.	A.	B.	A.	B.
214	157	238	182	262	209
215	158	239	184	263	210
216	159	240	185	264	211
217	161	241	186	265	212
218	162	242	187	266	213
219	163	243	188	267	215
220	164	244	289	268	216
221	165	245	190	269	217
222	166	246	191	270	218
223	167	247	192	271	219
224	168	248	194	272	220
225	169	249	195	273	221
226	170	250	196	274	222
227	171	251	197	275	223
228	172	252	198	276	224
229	173	253	199	277	225
230	174	254	200	278	226
231	175	255	201	279	228
232	176	256	202	280	229
233	177	257	203	281	230
234	178	258	204	282	231
235	179	259	206	283	233
236	180	260	207	284	234
237	181	261	208	285	235

A.	B.	A.	B.	A.	B.
286	236	310	264	334	292
287	237	311	265	335	294
288	238	312	266	336	295
289	239	313	267	337	296
290	240	314	268	338	297
291	241	315	270	339	299
292	242	316	271	340	300
293	243	317	272	341	301
294	244	318	273	342	302
295	245	319	275	343	303
296	247	320	276	344	304
297	248	321	277	345	305
298	249	322	278	346	306
299	250	323	279	347	308
300	251	324	280	348	309
301	252	325	281	349	310
302	253	326	282	350	311
303	254	327	284	351	313
304	256	328	285	352	314
305	257	329	286	353	315
306	259	330	287	354	316
307	261	331	289	355	318
308	262	332	290	356	319
309	263	333	291	357	320

A.	B.	A.	B.	A.	B.
358	321	382	351	406	381
359	323	383	352	407	382
360	324	384	353	408	383
361	325	385	354	409	384
362	326	386	355	410	385
363	328	387	357	411	387
364	329	388	358	412	388
365	330	389	359	413	389
366	331	390	360	414	390
367	333	391	362	415	392
368	334	392	363	416	393
369	335	393	364	417	394
370	336	394	366	418	395
371	338	395	368	419	397
372	339	396	369	420	398
373	340	397	370	421	399
374	341	398	371	422	400
375	342	399	372	423	402
376	344	400	373	424	403
377	345	401	374	425	404
378	346	402	375	426	405
379	348	403	377	427	407
380	349	404	378	428	408
381	350	405	379	429	409

A.	B.	A.	B.	A.	B.
430	411	454	441	478	472
431	412	455	442	479	473
432	414	456	444	480	475
433	415	457	445	481	476
434	416	458	446	482	477
435	417	459	447	483	478
436	419	460	449	484	480
437	420	461	450	485	481
438	421	462	451	486	482
439	422	463	452	487	483
440	424	464	454	488	485
441	425	465	455	489	486
442	426	466	456	490	487
443	427	467	457	491	488
444	429	468	458	492	490
445	430	469	460	493	491
446	431	470	461	494	492
447	43[illegible]	471	462	495	493
448	434	472	464	496	495
449	435	473	465	497	496
450	336	474	466	498	497
451	437	475	467	499	498
452	439	476	469	500	500
453	440	477	471		

Folget

Zu diesen Geometrischen Lust-Garten nunmehro auch die längst-verlangte herrliche und sehr nutzbare Vermehrung, mit lauter solvirten vielen auserlesenen Quæstionibus Geometricis, in einer sonderbaren Gallerie hier hinten dran gebracht, und als in einem lustigen und anmuthigen Spatzier-Gange zu grossem Nutz und sonderbarer Frucht beschrieben und angelegt, wie davon nachfolgends der besondere Titul darüber bezeuget. Womit Kunst-liebende generosische tapffere Gemüther und Ingenia zufrieden seyn, und zu gründlicher Ubung der edlen Geometrie in beyden, so wohl solcher Gallerie, als vorgehenden Lust-Garten, ihr Vergnügen haben werden, dabey ich es denn in GOttes Nahmen bewenden lasse.

Angelegte Besonders fruchtbare Geometrische Gallerie,

Zu verlangter Vermehrung und Erweiterung, endlich auch noch an vorgehenden Geometrischen Lust-Garten, in einer Anzahl künstlich und zu Nutz verfasseter und solvirter schönen Quæstionum,

Allen Kunst-liebenden zur Lust und Ubung gar leicht zu exerciren und zu imitiren,

verfertiget von

Churfl. Durchl. zu Sachsen Secretario, Mathematico und Kunst-Kämmerern
Tobias Beuteln.

LEJPZJG,
In Verlegung Joh. Christ. Tarnovii Erben.
Anno 1729.

Folget
Die Anlegung dieser Gallerie
In nachgesetzten nützlichen Exemplis.

WEil wir dieses eine Gallerie genannt haben, und Gallerien in Gärten und Sälen gefunden werden, wollen wir mit Exempeln eben davon den Anfang machen.

Exemplum I. Man will ein gleichseitiges, viereckigtes Stück Feld oder Wiese zu einen fruchtbaren Baum-Garten machen, misset solches Feld aus, und befindet dessen Inhalt auf 7056. Quadrat-Fuß, dieses Feld will man mit

allerley fruchtbaren Bäumen besetzen, also, daß allezeit zwischen 2. Bäumen 12. Fuß Raum verbleiben, ist die Frage, wie viel man Bäume darein werde setzen können? Facit 64.

Diß mache kürtzlich also:

Aus 7056. extrahire radicem quadratam thut 84. die Länge, und 84. die Breite, dividire iedes per 12. facit 7. lang und 7. breit, addire zu ieden 1. kömmt 8. und 8. diß beydes in einander multiplicirt, facit 64. Bäume.

II. Item, ein Baum-Garten ist lang 288. Fuß, und breit 216. Fuß, in demselben stehen die Bäume in solcher Ordnung, daß allezeit zwischen 2. Bäumen 12. Fuß Raum ist, frage, wie viel Bäume in solchem Baumgarten stehen? Facit 475.

Man dividirt Länge und Breite iede in 12. kommen 24. und 18. zu ieden 1. addirt, thut 25. und 19. diß beydes in einander multiplicirt, facit 475. Bäume.

III. Ein

III. Ein Saal ist lang 24. Schritt und breit 10. Schritt, den will man pflastern mit Steinen, deren ieder 2. Schuch lang und $1\frac{1}{2}$. Schuch breit ist, wird gefragt, wie viel man solcher Steine darzu bedürffen werde? Den Passum oder Schritt (wie in Geometricis bräuchlich) vor 5. Schuch gerechnet. Facit 2400.

multiplicire 24 Schritt lang
mit 12 Schritt breit.

48
24

Thut 288 geviedter Schritte.

Such auch Aream eines Steins:

Multiplicire 2 Schuch lang
mit $1\frac{1}{2}$ Schuch breit

kommt 3 Schuch eines gevierdten Steins.

Multiplicire die 288 gevierdte
Schritte mit 25 (denn 5. Schuch
in die Länge und
1440 Breite, thun 25.
576

kommen 7200 gevierdter Schuch.

Nun geben 3. gevierdte Schuch 1. Stein, darum dividire 7200. durch 3. kommen 2400. Steine.

IV. Item, der herrliche schöne Riesen-Saal im Churfürstlichen Sächsischen Schlosse allhier ist lang 100. Ellen, oder 200. Schuh, biß gantz an die untersten Fenster (wovon aber, wenn man die Länge nur biß an die untersten Pfeiler rechnet, $2\frac{1}{2}$ Elle, oder 5. Schuch abgehen, daß nur $97\frac{1}{2}$ Elle, oder 195. Schuch lang verbleiben) und breit 24. Ellen, biß an die Pfeiler auf beyden Seiten, wenn man nun denselben mit Marmor, oder andern steinern Tafeln belegen wolte, deren iede 3. Fuß lang und 2. breit wä-

wäre, ist die Frage, wie viel man deren darzu bedürffen würde? Antwort 1560. Stück oder 26. Schock, und ist die Ausrechnung fast dem vorigen Exempel gleich. Wobey zu mercken, daß die Länge und Breite nur biß an die Pfeiler der Fenster genommen, wo sich aber noch kleine Räume an den Fenstern, wie unten auf diesem Saal zu $2\frac{1}{4}$. und auf den Seiten zu 2. Ellen breit bey nahe befinden, so werden solche Räume auch auf gegenwärtige Maasse nach Länge und Breite darzu gemessen und ausgerechnet, und der mittlern Haupt-Breite und Länge addirt, so, wo es nöthig, leicht zu thun.

Nun die Ausrechnung des mittlern Theils geschicht also:

Multiplicire 195 Schuch lang
mit 48 Schuch breit

1560
780

9360 Quadrat-Schuch.

Suche Aream eines Steins:

Multiplicire 3 Schuch lang
mit 2 Schuch breit

thut 6 :q: Schuch eines Steins.

Die 9360 Quadrat-Schuch dividire mit 6 Quadrat-Schuch. Facit 1560. Steine, durch 60. zu Schocken, thun 26. Schock.

V. Item, ich gebe an jetzt-ermeldeten Riesen-Saal iemanden allein die Breite bekannt auf 48. Fuß, und die Anzahl der Steine 1560. Jngleichen daß ein Stein lang sey 3. Fuß und breit 2. Fuß, frage, wie hieraus die Länge des Saals zu befinden? Facit 195. Fuß lang.

Wird also gemacht:

Setze	1 R. lang.	3 lang
	48 breit.	2 breit.
	thut 48 R.	thut 6

Sprich:

Sprich:

$$\frac{48\ R.}{\frac{\frac{1}{6}}{1}} \;\Bigg|\; \frac{\overset{6}{48}}{6} \;\Bigg|\; \frac{8}{1}\ R.\ \text{gleich}\ 1560.$$

kommt also

1. R. gleich 195. Fuß vor die Länge.

VI. Item, einer will ein Dach eines neuen Gebäudes mit gebrannten Dachsteinen belegen, lässet über das Sparrwerck erstlich die Latten zu einem Duppel-Dache dichte aufnageln, darauf nimmt er eine Reihe Steine, und versucht, wie viel derselben in die Breite des Dachs gehen, kommen derselben in eine Reihe 195. Hernach überlegt er auch eine Reihe in die Höhe des Dachs, kommen darauf 60. Ist die Frage, wie viel er Dachsteine auf das gantze Dach bedürffen werde? Antwort 23400.

Diß ist leicht zu rechnen, aber zu wissen gar nützlich und nöthig.

Multiplicire	195	die Breite
mit	60	der Länge
kommen	11700	
duplirt	2	
Facit	23400	

Und wird bey uns das 100. vor $\frac{1}{2}$ Gülden verkaufft, kosteten demnach auf ein solch Dach diese Steine ohne Fuhre, Kalck und Mäuerlohn 117. fl.

VII. Item, ein Stück Feld ist lang 30. Ruthen, und breit 10. Ruthen, diß kan man besäen mit 2. Scheffel Getreydig. Ein ander Stück Feld gleicher Güte ist lang 100. Ruthen, und breit 45. Ruthen, wie viel Scheffel Aussaat wird hierzu erfordert? Antwort 30. Scheffel.

Sprich:

Sprich:

30 Ruthen lang und
10 Ruthen breit.

300 Quadrat-Ruthen geben 2. Scheffel,
was 100 Ruthen lang
45 R. breit

4500 qu. Ruthen?

Antwort 30. Scheffel.

Notandum: Die 300. Quadrat-Ruthen thun hiesiger Lande nach Leipzigischen Maaß gerade einen Acker, und die 4500. Quadrat-Ruthen eine Hufe Landes zu 15. Ackern.

So thut die Leipziger Ruthe $7\frac{1}{2}$ Ellen und 1. Gemünd (ist 2. Zoll) und also deren 30. in die Länge und 10. in die Breite gedachte 300. Quadrat-Ruthen als einen Acker, welche 300. Quadrat-Ruthen zu Dreßden 265. Qu. Ruthen austragen, weil die Dreßdnische Elle und Ruthe grösser, und 8. Dreßdnische Ellen eine Ruthe

machen, wie ich anderswo gelehret habe. Darnach man sich im Feldmessen dieser Lande zu richten.

Und sind die Aecker im Ausmessen zwar einerley, allein nach denen darauf erwachsenen Materien unterschieden, wie man denn vor dessen dem Anschlage nach bey uns gerechnet:

1. Art Land-Acker um 35. fl. zu 2. Scheffel Aussaat.
1. Acker Herbst-Wiese um 40. fl.
1. Garten-Acker um 70. fl.
1. Holtz-Acker um 35. fl. auf welchen gemeiniglich, so er dichte mit Holtz bewachsen, 200. Clafftern daraus zu schlagen gerechnet worden.
1. Teich-Acker um 45. fl.

VIII. Item, so ein recht quadrirtes oder gevierdtes Feld in Form der Figur bey der 11. Fürgabe des fünfften Theils vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens auf ieder Seite 30. Ruthen lang wäre, und ein ander geschoben gevierdtes Feld, Rhom-

Rhombus genannt, dergleichen daselbst bey der 13. Aufgabe aufgerissen, hätte auch auf ieder auswendigen Seite 30. Ruthen lang, ist die Frage, ob diese beyden Felder gleiches Inhalts seyn würden? Antwort nein: Denn die recht quadrirte Figur würde 900. Quadrat-Ruthen, und der Rhombus nur 864. und also 36. Quadrat-Ruthen weniger halten, welches eine sonderbare Cautela ist sich beym Feldmessen und Ausrechnung des wahren Inhalts in acht zu nehmen, dergleichen auch bey folgenden 9den Exempel zu sehen.

Es wird aber dieses also gemacht:

An der Quadrat-Figur multiplicirt man nur die 2. Seiten als 30. mit 30. in einander, so hat man alsobald den Inhalt, nehmlich 900. Quadrat-Ruthen. An dem Rhombo hingegen muß man die beyden durchgehenden Diagonal-Linien (als an selbiger Figur a c und b d) messen, davon ist allhier a c lang 36. Ru-

 then,

then, bd 48. Ruthen, diese gantze Lineam bd 48. mit der halben ac 18. multiplicirt, bringet zum facit 864. Quadrat-Ruthen, und also, wie gedacht, 36. Quadrat-Ruthen weniger als das Quadrat, ob gleich iedwede Seite des Rhombi auch so viel Ruthen lang ist.

IX. Item, ein Rectangulum oder ablänglicht rechtwincklicht viereckigt Feld (dergleichen an angezogenem Orte bey der 12. Fürgabe aufgerissen,) sey auch lang 30. Ruthen und breit 15. Ruthen. Ingleichen ein Rhomboides oder schräge verlängte Vierung (wie daselbst bey der 14. Fürgabe zu sehen) ebenfalls lang 30. Ruthen, und schieffs breit 15. Ruthen, ist abermahls die Frage, ob diese beyde Felder gleiches Inhalts seyn? Wird wieder mit nein beantwortet; denn das Rectangulum hält 450. Quadrat-Ruthen, und Rhomboides nur 360. Quadrat-Ruthen, thut gantzer 90. Ruthen weniger.

Wird

Wird also gemacht:

An dem Rectangulo multiplicirt man nur die lange und kurtze Seite 30. und 15. in einander, kommt alsobald dessen Quadrat-Inhalt 450. Quadrat-Ruthen.

An dem Rhomboide wird die Perpendicular-Linea (wie an gemeldter Figur zu sehen) b f oder c e gemessen, ist iede 12. Ruthen. Ingleichen die beyden Bases a f und c d ist iede 9. Ruthen, dadurch hab ich nun ein Rectangulum b c f e und 2. Triangula a b f, c d e, zieh ich die Basin a f des einen Trianguls 9. Ruthen von der gantzen Länge 30. ab, bleiben 21. vor f e oder b c, und bleibt in der Mitten ein Rectangulum b c f e lang 21. breit 12. in einander multiplicirt, facit 252. Quadrat-Ruthen, hierzu des einen Trianguls gantze Basin 9. mit halber perpendicular b f 6. multiplicirt, thut 54. Quadrat-Ruthen, diese duplirt (weil 2. Triangula glei-

gleicher Grösse verhanden) thun 108. zu 252. addirt, kommen 360. Quadrat-Ruthen vor den gantzen Inhalt der Rhomboischen Figur, solche von obstehenden 450. subtrahirt, thut also diese Figur gantzer 90. Quadrat-Ruthen weniger, als das Rectangulum. Welches wohl zu mercken, und sonderlich von Practicis in acht zu nehmen, daß niemanden zu kurtz geschicht, da ein Unerfahrner leicht vermeinen solte, die Ausmessung und Rechnung sey einerley, weil äuserlich um und um die Linien gleicher Länge.

X. Item, einer hat ein viereckigt Stücke Feld, daran iede Seite 16. Ruthen lang, ist ihm aber etwas entlegen; Ein anderer hat ein ablänglicht Stücke, so 8. Ruthen breit, will davon gegen des ersten so viel abmessen und überlassen, als es nach seinem Inhalt austrägt, ist die Frage, wie viel er nach der Länge davon abmessen soll? Facit 32. Ruthen.

Wird

Wird also gemacht:

Man sucht Aream des Viereckigten:

16 lang.
16 breit.

facit 256 Quadrat-Ruthen.

Hernach die Länge des Ablänglichten:

8 breit
1 R. lang

kommen 8 R. gleich 256.

1 R. gleich 32 Ruthen.

XL. Item, ein ander Stück Feld ist lang 36. Ruthen, und breit 30. Ruthen, davon soll ein ander Stück gleiches Inhalts abgemessen werden 10. Ruthen breit, frage nach dessen Länge? Facit 90. Ruthen.

Wird gemacht wie das vorige:

30. Ruthen lang.
30 Ruthen breit.

facit 900 Quadrat-Ruthen.

Wei-

Weiter:

10 Ruthen breit,
1 R. lang,
bringen:
10 R. gleich 900.

1 R. gleich 90. Ruthen facit.

XII. Item, vor ein Stück Land 60. Ruthen lang, und 30. Ruthen breit, soll ein ander Stück gleiches Inhalts gegeben werden von 10. Ruthen breit, frage nach dessen Länge? Facit 180. Ruthen.

Wird auch wie vorige beyden gemacht:

Erstlich

60
mit 30 multiplicirt,

thut 1800.

Vors andere

10 breit
1 R. lang, bringen
10 R. gleich 1800

1 R. gleich 180. Ruthen vor die Länge.

XIII.

XIII. Item, an einer dreyeckigten Figur thun 2. Seiten iede 50. und die Basis 60.

Eine andere und zwar ablänglicht gevierdte Figur mit der Dreyeckigten gleiches Inhalts ist lang 40. Frage wie breit dieselbe sey? Antwort 30.

Suche lineam perpendicularem des Dreyecks also:

50	eine Seite quadrire, kommt	2500
30	die halbe Basin quadr. auch	900
	subtrahire, Rest	1600

Hieraus die Quadrat-Wurtzel 40 als die gesuchte perpendicular mit der Helffte der perpendicular-Linea 20

Die gantze Basin 60 multiplicirt, thut 1200

Daraus die Breite des Vierecks gesucht:

40 R. gleich 1200.

1 R. gleich 30 die Breite.

XIV.

XIV. Item, so an einem Dreyeck iede Seite 75. und Basis 90. thäte, und man solch Dreyeck in ein ablänglicht Viereck verwandeln wolte, das mit dem Dreyeck gleicher Höhe sey, wird gefragt nach der Höhe und Breite solches Vierecks? Antwort: hoch 60. und breit 45.

Suche gleichfalls lineam perpendicularem:

75 eine Seite des Dreyecks = quad.	5625
45 die halbe Basin auch	2025
subtrahire, Rest	3600
Hieraus Rad. quadr.	60

Dieser Radix 60. ist die gesuchte perpendicularis, und zugleich die Höhe des Vierecks.

Hieraus wird nun vollends die Breite gesucht also:

90 die gantze Basin
mit 30 der halben perpendicular multiplicirt

thut 2700.

Wer-

Werden also:

60. R. gleich 2700.

1. R. gleich 45. die Breite.

XV. Item, an einem ablänglichten Viereck oder Quadrangulo ist die Höhe 60. und die Breite 45. So man dasselbe in einen Triangul verwandeln wolte, der mit dem Viereck gleicher Höhe seye, wird gefragt nach desselben Basi? Antwort 90.

Multiplicire Höhe 60 und
Breite 45 in einander
thut 2700.

Darauf nimm die halbe Höhe 30. und vergleiche sie mit 2700.

Sprich:

30. R. gleich 2700.

1. R. gleich 90 die gesuchte Basis Trianguli.

XVI. Item, an einer ablänglicht gevierd-

vierdten Figur ist die Länge 40. und die Breite 30. die soll in ein Dreyeck verwandelt werden, gleiches Inhalts mit dem Viereck, an welchem Dreyeck die Perpendicular 40. thut, wird nach der Basis des Trianguls gefragt? Antwort 60.

Multiplicire die Länge 40
in die Breite 30
thut 1200
Nimm die halbe Perpendicularem
und sprich:
20 R. gleich 1200.
2 R. gleich 60 die gesuchte
Basis

XVII. Item, man misset an einem Felde einen Rein oder Fahrweg nach der Länge auf 300. Ruthen ab, diese Länge will man getheilt haben in 100. Quadrat-Ruthen, frage wie breit dieselbe Länge seyn müsse? Antwort $\frac{1}{3}$ einer Quadrat-Ruthe.

Sprich:

Sprich:

300 R. gleich 100.

1 R. $\frac{1}{3}$ Ruthen.

XVIII. Item, an einem geschobenen Vier-Eck thut um und um iede Seite 100. und der långste Diameter mitten durch 160. wird gefragt, wie lang der kleineste Diameter seyn müsse? Antwort 120.

In dergleichen Figuren zertheilen sich die beyden Diametri mitten durch, allemahl iedwede halb, und rechtwincklicht, wird derohalben also gemacht:

100 die eine auswendige Seite quadrirt, thut	10000
80 die Helffte des grössern Diametri	6400
Subtrahirt, Rest	3600
hieraus radix quad.	60
diese duplirt	2
kommt vor den kleinsten Diam.	120

XIX. Vor-

XIX. Vorgehendes Exempel umgekehrt, und zwar ieder Seite des geschobenen Vier-Ecks auch 100. dem kürtzern Diametro aber 120. gegeben, wird gefragt, wie lang der längste Diameter sey? Antwort 180.

100 die eine auswendige Seite quadrirt	10000
60 die Helffte des kleinen Diametri auch	3600
subtrahirt, Rest	6400
hieraus radix	80
diß duplirt	2
Facit vor den grösten Diametr.	160

XX. Item, einer hat ein Stück Landes, das ist lang 30. Ruthen, und breit 10. Ruthen, verdünget solches etlichen Schnittern, das Getreydig darauf abzuschneiden, verheist ihnen von 5. Ruthen lang und 4. Ruthen breit 6. Groschen, ist die Frage, wie hoch der Lohn sey? Antwort 3. Thl. 8. Gr.

Sprich:

Sprich:

5 Ruthen lang		30 R. b.
4 Ruthen breit		10 R. b.

20 Quadr. Ruth. ge-
ben 6. gr. was 300 Q. Ruth.
Antwort 80. gr. oder 3. Thl. 8. gr.

XXI. Item, es liegen 2. Stück Feldes von gleicher Güte an Grund und Boden, unweit von einander, das eine ist lang 100. Ruthen, und breit 40. Ruthen, das andere 130. Ruthen lang, und 36. Ruthen breit.

So man nun diese beyde Stücken Feldes zugleich und mit einerley Getreydig besäete, und sie zugleich aufwüchsen, ist die Frage, welches am meisten Früchte tragen würde, und wenn das erste Stück 130. Scheffel brächte, auf wie hoch sich das andere belieffe? Antwort: Das andere Stück ist um 680. Quadrat-Ruthen grösser als das erste, und kan 2^{11}_{0}. Scheffel Getreydig, das

ist $22\frac{1}{19}$. Scheffel mehr als das erste tragen.

Quadrire:

100	130
40	36
4000	4680
	subtr. 4000
	Rest 680

Um so viel das andere grösser.

Sprich ferner:

4000 qu. R. geben 130 Sch. was 4680

Antw. $152\frac{1}{10}$ Scheffel.

XXII. Item, ein grosser Herr schenckt etlichen vertriebenen Leuten ein Stück Land von 75. Ruthen lang, und 60. Ruthen breit, dasselbe soll abgetheilet werden in Räume zu Häuserlein und Gärten, soll zu jeden Hause und Garten 144. Ellen lang, und 20. Ellen breit kommen, frage, wie viel Stellen zu Häusern und Gärten es austrage? Antw. 100. Stellen.

Ma-

Mache die Ruthe mit 8. zu Ellen, weil
die Räume zu Ellen gerechnet,
also:

	75 Ruthen lang		60 Ruthen
zu	8 Dreßd. Ellen		8
thun	600 Ellen lang		480 E. breit
		mit	600 qu.
		Thun	288000 quadrirte Ellen.

Weiter:

	144	Ellen lang
mit	20	Ellen breit
thun	2880	quadrirte Ellen zu einer Stelle.

Die 288000 qu. Ellen divid.
durch 2880 facit 100. Stellen.

Und ist gemacht.

Wenn aber mitten durch diese Stellen etwan ein paar lange Gassen Creutzweise solten angelegt werden, und solche

 20. El-

20. Ellen breit seyn, so müste man beyder Gassen quadrirten Inhalt absonderlich aufsuchen und zusammen rechnen, thäte allhier 21200. quadrirte Ellen, diese von der gantzen Summa derer 288000. subtrahirt, verblieben noch 266800. quadrirte Ellen, solche durch 2880. dividirt, blieben nur noch 92. volle Stellen, und etwas über die Helffte einer Stelle Ubermaaß.

Solcher gestalt kan man in dergleichen Begebnissen mehr practiciren, und Raum und Stellen zur Auferbauung überschlagen.

XXIII. Item, ich habe bey der 18. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs meines vorhergehenden Geometrischen Lust-Gartens gewiesen, wie sich der Diameter eines Circuls gegen die Peripheriam vergleiche, und wie daraus der quadrirte Inhalt zu finden. Nun hab ich daselbst den Inhalt eines Circuls auf 616. Quadrat-Ruthen befunden,

den, wird gefragt, wenn mir dergleichen oder anderer Superficial- und Quadrat-Inhalt eines Circuls nur allein bekannt gegeben wird, wie ich daraus den Diametrum und die Circumferentz des Circuls finden soll? Antwort, bey dem Inhalt dieser 616. Quadrat-Ruthen findet sich der Diameter des Circuls auf 28. und die Circumferentz auf 88. Ruthen, und wird folgender gestalt gesucht:

Setze dem Diametro 1. R. halbir $\frac{1}{2}$ R.
der Circumferentz $3\frac{1}{7}$ R. $\frac{11}{7}$ R.
Multiplicire beydes in einander
nehmlich $\frac{1}{2}$ R. und $\frac{11}{7}$ R.
kommt:

$\frac{11}{14}$ Zenß gleich 616

11 Zenß gleich 8624

1 Zenß gleich 784
hieraus rad. :q: 28 ist der
Diameter.

Nun geben nach des Archimedis Regul 7. Diam. 22. Circumf. derohalben sprech ich:

7. Diam. geben 22. Circumf. was
——— 28 Diam.
kommen 44. vor die Circumferentz.

XXIV. Item, so 2. Circul in einander geschlossen seyn, also, daß der äuserste 60. Zoll im Umfange hat, und die Peripheria des andern von der Peripheria des äuserstens $5\frac{1}{4}$. Zoll absteht, ist die Frage, wie viel Zoll der inwendige Circul in seiner Peripheria halte? Antwort 27. Zoll duplire den Abstand $5\frac{1}{4}$. thut $10\frac{1}{2}$. diß multiplicire alle mahl mit $3\frac{1}{7}$. kommen 33. von 60. subtrahirt, Rest 27. vor die Circumferentz des innern Circuls.

XXV. Item, wenn 2. Städte einer Form, doch ungleicher Grösse wären, und man die eine in 2. Stunden, die andre

in

in 6. Stunden umgehen könte, ist die Frage, wie viel die andre grösser, als die erste, und wenn in der ersten 1000. Häuser stünden, wie viel solcher Häuser in der andern stehen könten? Antwort: Die andere wäre 9. mahl so groß als die erste, und wenn in der ersten 1000. Häuser stünden, so könten in der andern dergleichen 9000. stehen.

Wird kürtzlich also gemacht:

Man quadriret 2. und 6.

kommen 4. und 36.

dividirt 36. durch 4.

kommt 9. mahl die gröste der andern gegen die kleinere Stadt.

Weiter:

So multiplicirt man die 1000 Häuser
mit 9

kommen 9000 Häuser der andern.

XXVI. Item, wenn an ermeldtem Triangul, bey vorgehenden 23. Exempel, der Diameter 28. und der quadrirte In-halt

halt 616. gewesen, ist die Frage, wie viel eine Quadrat-Figur zum Inhalt haben würde, deren iede Seite so lang als der Diameter dieses Circuls? Antwort 784.

Dieses, ob es wohl zierlich, so bedarff es doch keiner weitern Arbeit, als daß man nur den Diametrum 28. quadrirt:

28
28

kommen 784 Quadrat-Ruthen.

XXVII. Item, etliche Studiosi spatziren in einen Lust-Garten, in Willens, daselbst zugleich was nützliches mit zu schaffen, und so viel sie allda finden können, Blumen und Kräuter zu betrachten, und herbatum zu gehen, sehen dabey mit an dem Sommer-Hause ein zierlich Thürmlein gebauet stehen, von welchem die Sonne einen Schatten wirfft, fängt der eine an, er wollte hierdurch, und durch des

des einen Studiosi Länge und Schatten alsobald des Thurms Höhe finden; Zeicht darauf ein bey sich habendes Fuß-Maaß heraus, misset mit demselben des Thurms Schatten, biß unten in die Mitten des Thurms, findet die Länge 48. Fuß, oder 24. Ellen, misset darauf auch den Schatten des Studiosi, findet solchen 8. Fuß oder 4. Ellen, und den Studiosum selbst lang 6. Fuß oder 3. Ellen, Frage, wie hoch der Thurm gewesen? Antwort: 28. Ellen.

Ist leicht zu thun und zu machen.

Sprich 8. Fuß des Studiosi Schatten geben 6. Fuß seiner Länge, was geben 48. Fuß des Thurms Schatten? Antwort 36. Fuß oder 18. Ellen des Thürmleins Höhe. Also kan man Häuser, Thürme, Bäume, und andere Höhen, wenn sie den Schatten unverhindert frey werffen, bey Sonnenschein leicht, und ohne künstliche Instrumenta (die sonst manchen abschrecken)

jetzt gedachter massen mit Behändigkeit messen.

XXIIX. Wie denn auch eine artliche und lustige Invention ist, eine Distantz und Breite, etwan einen Strom oder Graben, darüber man nicht kommen kan, nur an desselben Ufer stehend, alleine mit dem Huthe abzumessen, nehmlich, so man an dergleichen Strom, oder Breite eines Grabens stehet, und hinüber, auch auf der Seite drüben, etwan ein Gemerck siehet, hinter sich im Rücken aber eine Planitiem hat, so zeicht man nur den Huth erst so weit über das Gesichte herunter, biß er über dem Wasser das Gemerck abschneidet, und darauf nicht tieffer oder höher fället, hernach läst man den Huth so unverruckt stehen, bleibt auch auf den Fußtapffen, darinnen man erst gestanden, und kehrt sich nur gegen das Feld um, siehet wo in selbiger Planitie oder Felde die Abschneidung durch den Huth gleichfalls

falls biß auf ein gewiß Gemerck beschiehet, dahin misset man denn die Weite von seinen Fußtapffen, ich setze, es wären 30. Schritte, eben so weit würde dennoch auch die Breite des Stroms oder Grabens seyn.

Und diß sind Inventiones, denenjenigen die edle Meß-Kunst leicht und lustig zu machen, die sich sonst dieselbe allzuschwer einbilden, auch offtmahls durch den Gebrauch anderer mathematischen Instrumenten abschrecken lassen, die sie doch leicht mit Lust begreiffen könten, wo sie darzu rechte Anführer hätten, und Zeit darauf wenden wolten. Weswegen ich zu deren Behuff vorgehende meine gantze Geometrie und ietzt noch daran gebrachten nützlichen Exempla aufs leichteste vorgestellet.

XXIX. Item, vorermeldte gute Freunde, beym 26. Exemplo, ersuchen in dem Garten den Gärtner, ihnen das Lust-Hauß ein wenig zu öffnen, und sie daselbst

ins Sommer-Gemach und auf dem Thurm steigen zu lassen: Weil aber der Gärtner den Schlüssel verlegt, ergreifft er eine Leiter, daran hinauf zu steigen, und die Gemächer inwendig zu eröffnen, die ist 15. Ellen lang, legt dieselbe biß an die Fenster des Thurms dergestalt schieffs an, daß sie unten von dem Fuß des Thurms gerade 9. Ellen weit absteht. Ist die Frage, wie hoch es von der Erden biß an die Fenster ermeldtem Thurm sey? Antwort 12. Ellen.

Dieses und folgende beyde Exempla haben ihren Ursprung aus der 47. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Und wird gegenwärtiges kürtzlich also gemacht:

Die Länge der Leiter 15 quadrirt
15
thut 225

In-

Ingleichen 9. den Abstand 81 diß
subtrahirt, Rest 144
Hieraus die Quadrat-Wurtzel 12 Ellen
so hoch ist es von der Erde biß an die
Fenster des Thurms.

XXX. Item, an ermeldeten Thurm sey die Länge der Leiter 15. Ellen, und des Thurms Höhe biß an die Fenster 12. Ellen, Frage, wie weit sie vom Thurm unten abstehe? Antwort 9. Ellen.

Die Länge der Leiter 15 quadrirt
15
thut 225
ingleichen die Höhe 12. 144
diese subtrahirt 81 Rest
hieraus die Qu. Wurtz. 9 Ellen
die Weite des Abstandes.

XXXI. Item, so mir an ermeldtem Thurm biß an die Fenster die Höhe von 12. Ellen bekannt, und eine Leiter biß an selbige Fenster angelehnet würde, die un-

unten 9. Ellen von dem Fuß des Thurms abstünde, ist die Frage, wie lang die Leiter wäre? Antwort 15. Ellen.

Quadrire die Höhe 12. thut	144
Ingleichen den Abstand 9.	81
addire, kommt	225
hieraus die Quadrat-Wurtzel	15

so lang ist die Leiter.

XXXII. Item, an einem Quadrat oder an einer recht gevierdten Figur thut iede Seite 12. Ruthen, wird gefragt, wie lang die Diagonal-Linea sey, welche mitten zwerch über von einer Ecke zur andern geht? Antwort bey nahe 17. Ruthen. Und hat diß Exempel samt folgenden beyden sein Fundament gleichfalls aus der 47. Proposition des 1. Buchs Euclidis.

Wird also gemacht:

Man quadrirt 2. Seiten.

12	12
12	12
24	24
12	12
144	144

addirt solche

144
144
288

daraus rad. :q: 17 bey nahen.

Will man aber solche Wurtzel genauer haben, weil sie nicht gerade in gantzer Zahl kommen kan, indem an allen Quadraten die Diagonal-Linien irregulares sind, so setzt man es zwar nach der alten Mathematicorum Gewohnheit (ehe noch die Decimal-Rechnung erfunden) nur also unextrahirt hin: V. 288.

Weil

Weil sich aber darein nicht iederman richten kan, so thut man besser, man gebraucht sich der Decimal-Rechnung, und extrahirt nach derselben hieraus Radicem Quadratam, nach Unterricht des Anhangs am fünfften Theil des ersten Buchs vorgehenden meines Geometrischen Lust-Gartens, würden demnach durch dieselbe aus diesen 288. zur Wurtzel $16\frac{98}{100}$. bey nahe kommen.

XXXIII. Item, an einer ablänglichten Vierung oder Quadrangulo thut die Länge 24. und die Breite 7. Ruthen, frage nach der Länge der Diagonal-Linea? Facit 25.

In dergleichen Exemplis kan die Diagonal-Linea noch eher regular fallen.

Man multiplicirt die Länge

24. quadrate kommen	576
Ingleichen die Breite 7.	49
beydes addirt, thut	625
hieraus die qu. W.	25

Ist die gesuchte Diagonal-Linea.

XXXIV. Item an einer andern ablänglichten Vierung thut die Breite 9. und die Diagonal-Linea 15. Ruthen, wird gefragt, wie lang die Figur sey? Antwort 12.

Setze:

	Quad.	Item
1 R. vor die Länge	$\frac{9}{81}$	$\frac{15}{225}$
Thut		
1 Zenß † 81. gleich	225	
V. 1 Zenß gleich	144	
1 R. gleich	12	
	die Länge.	

 Oder

Oder ohne Coß.
Von 225
nur 81 subtr.

Rest 144
Hieraus rad. quad. extrahirt
thut 12. gemeldete Länge.

XXXV. Item, an einem rechtwincklichten Triangul thut die Perpendicular-Linea (Cathetus genannt) 27. und die andern beyden Basis und Hypothenusa zusammen 81. wird gefragt nach der Länge dieser beyden ieder insonderheit? Facit Basis 36. und Hypothenusa 45

Quad.
Setze der Basi 1 R. kommt 1 Zenß
und Hypoth. 81 ∸ 1 R. 6541 ∸ 126. R.
+ 1. Zenß.

Quad. Cath. 27. thut 729.

Hierauf vergleiche und sprich:
729 gleich 6561 ∸ 162 R.

9) 162 R. gleich 5832

9)

9) 18 R. gleich 648

2) 2 R. gleich 72

1. R. gleich 36

der Basi, diß

von 81 subtrahirt

36

Rest 45 Hypoth.

XXXVI. Item, es gehen etliche geschickte und kunstliebende Schul-Knaben bey eines Beckers Laden vorüber, begehren von ihm vor 7. Dreyer runde Dreyer-Brodte: Als sie solche erhandelt, fängt der eine wider den Becker an, das Brodt sey eben klein gebacken, er werde damit vor sich, und seine Condiscipulos nicht auskommen, nimmt eine Schnure, legt die Brodte neben einander auf den Laden, und umzeicht dieselben nach der Runde mit der Schnure, welche $1\frac{1}{2}$. Elle im Um-

Umfange, macht darauf mit dem Becker das Gedünge, und saget, er wolle die Schnure nur noch einmahl so lang, nehmlich auf drey Ellen nehmen, und in die Runde auf dem Laden legen, wolle auch dem Becker noch einmahl so viel als zuerst, nehmlich 14. Dreyer, bezahlen, hingegen solle er den Raum, so weit die doppelte Schnure rund herum gelegt, inwendig mit dergleichen Dreyer-Brodten ausfüllen, das sagt der Becker zu halten zu. Wenn nun die Brodte in solchen andern Raum gelegt werden, so ist die Frage, wie viel deren darinn gehen? Antwort, nicht etwan nur noch einmahl, sondern viermahl so viel, und 28. Stück, hätte demnach der kluge Jüngling durch seine Geschicklichkeit einen guten Kauff gethan, und vor seine 14. Dreyer so viel, als vor 28. Dreyer bekommen.

Daß diß gewiß also zutreffe, kan man alsobald probiren, wenn man sieben Groschen oder Zahlpfennige also in die Runde

de

de legt, und einen Faden drum zeicht, hernach den Faden noch einmahl so lang nimmt, und in die Runde legt, so wird man befinden, daß 28. darein gehen; Und also in andern dergleichen Exempeln mehr, in grösserer oder minderer Zahl.

Durch Rechnung aber wird es aufs leichteste also gefunden:

Man quadrirt	Ingleichen
6 Viertel	12 V.
6	12
36	144

Und spricht:

36 geben 7 Brodt, was 144

facit 28 Brodt.

XXXVII. Also auch mit Säcken, darinnen Mehl oder Getreydig ist; Als man habe zum Exempel zwey Säcke gleicher Länge, aber ungleicher Weite, darinnen Mehl oder Getreydig, und sey der eine

Sack

Sack in der Weite 5. viertel Ellen, der andere noch einmahl so weit, nehmlich drittehalb Ellen oder 10. Viertel, und wären in dem ersten $1\frac{1}{2}$. Scheffel Meels, ist die Frage, wie viel in dem andern seyn würde? Antwort 6. Scheffel.

Wird wie das vorige gemacht:

5 v. quad.	10 v. qu. auch
5	10
25	100

Sprich:

25 geben $1\frac{1}{2}$ Scheffel, was 100

facit 6 Scheffel.

Wenn man auch 2. Scheffel-Säcke gleicher Höhe und Weite hätte, und man solche nach der Länge auf einander setzte, oder zusammen nehete, und in der Länge einen daraus machte, würden zwar auch nur 2. Scheffel drein gehen, trennete man sie aber mitten von einander, und

und nehete sie in der Weite zusammen, so würden sie just 4. Scheffel halten, welches alles zu wissen nicht vergeblich, sondern zum Gebrauch im gemeinen Leben gar nöthig und nützlich.

XXXVIII. Item, wenn dergleichen Säcke oder Behältnisse auch zwar gleicher Höhe und Länge, aber ungleicher Weite wären, als in den einen giengen $2\frac{1}{4}$. Scheffel, in den andern 4. Scheffel, und man trennete sie mitten von einander, und machte einen daraus, ist die Frage, wie viel in denselben gehen würde? Antwort $12\frac{1}{4}$. Scheffel.

Diß mache also:

zu	4 Scheffel	Ingleichen	
addire	$2\frac{1}{4}$ Scheffel	mult.	4
thut	$6\frac{1}{4}$ Scheffel	mit	$2\frac{1}{4}$
		thut	9

Diß multiplicire allemahl

mit	4
kommt	36

Hier-

Hieraus extr. rad. :q: 6
darzu addire $6\frac{1}{4}$

facit $12\frac{1}{4}$

XXXIX. Item, man låsset in den Nieder-Laußnitzer Wåldern zu etlich hundert Piquen tůchtig Holtz fållen, und solche Piquen-Stangen gleicher Dicke zurichten, solche in etliche Bund zusammen binden, aufladen und anfůhren: Wenn man nun in einem Strick 5. Ellen lang 100. Stůck einbindet, wie viel Stůck kan man in einen Strick binden von 10. Ellen lang? Antwort 400. Und also auch an statt nur vermeynter doppelter Weite gleicher gestalt mehr, und 4. mahl so viel:

5 Quad. 10 auch
5 10

25 100

Sprich:

25 geben 100 was 100

fac. 400

XL.

XL. Item, so dergleichen Stangen 400. in einen Strick von 10. Ellen lang gebunden werden, wie viel kan man binden in einen Strick von 5. Ellen lang? Antwort 100.

Ist wie voriges Exempel, nur umgekehrt, und steht also:

10 quad.	5 qu.
10	5
100 geben 400 was	25

facit 100

XLI. Item, so man obgedachter massen in einen Strick von 5. Ellen lang 100. solcher Stangen binden kan, wie viel Ellen muß ein Strick lang seyn, in welchen man 400. Stangen binden will? Antwort 10. Ellen.

5 quad.	1 Rad. quad.
5	1 R.
25	1 Zenß

Sprich:

25 gleich 100 wie viel 1 Zenß

4 Zenß gleich 400.

1 Zenß gleich 100.

Daraus rad. qu. 10. fac.

XLII. Item, bey vorgehenden 37. und 38. Exemplis haben wir gesehen, wie die Vergrösserung der Getreydig- oder Mehl-Säcke geschehen könne; ietzt wollen wir uns von den Korn-Böden auch in die Wein- und Getränck-Keller begeben: Und weil bey uns guter Wein-Bau, da die Weinbergs-Herren, wegen habenden Vorraths am Wein, in ihre Keller grössere Stücke, als die gemeinen Fasse seyn, bedürffen, und darzu verfertigen lassen, daß sie darein in der Enge desto mehr Wein bringen können, wie ich bey folgendem Notando mehr angezeigt; als wollen wir allhier zum Bericht voran-setzen, wie viel in dergleichen Faß gehen würde, so man 2. gemeine Wein-Fasse in glei-

leicher Höhe und Grösse, deren iedes 420. Dreßdnische Kannen hielte, und da u iedweden etwan 16. Faß-Tauben glei- cher Länge und Breite kämen, auseinan- der nehme, und die Faß-Tauben von bey- den zusammen setzen, und ein Faß daraus machen liesse? Darauf zu antworten: Daß in solch duplirt Faß ebener massen auch nicht nur noch ein- sondern 4. mahl so viel Kannen gehen würden, als in eines der beyden, nehmlich 1680. Kannen.

wird kürtzlich also gemacht:

16 Faß-T.	32 Faß-T.
16 Quad.	32 auch q.
256	1024

Diß in die Regul gesetzt und gesagt
256 geben 420. was 1024

Antwort 1680. Kannen.

Notandum:

Weil ich so wohl bey der von Churfl. Durchl. zu Sachsen, meinem gnädigsten Herrn, und Dero Herrn Kammer-Dire-

ctore und Herren Rähten mir anbefoh-
len gewesenen und beschehenen Visirun
der fürtrefflichen Churfürstlichen Zeug
Kellerey allhier, (da viel grosse Wein
Kuffen und Stück zu 50. 60. 70. 80. 100
200. biß über drittehalb hundert Eyme
groß zusammen auf viel tausend Eymer
hoch liegen) als auch des grossen König-
steiner Fasses (so in die sechstehalb hun-
dert Faß oder etlich und dreyßig hundert
Eymer Weins hält) befunden, daß man
grossen Vortheil in den Kellern mit dem
Raum habe, wenn man grosse Kuffen
und Stücken darzu gebraucht, ja so vie
hundert eintzelne Faß in dergleichen in
Felsen gehauenen zwar grossen Keller au
der hohen und herrlichen Festung Kö-
nigstein nicht Raum haben, und gelegt
werden könten, wo man nicht alles in ei-
nen eintzigen so überaus grossen Stück
(dergleichen heutiges Tages in gantz Eu-
ropa an keinen Ort von solcher Grösse
schwerlich zu befinden,) beysammen hät-
te,

e, und vielen Herren, so mit Weine zu thun, hieran gleichfals gelegen, daß wo sie Uberfluß an solchem Geträncke, aber Mangel an Kellern haben, sie sich dieses Vortheils bedienen, und in ihre Keller auch grössere Kuffen und Stücke, als die gemeinen Fasse seyn, verfertigen lassen können; So will ich wegen solches Nutzens und Vortheils von dieser Materia folgends noch etliche Exempla mehr geben.

XLIII. It. man hat oft gar schmale und lange enge Keller, daß vonnöthen kurtz Gefässe darein zu legen: Wenn man nun ein gemein Wein-Faß, 16. Tauben und 420. Kannen haltend, kürtzer und nur halb so lang machen wolte, iedoch, daß es gleichwohl noch einmahl so viel Wein in sich halten solte, als das lange, ist die Frage, wie dieses zu thun sey? Antwort: Man lässet den Bütner noch einmahl so viel Faß-Tauben nehmen, als das lange Faß hält, und zwar gleicher Breite, iedoch nur halb so lang, so wird ein solch kurtz Faß

just noch eins so groß seyn, als das lange und noch einmahl so viel Wein in sich halten können. Wenn aber ein Faß noch kürtzer, und etwan nur des dritten oder vierdten Theils so lang als das ordentliche seyn, und dennoch auch mehr, und etwan 3. oder 4. mahl so viel als das lange halten solte, müste man nehmen 3. oder 4. mahl so viel Faß-Tauben, und iede nur $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ so lang als das ordentliche, so würde iedes des begehrten Inhalts seyn.

Wir wollen uns aber bey Vergleichung so kurtzer Gefässe, (so wenig bräuchlich) ferner nicht aufhalten, sondern wieder Exempla auf längere, grössere, und gebräuchlichere Gefässe geben.

XLIV. It. bey vorgehendem 42. Exemplo ist gemeldet, daß ein Faß Wein bey uns 420. Kannen halte, und zu dergleichen Faß etwan 16. Faß-Tauben genommen werden. Wenn man nun den Bütner eine gemeine kleine Kuffe (so $1\frac{1}{2}$. Faß halten soll, und darinn noch halb so

viel

el, als in ermeldtes, nehmlich 630. Kan-
en gehen müssen) verfertigen lassen wol-
e, an welcher die Tauben mit dem Faß
leicher Länge und Breite, ist die Frage,
b man recht thäte, weil man an Kannen
alb so viel, nehmlich 210. und also auf
ergleichen Kuffe 630. Kannen rechnete,
aß man auch der Tauben noch halb so viel
ls zum Fasse, nehmlich 24. zusammen
iehme, und ob diese eine dergleichen Kuffe
auf $1\frac{1}{2}$. Faß oder 630. Kannen in sich hal-
ten würde? Antwort: Weit gefehlet;
denn es kämen an statt 630. Kannen gan-
tzer 945. und also 315. Kannen mehr her-
aus, als die kleine Kuffe halten soll. Dar-
um in dergleichen Ausrechnungen nicht
auf gemeine Art, sondern behutsam und
aus recht mathematischen Fundament zu
verfahren, damit nicht zu viel, noch zu
wenig, sondern der rechte Inhalt, heraus
komme.

Wie nun gedachte 945. Kannen an statt
630. heraus kommen, erweiset sich per
calculum also:

16 Tauben geben 420. K. was 24. T.
16 quad. 24

256 576

Sprich nun:

256 geben 420 K. was 576.

Antwort 945

und also 315. Kannen mehr, als man vermeynt.

XLV. Item, so man aber dennoch eine dergleichen Kuffe nur von $1\frac{1}{2}$. Faß, oder 630. Kannen haben wolte, ist die Frage, wie es denn zu machen, daß es recht zutreffe? Antwort: Man müste nicht so schlechter Dinge von ermeldten 16. Faß-Tauben gerade noch halb so viel und zusammen 24. Stück, sondern derselben weniger und nur $19\frac{6}{10}$. nehmen, alsdenn würde die Kuffe näher 630. Kannen halten, wie begehret worden.

Und wird folgender gestalt gemacht: Man

Man spricht:

420 Kannen geben 16 T. was 630 K.

16 quad.

256

mit 630 mult.

thut 161280

per 420. div.

facit 384

Hieraus Radicem Quadratam per decimalem mit Zusetzung etlicher Nullen (wie vorgehend im Geometrischen Lust-Garten gelehret) extrahirt, kommen bey nahe $19\frac{6}{10}$. Faß-Tauben zu einer Kuffe von $1\frac{1}{2}$. Faß oder 630. Kannen.

Proba.

16 T. geben 420 K. was $19\frac{6}{10}$ T.

10

160 quad. | qu. 196

25600 | 38410

facit 630. Kannen bey nahen.

XLVI. Item, so ich eine grössere Kuffe wolte zurichten lassen, welche gerade 3. Faß von 1260. Kannen halten solte, und das Faß gedachter massen von 16. Tauben 420. Kannen hielte, wie viel solcher Faß-Tauben müst ich zu dergleichen Kuffe haben? Antwort $27\frac{7}{10}$.

Wird gleich dem nechst vorhergehenden gemacht, da ich sage:

420 K. geben 16 T. was 1200.
16 quad.

256

Vollends gemacht
thut 322560.

Daraus radix quad. $27\frac{7}{10}$ bey nahen.

Proba.

16 geben 420 was $27\frac{7}{10}$

10	
160 quad.	qu. 277
25600	76729

Vol-

Vollends gemacht:

facit 1260 Kannen.

XLVII. Item, bey vorgehendem 42. Exemplo ist gewiesen, wenn man zu einen gemeinen Faß von 420. Kannen 16. Faß-Tauben nehme, daß ein Faß oder Kuffe, welche von 32. dergleichen Faß-Tauben zusammen gesetzt, nicht nur 2. mahl, sondern 4. mahl so viel halten müste. Wird gefragt, so man ein noch grösser Stück von 8. Fassen, das ist 3360. Kannen verfertigen lassen wolte, wie viel solcher Faß-Tauben zu diesem grössern Fasse oder Kuffe vonnöthen? Antwort: $45\frac{255}{1000}$. oder $45\frac{1}{4}$. bey nahen, und wird eben wie jetzt vorgehende beyde Exempla gemacht:

Also:

420 K. geben 16 T. was 3360 K.

16 qu.

256

facit 2048000000

Hieraus rad. qu. thut $45\frac{255}{1000}$. T. bey nahen.

Proba.

16 T. geben 420 K. was $45\frac{255}{1000}$

1000

16000 quad. qu. 45255

2560000 2048015025

facit 3360 Kannen.

Oder:

Man kan dergleichen Exempla nach der Coß auch also machen.

16 quad. geben 420 K. was 1 R. qu.

4) 256 105 ʒ. 1 R.

64 64 1 ʒ.

Weiter:

$\frac{105}{64}$ ʒ. gleich 3360

105 ʒ. gleich 215040

1 ʒ. gleich 2048 hieraus

rad. qu.

1 R. gleich $45\frac{255}{1000}$

No-

Notandum:

Bey vorgehenden Exemplis von Vergrösserung der Gefässe ist allein gehandelt, wie die Vergrösserung geschehen könne, wenn die Faß-Tauben gleicher Länge: Nun aber will ich auch weisen, wie man es machen müsse, wenn sie kürtzer oder länger, und die Gefässe dünner oder dicker, als ein gemein ordentlich Faß, seyn; welches denn ein solcher Modus, der nicht allein zum Gebrauch sehr nützlich, sondern auch eine absonderliche schöne Visirung nur durch ein Fuß-Maaß oder halbe Elle in 12. Zoll getheilet an die Hand giebt, als wie ich dergleichen in vorgehenden meinem Geometrischen Lust-Garten hinten bey beschriebner Visir-Kunst alsobald zum Anfange derselben gewiesen, allwo ich aber das Fuß-Maaß in 10. Theil vertheilt, hingegen es allhier auch in 12. Zoll zum Gebrauch dargestellt.

Folgen hierauf die Exempla kleiner und grösserer Gefässe.

XLIIX. It. man hat 2. Wein-Gefässe, das eine, als das grössere, ist ein ordentlich Faß von 420. Dreßdnischen Kannen, das andere soll gerade halb so viel, nehmlich 210. Kannen, und also ein Viertel (wie man es bey uns nennet) halten, diese beyden Gefässe misset man mit gemeldetem Fuß-Maaß also aus, und findet erstlich am Fasse der Boden Höhe 24. Zoll, die Mittel- oder Spund-Tieffe 31. Zoll, des Fasses Länge 55. Zoll, die Kimming oder Zargen der Tauben über die Böden hinaus gehend, wie auch beyder Böden Holtz-Dicke zusammen $6\frac{1}{2}$. Zoll.

Vors andere, am Viertel findet sich der Böden Höhe (da einer so hoch, als der andere) ieder 19. Zoll. Die Mittel- oder Spund-Tieffe 24. Z. Des Viertels gantze Länge mit Zargen und allen 43. Z. Die Kimming oder Zargen mit beyder Böden Dicke, zusammen 5. Z. Hierauf ist nun die Frage, wie viel das Kleinere gegen das Grössere halten werde? Antwort 210. Kannen, als ein Viertel, wie vorgedacht.

Wird

Wird also gemacht: Erstlich am Fasse

Eines Bodens Höhe	24 Zoll
zur Mittel-Tieffe addirt	31 Z.
thut	55 Zoll
halbirt	$27\frac{1}{2}$ Z.
quadrirt	$756\frac{1}{4}$

Weiter:

Von des Fasses Länge	55 Z.
Kimming und Böden-Dicke subt.	$6\frac{1}{2}$ Z.
Rest	$48\frac{1}{2}$ Z.

Hiermit vorige $756\frac{1}{4}$ multiplicirt, thut 36679.

Vors andere, am Viertel.

Eines Boden Höhe	20 Zoll
zur Mittel-Tieffe addirt	24 Z.
thut	44 Z.
halbirt	22 Z.
quadrirt	484

Quadrat-Zoll.

Wei-

Weiter:

Von des Viertels Länge	43 Z.
Kimming und Bödendicke subtr.	5 Z.
Rest	38 Z.

Hiermit die 484. Quadrat-Zoll multiplicirt, thut 18392.

Nun sprech ich:

36679 geben 420. Kan. des Fasses, was
18392 des Viert.

Antwort 210 Kannen vor den Inhalt des Viertels.

XLIX. Item, ietzt haben wir ein klein Stück, nehmlich ein Viertel gegen ein Faß gemessen und ausgerechnet; nun wollen wir auch ein groß Stück, so etliche mahl grösser als ein Faß, vor uns nehmen, und gegen das Faß messen und ausrechnen. Sey demnach eine grosse Wein-Kuffe an

Böden hoch	72 Zoll
Deren Mittel-Tieffe	$70\frac{1}{5}$
Die gantze Länge	88

Die

Die Kimming, wie auch beyder Böden
Holtz Dicke zusammen 10. Zoll

Das Faß hingegen zu 420. Kannen sey nach Höhe, Tieffe und Länge befunden, und ausgerechnet, wie bey vorgehenden Exemplo zu sehen, derohalben rechnet man gegen dasselbe nur noch gegenwärtige Kuffe nach vorstehend beschehener Ausmessung. Wird gefragt, wie viel Eymer und Kannen die Kuffe in sich halten werde? Antwort: 5172. Kannen bey nahen, die thun mit 72. Dreßdnischen Kannen zu Stadt-Eymern dividirt 71. Eymer und 60. Kannen, oder durch 74. Kannen zu Hof-Eymern 70. Hof-Eymer, weniger 8. Kannen.

Wird gleich vorgehenden also gemacht:

Deren Boden Höhe	72 Zoll
zur Mittel-Tieffe addirt	$80\frac{1}{5}$
thut	$152\frac{1}{5}$ Z.

hal-

halbirt $76\frac{1}{10}$ Z.

quadrirt $5791\frac{21}{100}$

Weiter:

Von der gantzen Länge 88 Zoll
Kimming und Bodendicke 10 subtr.

Rest 78 hiemit
die $5791\frac{21}{100}$ multiplicirt,

thut $451714\frac{38}{100}$

Solches mit 36679 des Fasses in die Regul gesetzt, und gesagt:
36679 geben 420. K. was $451714\frac{38}{100}$
Antwort 5172 Kannen.

Diese zu Eymern gemacht, kommen wie obsteht.

Wir wollen zum Beschluß dieser Materie von Wein-Gefässen noch ein grösser Stück vor uns nehmen, dergleichen ich würcklich mehr visirt, wie bey vorgehenden 42. Exemplo gemeldet.

L. Item,

L. Item, ich habe unter viel andern grossen Wein-Gefässen, so ich bey der Churfürstlichen vorgedacht fürtrefflichen Zeug-Kellerey visirt, zuletzt auch ein neuerbautes schönes Stück, der neue Löwe genannt, damahls ordentlich mit einer von mir gemachten Visir-Ruthen visirt, als ich nun die Höhe, Tieffe und Länge von solcher Ruthen abgenommen, und in Zoll verwandelt, hab ich befunden, daß an diesem Gefäß nach Zollen gehalten:

Der Böden Höhe	101 Zoll
Die Mittel-Tieffe	117
Die gantze Länge	$168\frac{7}{10}$
Die Zargen oder Kimming	12
Der Böden Dicke	4

Wird nun gefragt, wie viel Kannen oder Hof-Eymer hierein gegangen? Antwort 20774. Kannen, die thun $280\frac{1}{2}$. Hof-Eymer, und 17. Kannen drüber.

Wird auch nach solchem Modo eben wie ietzt vorgehende Exempla kürtzlich also gemacht:

Eines Boden Höhe	101	Zoll
zur Mittel-Tieffe addirt	117	
thut	218	Z.
halbirt	109	Z.
quadrirt	11881	

Weiter:

Von der gantzen Länge	$168\frac{7}{10}$	Zoll
Kimming und Bödendicke subtr.	16	
Rest	$152\frac{7}{10}$	Zoll

Mit diesen $152\frac{7}{10}$ Zoll vorstehende 11881 multiplicirt

thut $1814228\frac{7}{10}$

Solches mit der Zahl 36679. so beym Fasse kommen, in die Regul gesetzt, und gesagt:

36679 geben 420. Kan. was $1814228\frac{7}{10}$

facit 20774 Kannen,

die

die thun Hofe-Eymer $280\frac{1}{2}$. und 17. Kannen drüber, womit von dieser Materia der Vergleichung der Wein-Gefässe gnung gehandelt und gewiesen worden, daß solches nicht nur zu einer blossen Speculation, sondern zu nützlichen Gebrauch diene, und Hauß-Vätern damit geholffen seyn könne, Wissenschafft zu haben, wenn sie sich bedürffenden Falls kleiner oder grösser dergleichen Gefäß wollen zurichten lassen, wie sie es damit machen und angeben sollen.

Wir wollen nun weiter gehen: Und wie an einer herrlichen Garten-Gallerie offtmahls nicht nur fruchtbare Weinreben umflochten, sondern auch andere nützliche Gewächse und Bäume umzogen, und solche Spazier-Gänge damit bedeckt werden; als wollen wir es damit allhier auch also halten, und folgends mehr andere Geometrische gute Früchte zu ersprießlichen Nutz an gegenwärtig angelegte Gallerie bringen, und nun handeln

Wi

Wie man unterschiedene Eckfiguren in Circul einschreiben solle:

Dieses ist zwar in vorgehendem Geometrischen Lust-Garten schon mit etlichen Exemplis zu Ende des andern Theils des ersten Buchs, aus dem Euclide, nach Linien angewiesen, wie auch beym 16. Exemplo des fünfften Theils solches ersten Buchs der doppelte Modus zu Ausmessung des gantzen Inhalts der Regular-Figur gewiesen.

Wir wollen aber zur Ubung noch einen andern Modum, die Eckfiguren in Circul einzuschreiben, vor uns nehmen, deren Seiten durch Ausrechnung nach den Tabulis Sinuum gesucht werden können, wie folgende Exempla lehren.

LI. Item, man hat einen Circul, dessen Diameter thut 20. in demselbigen ist gemacht ein gleichseitiger Triangul, so groß, als es seyn kan, ist die Frage, wie viel eine Seite solches Trianguls in sich begreifft? Antwort $17\frac{3205080}{10000000}$.

Sprich:

Sprich:

10000000 geben 8660254 was geb. 20

Antw. $17\frac{3205080}{10000000}$

Dabey zu wissen,

Daß die Zahlen aus den Tabulis Sinuum auf die Eck-Figuren in den Circul folgende Ordnung haben.

Wenn demnach der Diameter eines Circuls 10000000 thut, so hält eine Seite eines regulirten

Triangulს	8660254
Quadrats	7071068
Fünffecks	5877852
Sechsecks	5000000
Siebenecks	4338838
Achtecks	3826834
Neunecks	3420201
Zehenecks	3090170
Eilffecks	2817326
Zwölffecks	2588180
Dreyzehenecks	2393157
Vierzehenecks	2225209
Funffzehenecks	2079117
Sechzehenecks	1950903

Sieben-

Siebenzeheneck's	1836667
Achtzeheneck's	1736482
Neunzeheneck's	1644758
Zwanzigeck's	1564345
Ein und zw. eck's	1489615
Zwey und zw. eck's	1423410
Drey und zw. eck's	1361478
Vier und zw. eck's	1348509
Fünff und zw. eck's	1253332

Und diß ist alles aus den Graden des Circuls gesucht, da der gantze Circul *in* 360. Grad, und ieder Grad in 60. *Minu*-ten vertheilet wird.

Weil man auch verlangen möchte den Modum zu wissen, wie vorermeldte Proportional-Zahlen aus den Tabulis Sinuum auf beygesetzte Eck-Figuren gesucht worden; so will ich solches in nachfolgenden kurtzen Exemplis deutlich anweisen, und solche Exempla in dieser meiner Gallerie nur als ein klein Gebüsche unter die grossen Sträusser, Reben und Bäume mit einsetzen.

LII. Item, es wird gefragt, wenn der

Dia-

Diameter eines Circuls auf 100000. gerechnet wird, wie groß eine Seite eines Vier-Ecks seyn müsse, so in dergleichen Circul solte eingeschrieben werden? Antwort 7071068.

Wird kürtzlich also gesucht:

360 Grad dividire per 4.

kommt 90 Grad

halbir 45 Gr.

dessen Sinus 7071068 in den Tabulis Sinuum aufgesucht, thut die Seite des Vierecks.

Notandum.

Ich hätte hier das Drey-Eck voran und zuerst suchen sollen, weil es aber nicht allein auf diese, sondern auch auf andere Art zu machen, will ich es erst hernach, wenn das Fünff und zwantzig-Eck calculirt, hinzu thun, und ietzt vorher folgende Exempla, weil sie alle auf einerley und diese leichte Art des 52. Exempels gemacht werden, setzen.

LIII. Item, wie wird die proportionirte Zahl 5877852. der Seite des Fünff-Ecks in vorermeldtem Circul gesucht? Antwort:

dividire 360 durch 5.

kommt 72

halbire 36 Grad.

Suche hierauf in den Tabulis Sinuum den Sinum, thut 5877852. vor die Seite des Fünff-Ecks.

LIV. Item, die Zahl 5000000. des Sechs-Ecks kommt,

wenn 360 durch 6 dividirt werden,

geben 60 Grad

halb. 30 Grad, Sinus 5000000.

LV. Item, am Sieben-Eck 360. durch 7. dividirt, thun 51. Grad $25\frac{5}{7}$. Minuten, halbirt 25. Grad $42\frac{5}{7}$. Minuten, deren Sinus 4338838.

LVI. Item, am Acht-Eck 360. durch 8. dividirt, kommen 45. Grad, halbirt 22.

Grad

Grad 30. Minuten, deren Sinus 3826834.

LVII. Item, am Neuneck 360. durch 9. dividirt, thut 40. Grad, halbirt 20. Grad, deren Sinus 3420201.

LVIII. Item, am Zehneck 360. durch 10. dividirt, thut 36. Grad, halbirt 18. Grad, deren Sinus 3090170.

LIX. Item, am Eilffeck 360. durch 11. dividirt, giebt 32. Grad 44. Minuten, halbirt 16. Grad 22. Minuten, deren Sinus 28178326.

LX. Item, zum Zwölffeck 360. Grad durch 12. dividirt, thut 30. Grad, halbirt 15. Grad, deren Sinus 2588190. vor die Seite des Zwölffecks.

LXI. Item, zum Dreyzehneck 360. Grad durch 13. dividirt, bringt 27. Grad $41\frac{7}{13}$. Minuten, halbirt 13. Grad $50\frac{10}{13}$ Minuten, deren Sinus 2393157.

LXII. Item, zum Vierzehneck 360. Grad durch 14. dividirt, giebt 25. Grad $42\frac{6}{7}$ Minuten, halbirt 12. Grad. $51\frac{3}{7}$ Minuten, deren Sinus 2225209.

LXIII. Item, am Funffzehneck 360. Grad durch 15. dividirt, giebt 24. Grad, halbirt 12. Grad, deren Sinus 2079117.

LXIV. Item, zum Sechzehneck 360. Grad per 16. dividirt, thut 22. Grad 30. Minuten, halbirt 11. Grad 15. Minuten, deren Sinus 1950903.

LXV. Item, am Siebenzehneck 360. Grad durch 17. dividirt, bringt 21. Grad $10\frac{10}{17}$ Minuten, halbirt 10. Grad $35\frac{5}{17}$ Minuten, deren Sinus 1836667.

LXVI. Item, am Achtzehneck 360. Grad per 18. dividirt thut 20. Grad, halbirt 10. Grad, deren Sinus 1736482.

LXVII. Item, am Neunzehneck 360. Grad durch 19. dividirt, giebt 18. Grad $56\frac{16}{19}$ Minuten, halbirt 9. Grad $28\frac{8}{19}$ Minuten, deren Sinus 1644758.

LXVIII. Item, zum Zwantzigeck 360. durch 20. dividirt, thut 18. Grad, halbirt 9. Grad, deren Sinus 1564345.

LXIX. Item, zum Ein und zwantzigeck 360. durch 21. dividirt, thut 17. Grad

Grad 8$\frac{12}{21}$. Minuten, halbirt 8. Grad 34$\frac{6}{21}$. Minuten, deren Sinus 1489615.

LXX. Item, am Zwey und zwantzig-Eck 360. durch 22. dividirt, giebt 16. Grad 22. Minuten, halbirt 8. Grad 11. Minuten, deren Sinus 1423410.

LXXI. Item, am Drey und zwantzig-Eck 360. durch 23. dividirt, bringt 15. Grad 39. Minuten, halbirt 7. Grad 49$\frac{1}{2}$ Minuten, deren Sinus 1361478.

LXXII. Item, zum Vier und zwantzigeck 360. durch 24. dividirt, giebt 15. Grad 30. Minuten, halbirt 7. Grad 45. Minuten, deren Sinus 1348509.

LXXIII. Item, zum Fünff und zwantzigeck 360. durch 25. dividirt, thut 14. Grad 24. Minuten, halbirt 7. Grad 12. Minuten, deren Sinus 1253332. vor die Seite eines regulirten Fünff und zwantzigecks in dergleichen Circul zu schreiben, dessen Diameter 100000.

Nun will ich hier nachsetzen das oben aussen gelassene Dreyeck.

LXXIV. Item, zum Dreyeck 360. gleichfalls durch 3. dividirt, thut 120. Grad, halbirt 60. Grad, deren Sinus 8660254. vor die Seite des Trianguls, also, daß alle vorher beschriebene 23. Exempla auf diesen leichten und kurtzen Weg gemacht werden können: Weil man aber beym Triangul vormahls (ehe dieser von mir gebrauchte Weg erfunden) folgenden, wie wohl weitläufftigern, Modum gebraucht; als hab ich solchen auch noch hinzu setzen wollen, der verhält sich also: Des Circuls halben Diametrum 5000000. theilt man in 2. Theile, thut 2500000. diß mit $\frac{3}{4}$ des gantzen Diameters derer 10000000. nehmlich mit 7500000. multipl., thut 18750000000000. die $\frac{3}{4}$ des Diameters quadrirt, thun 56250000000000. zu denen 18750000000000. addirt, bringt 75000000000000. hieraus Radicem Qua-

Quadratam extrahirt, bringt obermeldten Sinum 8660254. des Trianguls auch heraus.

Nun können aus diesen vorgehenden drey und zwantzigerley proportionirten Seiten der Eck-Figuren zur Ubung wohl mehr als hundert tausend andere nützliche Exempla, nach Art des 51. formirt werden, wenn man die Zahlen deren Diametrorum grösser oder kleiner nimmt, und gegen ietzt proportionirte vergleicht, wie ich davon etliche nachfolgends hinzu setzen will.

LXXV. Item, man hat einen Circul, dessen Diameter kleiner als vorbeschriebener grosser (so 10000000.) und nur 25. in sich hält, ist die Frage, wenn man ein gleichseitiges Quadrat, an allen 4. Ecken die Peripheriam des Circuls inwendig anrührend, darein schreiben wolte, wie lang eine Seite solches Quadrats seyn müste? Antwort $17\frac{6777}{10000}$. wenn man hinten allezeit im Facit 2. Ziffern abschneid. rc.

Sprich:

10000000. Diam. geb. 7071068. was 25.

Antwort $17\frac{6777}{10000}$.

LXXVI. Item, wie lang würde eine Seite eines Fünff-Ecks seyn, wenn der Diameter des Circuls, darein es geschrieben, 30. hielte? Antwort $17\frac{6334}{10000}$.

10000000. geben 5877852. was 30?

facit $17\frac{6334}{10000}$.

LXXVII. Item, was thäte die Seite des Sechs-Ecks, wenn der Diameter Circuli auch 30. hielte? Antwort 15.

10000000. geben 5000000. was 30?

facit 15.

Notandum:

Hier siehet man, daß bißweilen zum Facit gantze Zahlen ohne Brüche, bey den meisten Exemplis aber mit überbliebenen grossen Brüchen heraus kommen, diß muß man sich nicht irren lassen, weil es nach richtiger Rechnung nicht anders seyn will;

vill; doch gleichwohl zu gemeiner Praxi dienlich, kan man bey dergleichen grossen Brüchen bald absehen, ob sie Viertel, halbe, drey Viertel, Achtel, oder andere kleinere Theile noch in sich bey nahe begreiffen, und dieselben an statt des grossen Bruchs hinzu setzen, den grossen Bruch und übrige Zahlen desselben hingegen fahren lassen, so kan mans besser verstehen und begreiffen, und zu nützlichen Gebrauch in Praxi anwenden, denn sonst der grosse Bruch hinderlich.

LXXVIII. Item, wie groß würde eine Seite des Siebenecks seyn, wenn man den Diametrum Circuli gleichfalls 30. seyn liesse? Antwort $13\frac{9165}{10000}$.

10000000 4338838 30

facit $13\frac{9165}{10000}$.

LXXIX. Item, wie groß würde eine Seite des Achtecks seyn, wenn der Diameter Circuli 40. hielte? Antwort $15\frac{3073}{10000}$.

100000 geben $\frac{38268}{}$ was 40

facit $15\frac{3073}{10000}$.

LXXX. Item, was thäte die Seite eines Neunecks, wenn der Diameter Circuli 50. hielte? Antwort $17\frac{1}{10}$.

10000000 $\frac{3420201}{}$ 50

facit $\frac{1}{10}$.

LXXXI. Item, wie viel würde die Seite eines Zehenecks halten, wenn der Diameter Circuli 60. wäre? Antwort $18\frac{27}{50}$. bey nahen.

LXXXII. Item, wenn der Diameter Circuli 80. hielte, so thäte die Seite eines Eilffecks $22\frac{5285}{10000}$.

10000000 $\frac{2817326}{}$ 80

facit $22\frac{5385}{10000}$.

LXXXIII. Item, was thäte die Seite eines Zwölffecks, so der Diameter Circuli 100. wäre? Antwort $25\frac{882}{1000}$. oder $25\frac{4}{5}$. mit Auslassung des übrigen Bruchs.

10000000 $\frac{2588190}{}$ 100

facit $25\frac{882}{1000}$. bey nahen.

LXXXIV.

LXXXIV. Item, wenn an einem Circul der Diameter 120. wäre, so thäte die Seite eines darein geschriebenen Dreyzehenecks $28\frac{7179}{10000}$.

10000000 | 2393157 | 120

facit $28\frac{7179}{10000}$.

LXXXV. Item, wie viel würde die Seite eines in Circul geschriebenen Vierzehenecks halten, wenn der Diameter Circuli 125. hielte? Antwort $27\frac{815}{1000}$. bey nahen.

LXXXVI. Item, wenn der Diameter Circuli 130. wäre, so würde die Seite eines darein geschriebenen Funffzehenecks 27. halten, wenn man den Bruch fahren läßt.

10000000 | 2079117 | 130

facit $27\frac{9285}{10000}$.

LXXXVII. Item, so der Diameter Circuli 148. hielte, würde die Seite eines darein geschriebenen Sechzehenecks $28\frac{8733}{10000}$. oder bey nahen $28\frac{9}{10}$. halten.

10000000 1950903 148

facit $28\frac{8733}{10000}$.

LXXXIIX. Item, wie groß würde die Seite eines Siebenzehen-Ecks seyn, wenn der Diameter des Circuls, darein es geschrieben, 160. hielte? Antwort $29\frac{3867}{10000}$.

10000000 1836667 160

facit $29\frac{3867}{10000}$.

LXXXIX. Item, wie viel würde die Seite eines Achtzehen-Ecks seyn, wenn der Diameter Circuli 200. hielte? Antwort $34\frac{7296}{10000}$.

10000000 1736482 200

facit $34\frac{7296}{10000}$.

XC. Item, so der Diameter Circuli 300. hielte, so würde die Seite eines darein geschriebenen Neunzehen-Ecks $49\frac{343}{1000}$. halten.

10000000 1644758 300

facit $49\frac{343}{1000}$.

XCI. Item,

XCI. Item, wie viel würde die Seite eines gleichseitigen Zwantzig-Ecks halten, wenn der Diameter des Circuls, darein es geschrieben, 600. hielte? Antwort $93\frac{86}{100}$.

10000000	1564345	600

facit $93\frac{86}{100}$.

XCII. Item, die Seite eines gleichseitigen Ein und zwantzig-Ecks würde $178\frac{7538}{10000}$. halten, wenn des Circuls Diameter 1200. hielte.

10000000	1489615	1200

facit $178\frac{7538}{10000}$.

XCIII. Item, wenn der Diameter eines Circuls 2000. hielte, wie viel würde eine Seite eines darein geschriebenen Zwey und zwantzig-Ecks halten? Antwort $284\frac{682}{1000}$.

10000000	1423410	2000

facit $184\frac{682}{1000}$.

XCIV. Item, an einem Drey und zwantzig-Eck würde eine Seite $408\frac{4437}{10000}$.

halten, wenn der Diameter Circuli, darein es geschrieben, 3000. hielte.

10000000	1361478	3000

facit $408\frac{4437}{10000}$.

XCV. Item, wie hoch würde die Seite eines Vier und zwantzig-Ecks kommen, wenn der Diameter Circuli 4000. hielte? Antwort $539\frac{4036}{10000}$.

10000000	1348509	4000

facit $539\frac{4036}{10000}$.

XCVI. Item, wie viel würde eine Seite eines in Circul geschriebenen Fünf und zwantzig-Ecks halten, wenn der Diameter 5000. hielte? Antwort $626\frac{666}{1000}$.

10000000	1253332	5000

facit $626\frac{666}{1000}$.

Hiermit genung von diesen, obgleich aus denen bey vorgehendem 51. Exemplo biß auf die fünff und zwantzigste Eck-Figur unterschiedlich gesetzte Proportional-Zahlen noch viel hundert tausend, ja unzählich Exempla, (nachdem

man

man mehr grössere oder kleinere Zahlen der Diametrorum nehmen will) auf Maasse der ietzt verfertigten formiret werden könten, so einem ieden zum Exercitio frey stehet.

Wir müssen nun auch andere nützliche schöne Exempla mehr an diese unsere Gallerie bringen. Doch wollen wir bey vorgehenden Exemplis und zum Beschluß derselben auch noch dieses kürtzlich erinnern, daß solche und alle dergleichen auch als zur Proba umgekehret, und aus der Seiten der Eck-Figuren die Diametri der Circul gesucht werden können; Also, daß wie vorhergehend die Figuren in den Circul eingeschrieben worden, es nunmehro den Verstand hat, wie man um eine bekannte gleichseitige Eck-Figur um und um äuserlich einen Circul schreiben solle, darzu wollen wir aus vorgehenden nur ein paar, als das 77. und 94. Exempel nehmen, und solche umkehren, da die andern alle auch so gemachet werden können.

XCVII.

XCVII. Item, man hat ein gleichseitiges Sechseck, daran iede Seite 15. thut, wird gefragt, wenn man um dasselbe einen Circul schreiben solte, dessen Peripheria alle Spitzen des Sechsecks berührte, wie groß der Diameter des Circuls seyn müste? Antwort 30.

Sprich:

5000000 geben 10000000 was 15.

Antwort 30.

XCVIII. Item, man hat ein gleichseitiges Drey und zwantzigeck, thut iede Seite daran $408\frac{4437}{10000}$. ist die Frage, wie groß der Diameter eines Circuls seyn müsse, den man um diese Eck-Figur schreiben wolte? Antwort 3000. bey nahen. Und also mit allen andern vorermeldten und darauf gegebenen dergleichen Figuren, ebenfalls auf unzehliche mahl.

Damit wir aber nicht bloß bey der Vergleichung der Eck-Figuren mit ihren Seiten gegen die Diametros der Circuln als gleichsam nur bey der Theoria und

Spe-

Speculatione verbleiben, sondern dasselbe zugleich ad usum practicum und nützlichen Gebrauch im Ausrechnen beym Feldmessen ziehen; als wollen wir allhier noch Exempla mit anhängen, und darinnen weisen, wie zugleich auch dadurch die Area oder der gantze Superficial-Inhalt einer solchen Figur gesucht werden könne.

XCIX. Item, so eines Circuls oder runden Feldes Diameter 20. Ruthen, (wie oben beym 51. Exemplo) wäre, ist die Frage, wie hoch sich der Superficial-Inhalt solches Circuls an Quadrat-Ruthen belauffen würde? Antwort auf 110. Quadrat-Ruthen.

Wie diß zu rechnen, ist schon vormahls bey der 18. Fürgabe des fünfften Theils im ersten Buch vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens gewiesen. Nehmlich, es wird nach der Regul Archimedis erst die Peripheria oder der Umkreiß des Circuls also gesucht.

7 Diam. giebt 22 Periph. was 20 D.

Antwort $62\frac{6}{7}$ Periph.

Diß mit $\frac{1}{4}$ des Diameters (so von 20. thut 5.) multiplicirt, facit $314\frac{2}{7}$ Quadrat-Ruthen vor den Superficial-Inhalt des Circuls.

Oder den vierdten Theil der Peripheriæ $62\frac{6}{7}$ (so $15\frac{5}{7}$) mit dem Diametro 20. multiplicirt, bringt auch den Inhalt $314\frac{5}{7}$.

Wie nun auch ein halber Circul, ingleichen ein Stück eines Circuls, zu rechnen, ist beym halben Circul leicht zu thun, so man aus dessen Diametro erst ausrechnet, wie viel der Circul, wenn er gantz wäre, thun würde, und nach dessen Ausrechnung davon die Helffte nimmt.

Circul-Stücken aber werden anders und nach Anweisung der 19. und 20. Fürgabe des fünfften Theils im ersten Buch vorgehenden Lust-Gartens gerechnet, darum ich mich alhier damit nicht aufhalten, sondern dorthin bezogen haben, und

da-

dagegen aus vorgehenden nachfolgende Exempla vorgeben will.

C. Item, an einem Circul thut der Diameter 20. und an einem gleichseitigen Triangul (wie oben bey n. 51.) darein geschrieben thut eine iede derer 3. Seiten $17\frac{13205}{100000}$ Ruthen bey nahen, wird gefragt, wie viel des Trianguls Area oder Superficial-Inhalt Quadrat-Ruthen halten werde? Antwort $129\frac{9}{10}$ Quadrat-Ruthen des Trianguls Inhalt. Diß kan auf dreyerley Art calculirt werden: Erstlich nach Unterricht der dritten Fürgabe des fünfften Theils im ersten Buch vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens, vors andere aus der hernach folgenden ersten Tabella bey folgendem 104. Exemplo, und drittens aus der andern daselbst gesetzten Tabella.

Nach ermeldtem Unterricht bey der dritten Fürgabe wird es ein ieder selbst machen können.

Aus der folgenden ersten Tabella wird es kürtz-

kürtzlich also gemacht: 10000000. Ruthen, als das Quadrat des Diameters eines Circuls, thut am Inhalt eines regulirten Trianguls darein geschrieben 3247595. bey nahen, was thut das Quadrat des Diameters eines Circuls von 20. Ruthen zum Inhalt des Trianguls.

10000000 — 3247595 — 20 quad.

facit $129\frac{9}{10}$ qu. R. — 400.

Aus der andern Tabella also:

10000000 geb. 4330127 was $17\frac{32}{100}$ qu.

facit $129\frac{9}{10}$ Quadrat-Ruthen bey nahen, wie vorgehends.

CI. Item, an einem Circul thut der Diameter (nach dem 75. Exemplo) 25. Ruthen, und an einem Viereck darein geschrieben iede Seite $17\frac{6775}{10000}$. Ruthen, wird gefragt, wie viel Quadrat-Ruthen das darein geschriebene Quadrat in sich halten würde? Antwort $312\frac{494}{1000}$. das ist $312\frac{1}{2}$. Quadrat-Ruthen bey nahen.

Wird auch auf folgende dreyerley Art gemacht:

Erstlich werden insgemein zur Ausrech-

ung der Quadrat-Figuren nur 2. Sei-
ten in einander multiplicirt, so hat man gleich den Inhalt. Als:

$17\frac{6777}{10000}$. in sich multipl.

fac. $312\frac{1}{2}$.

Vors andere sprech ich aus nachfolgender ersten Tabella hinter dem 104. Exemplo:

Das Quadrat des Diameters eines Circuls 10000000. giebt zum Quadrat eines Vierecks 5000000. was giebt das Quadrat eines Diameters von 25. Ruthen? Antwort $312\frac{1}{2}$ Ruthen beynahen.

5)	10 | 000000	5 | 000000	25. qu.
2)	2	1	625
	1		facit $312\frac{1}{2}$

Drittens sprech ich aus nachfolgender andern Tafel hinter dem 104. Exemplo: 10000000. das Quadrat einer Seite des Vierecks giebt 10000000. Quadrat-Ruthen, was das Quadrat der Seiten eines Vierecks $17\frac{6775}{10000}$. Facit $312\frac{1}{2}$. Quadrat-Ruthen.

Steht

Steht also:

10000000	10000000	17. 6775 qu.
		17. 6775
		facit $312\frac{1}{2}$ beynahen.

CII. Item, an einem Circul thut der Diameter (nach vorgehendem 76. Exemplo) 30. Ruthen, und an einem Fünffeck darein geschrieben iede Seite $17\frac{6334}{10000}$ Ruthen, wird gefragt, wie viel Quadrat-Ruthen das darein geschriebene Fünffeck halten werde? Antwort $534\frac{9}{10}$ Quadrat-Ruthen.

Wird auch auf dreyerley Art gemacht. Erstlich muß man den halben Diametrum 15 quadriren

thut 225

Die halbe Seite auch quadrirt

thut $77\frac{734}{1000}$ und von

225. subtr. 147.266 Rest.

daraus rad. :q: 12. 135

Weiter eine Seite $17\frac{6334}{10000}$.

mit

mit der Zahl perip. 5. multipl.

kommt $44\frac{9835}{10000}$.

Auch mit der rad. $12\frac{135}{1000}$ multipl.

facit $534\frac{953}{1000}$.

Vors andere: Aus ermeldeter folgenden ersten Tafel (hinter dem 104. Exemplo) den Auffsatz also gemacht:

10000000 geben 5944103 was 30 Quad.

30

facit $534\frac{969}{1000}$

900

Ist leichter als der erste Modus.

Vors dritte: Aus hernachgesetzter andern Tafel also gesagt:

10000000 17204777 17. 6334

17. 6334

310936795556

multipl. mit 17205

thut 534. 9667567609800

1000 &c.

Oder

Oder $534\frac{96675}{1000000}$. Quadrat-Ruthen.

Und also bey nahen nach ersten Modo fast einerley, nur daß in den proportionirten Tabellen die Brüche etwas differiren.

CIII. Item, an einem Circul thut der Diameter 30. Ruthen, und an einem Sechs-Eck darein geschrieben iede Seite 15. Ruthen, ist die Frage, wie viel Quadrat-Ruthen das in solchem Circul geschriebne Sechs-Eck halten müsse? Antwort $584\frac{55}{100}$.

Der erste Modus:

quadrire eine Seite 15. thut	225
quadrire auch deren Helffte thut	$56\frac{1}{4}$
subtrahire beyde von einander	$168\frac{3}{4}$

oder $168\frac{75}{100}$ hieraus extr. rad. quadr. thut $12\frac{99}{100}$.

Multiplicire 6 des Umkreisses
mit 15 einer Seite

kommt 90

diß

diß halbirt 45 mit
der radice 12 qq. multiplicirt

facit $584\frac{55}{100}$ Quadrat-Ruthen.

Der andere Modus.

Sprich aus ermeldter ersten Tafel:

10000000 geben 6495191 was 30?

qu. 30

facit $584\frac{567}{1000}$

900

Nach dem dritten Modo aus der andern Tafel:

10000000 25980762 15?

qu. 15

facit $584\frac{567}{1000}$

225

CIV. Item, an einem regulirten Siebeneck thut eine Seite $13\frac{9176}{10000}$. und der Diameter Circuli, darein es geschrieben, 30. Ist die Frage, wie groß dessen Area oder quadrirter Inhalt seyn würde? Antwort:

Kan auch nach allen 3. Modis gemacht werden.

Nach dem ersten Modo, welcher eben auch also beschaffen, wie bey vorhergehendem 103. Exemplo, will ich die Solution mit Willen allhier vorbey gehen, und dadurch, wie auch bey etlichen andern Exemplis, feinen Ingeniis (die etwan Lust haben möchten bißweilen selbst etwas vor sich zu machen an dieser meiner Gallerie hin und wieder ein und das andere Sträußlein oder Reißlein selbst aufzubinden überlassen.

Nach dem andern Modo ist es gantz leicht, und wird also solvirt:

10000000	6841024	30 qu.
	facit $615\frac{69}{100}$	900.

Nach dem dritten Modo kommt es dem andern in gantzen gleich, differirt etwas in Brüchen.

Folgen die beyden Tabellen.

Die erste Tabella.

Wenn das Quadrat des Diameters eines

eines Circuls ist 100000. so ist Area oder der quadrat- und gevierdte Inhalt nachfolgender Eck-Figuren darein geschrieben, wie beystehend zu sehen, als:

Eines	3 Ecks	3247595
	4	4000000
	5	5944103
	6	6495191
	7	6841024
	8	7071068
	9	7231361
	10	7347315
	11	7433809
	12	7500000
	13	7551725
	14	7592965
	15	7626311

Die andere Tabella.

Wenn das Quadrat einer Seite der gleichseitigen Figur ist 100000. so ist Area superficialis oder der Quadrat- und gevierdte Inhalt solcher Figur, wie folgt, als:

Eines	3 Ecks	4330127
	4	10000000
	5	17204777
	6	25980762
	7	36339130
	8	48284274
	9	61818243
	10	76942089
	11	93656378
	12	111961521
	13	131857684
	14	153345143
	15	176423595

Diese beyden Proportional-Tafeln könte man per Calculum erweitern biß auf 25. und mehr Eck-Figuren, wie ich oben biß dahin mit ihren Seiten gethan: Weil aber dergleichen auf so hoch in Praxi auf regular-Figuren selten vorkommt, hab ich es hierbey beruhen, auch von dem 7. biß auf das 15. Eck und weiter die Ausrechnung (wie ich bey vorgehenden 104. Exemplo erinnert) geschickten Ingeniis selbst zur Ubung gelassen. Will aber noch ein

ein paar Exempel hinzusetzen, und damit zeigen, wie auch Quadrangula oder ablänglicht gevierdte Figuren in Circul zu schreiben, als:

CV. Item, man hat einen Circul, dessen Diameter thut 30. Zoll, in solchen will man ein Quadrangulum oder ein ablänglicht rechtwincklicht Viereck schreiben, so noch eins so lang als breit seyn soll. Ist die Frage, wie viel eine Seite der Länge und Breite seyn müsse? Antwort V. 180. die kurtze, und V. 720. die lange Seite.

Wird also gemacht:

Man multiplicirt den Diametrum des Circuls quadratè

30
30

thut 900
diß in 5 dividirt

facit V. 180 vor die Länge einer kleinen Seite.

Weiter:

Von 900
subtr. 180

Rest √720 vor die Länge einer langen Seite, aus welchen beyden Längen 180. und 720. man nun per decimalem die Quadrat-Wurtzeln extrahiren kan, kommen $13\frac{417}{1000}$ und $26\frac{332}{1000}$ Zoll.

CVI. Item, an einem Circul ist der Diameter auch 30. Zoll, und man will in solchen eine ablänglichte Vierung schreiben, drey mahl so lang als breit, ist die Frage, wie lang iede Seite seyn werde? Antwort: die kurtze Seite √90.
und die lange Seite √810.

Wird also gemacht:

Setze der kurtzen	1 R.	quad.	1 ℨ.
der längern	3 R.		3 ℨ.

qua-

quadrir auch Diam.

30

30

kommt 900.

Werden demnach

9 Z. gleich 900. ÷ 1. Z.

1 Z. adde

5) 10 Z. gleich 900.

2) 2 Z. gleich 180.

V) 1 Z. gleich 90.

1. R. gleich V 90. kurtze

und also V 810. lange Seiten.

Nun mag man aus beyden auch radicem extrahiren.

Womit genung gehandelt von regulirten Eck-Figuren, in Circul beschrieben.

Weil aber in communi praxi, sonderlich beym Feldmessen, selten dergleichen regulirte Eck-Figuren vorkommen,

 die

die von gleichen Seiten, und also in Circul zu beschreiben, sondern die meisten irregulares seyn; so ist gnugsam in vorgehenden ersten Buch des Geometrischen Lust-Gartens, durch den fünfften und sechsten Theil desselben, angewiesen, wie man so wohl ohne, als durch künstliche Geometrische Instrumenta, alle vorkommende Figuren, sie mögen regulares oder irregulares seyn, nach ihren *Lineis* und Gradibus der Winckel, samt Höhen, Weiten und Breiten, ausmessen solle, dahin ich mich hiermit kürtzlich bezogen, iedoch hierbey auch noch zugleich eine Tafel mit angehänget, und gemeldet haben will, wie viel eine iede vorkommende regular- oder irregular-Figur Triangula und Gradus in sich begreiffe: Sintemahln der allerweiseste Dreyeinige GOtt unter andern dem menschlichen Geschlecht verliehenen herrlichen schönen Gaben absonderlich die Meß-Kunst zum steten Danck, Erinnerung und Anden-

dencken des hohen Dreyeinigen GOttes und Schöpffers Himmels und der Erden, so gar auf den Betrachtungs-würdigen Triangul geleget, daß wir dadurch, so zu sagen, Himmel und Erden ausmessen können, und sind Unterschied der Figuren die Triangula, so darein verzeichnet werden können, samt den Gradibus der Winckel aus folgender Tafel zu sehen.

Tafel,

Worinnen begriffen, wie viel eine iede regular- oder irregular-Eck-Figur Triangula und Gradus in sich begreiffe.

1. Wie anfangs ein ieder Circul in seinem Umkreiß 360. Gradus begreifft; also fasset hingegen ein ieder Triangul, er sey rectus, acutus oder obtusus, davon in sich die Helffte zusammen in allen seinen drey Winckeln 180 Gr.
2. Das Quadrat 2. Triangul und 360
3. Das Fünffeck 3. Triangul 540

4. Das Sechseck 4. Tr. und	720 gr
5. Das Siebeneck 5. Tr.	900
6. Das Achteck 6. Tr.	1080
7. Das Neuneck 7. Tr.	1260
8. Das Zehneck 8. Tr.	1440
9. Das Eilffeck 9. Tr.	1620
10. Das Zwölffeck 10. Tr.	1800
11. Das Dreyzehneck 11. Tr.	1980
12. Das Vierzehneck 12. Tr.	2160
13. Das Funffzehneck 13. Tr.	2340
14. Das Sechzehneck 14. Tr.	2520
15. Das Siebenzehneck 15. Tr.	2700
16. Das Achtzehneck 16. Tr.	2880
17. Das Neunzehneck 17. Tr.	2060
18. Das Zwantzigeck 18. Tr.	3240
19. Das Ein und zw. eck 19. Tr.	3420
20. Das Zwey und zw. eck 20. Tr.	3600
21. Das Drey und zw. eck 21. Tr.	3780
22. Das Vier und zw. eck 22. Tr.	3960
23. Das Fünff und zw. eck 23. Tr.	4140
24. Das Sechs u. zw. eck 24. Tr.	4320
25. Das Sieben u. zw. eck 25. Tr.	4500

Und

Und also mit allen andern Eckfiguren in infinitum, also, daß allemahl eine iede Eckfigur zwey Triangula weniger als Ecken, und so viel darinnen Triangula seyn, in ieden Triangul 180. Grad hat, die denn hernach in der Summa leicht zusammen zu rechnen, also, daß es dißfalls keines weitern Berichts bedarff.

Doch ist zu mercken, daß wenn man in regular-Figuren die Linien aufs Centrum zeicht, alsdenn auch so viel Triangul als Ecken kommen.

Wir wollen uns nun in dieser unserer Gallerie weiter wenden, und einen langen Spatzier-Weg auf etliche Meilen vor uns nehmen.

CVII. Item, aus der Chur-Fürstl. Residentz Dreßden allhier, von der Müntze an, über die Alt-Dreßdnische Brücke durch Alt-Dreßden und unterschiedene Dörffer auf ebenem Lande biß über die Brücke zu Meissen ins Stadt-Thor hinein, sind 3. gemeine Meilen und

606. Ruthen Dreßdnisches Maasses (die Ruthe zu 8. Dreßdnischen Ellen, und die Meile zu 1500. solcher Ruthen gerechnet) wenn nun ein Herr auf einer Carrete oder Gutsche dahin reisete, und an den Rädern solcher Carrete das eine in seinem Diametro 5. Fuß oder drittehalb Ellen hielte, ist die Frage, wie viel mahl es diesen Weg umlauffen müsse? Antwort $5198\frac{46}{55}$. oder 5199. mahl bey nahen.

Sprich nach der Regul Archimedis:

7 Fuß Diam. geben 22 Periph. was 5 Fuß Diam.

facit $15\frac{5}{7}$. Fuß

oder halb $7\frac{6}{7}$. Ellen die Circumferentz des Rades.

Weiter:

$7\frac{6}{7}$. Ellen geben 1. Umlauff, was 3. Meilen 606. Ruthen?

Diese zu Ellen gemacht, erst mit 1500. zu Ruthen, thun 5106. Ruthen, mit 8. zu Ellen, 40848.

Steht

Steht nun also:

$7\frac{6}{7}$. Ellen geben 1. Umlauff, was 40848. (Ellen?

facit $5198\frac{46}{55}$.

CVIII. Item, wenn an ermeldtem Gutsch-Wagen bey vorgehenden Exemplo die födern Räder niedriger, als die hintern, und eines im Diametro nur 4. Fuß oder Ellen hielte, wie vielmahl müste dasselbe umlauffen, den Weg derer 40848. Ellen biß nach Meissen zu vollbringen? Antwort $6498\frac{6}{11}$. mahl. Ist leicht nach vorigem zu machen.

CIX. Item, wenn an ermeldtem Gutsch-Wagen die 4. Räder in solcher Grösse, daß die hintern iedes $2\frac{1}{2}$. Ellen und die födern iedes 2. Ellen im Diametro hält, ist die Frage, wenn die hintern $5198\frac{46}{55}$. umgelauffen, wie viel mahl die födern? Antwort $6498\frac{6}{11}$. mahl. Ist mit ietzt vorgehendem zwar einerley, kan aber doch per Regulam detri inversam anders und also gemacht werden:

2 E. geben $5198\frac{46}{55}$ Uml. was $2\frac{1}{2}$ E.?
facit $6498\frac{6}{11}$ mahl.

CX. Item, von der Chur-Fürstlichen Sächsischen alten löblichen Berg-Haupt-Stadt Freyberg über Berg und Thal herunter biß anhero zur Chur-Fürstlichen Residentz Dreßden ans Wilßdorffer Thor, sind 4. gemeine Meilen und 1350. Ruthen (in Grösse wie bey vorgehendem 107. Exemplo gemeldet) wenn man nun im hin und wieder reisen durch ein Rad am Wagen solche Distantz observiren wolte, und das Rad hielte in seinem Umkreiß $7\frac{6}{7}$ Ellen, ist die Frage, wie viel mahl es diesen Weg umlauffen müste? Antw. $7483\frac{7}{11}$ mahl.

Sprich:

$5\frac{6}{7}$ E. geb. 1. Uml. was 4. M. 1350. R.

1500

7350 R.

8

58800 Ellen?

vol-

vollends gemacht: facit 7483 7/11 mahl.

Notandum:

Man rechnet sonst von hier biß Freyberg insgemein nur 4. Meilen, wird auch den Bothen und Fuhrleuten zum Lohn so viel nach der Meile bezahlt, und mag auch wohl auf 4. Meilen zutreffen, wenn man die Messung durch Instrumenta per Aerem und durch die Lufft in gerader Linea (wie in Geographicis bräuchlich) verrichten solte: Weil aber in diesem Exemplo die Messung auf der Land-Strasse (wie die Jura erfodern) durch Umwege geschehen, hat solches verursachet, daß über die 4. Meilen noch 1350. Ruthen mehr heraus kommen.

CXI. Item, es werden von denen Geographicis um den Erdkreiß auf einen Grad 15. Geographische Teutsche Meilen gerechnet, und der Umkreiß in 360. Grad getheilet, ist die Frage, wie viel Meilen der gantze Umkreiß des Erd-

Erdbodens in sich begreiffe? Antwort 5400. Meilen.

Hier ist nichts anders zu thun, als daß man die 360. Grad nur mit 15. multiplicirt, so kommt gleich der Inhalt.

CXII. Item, so der Erdkreiß in seinem Umfange 5400. Meilen begreifft, ist die Frage nach dem Diametro oder der Dicke des Erdbodens: Antwort $1718\frac{2}{11}$. Meilen.

Sprich nach der Regul Archimedis:
22 Periph. geben 7 Diam. was 5400 P.

facit $1718\frac{2}{11}$. Meilen.

Beygefügte Nachricht

Wie die Grösse eines Grads um den Erdkreiß nach Meilen zu erfinden.

Ingleichen, wie der unbegreiffliche hohe Abstand des Himmels und der Gestirne von dem Erdkreiß nach Meilen zu messen. Diß sind zwey überaus wichtige hohe Dinge, allermeist das andere, davon

von gar offt und viel von curiosis ingeniis, wie das möglich seyn könne, pflegt gefragt zu werden.

So viel das erste betrifft, ist dasselbe endlich eben so schwer nicht, wenn mit desselben Observation nur recht umgegangen wird. Und haben die Niederländer in ihren ebenen Landen, da keine Berge und Hügel, wie bey uns, Hinderung machen, dasselbe am besten thun können.

Darum die Hochgelehrten Mathematici Herr Doctor Adrian Metius, Professor Mathematum zu Franecker, und Willibrord Snellius dasselbe wohl observirt. Metius nimmt die Ausmessung von zweyer Oerter Elevationibus Poli, und sagt: Es sey zu Franecker die Elevatio Poli $53\frac{1}{6}$. Grad, von dar hab er sich gerade gegen Mittag eines Grads weit, nehmlich biß nach Deventer, gewendet, allda die Elevatio Poli eines Grads weniger, nehmlich nur $52\frac{1}{6}$. Grad, biß dahin nun per aerem

gemes-

gemessen, sey es gerade 15. Geographische Teutsche Meilen. Snellius hingegen hat observirt, daß auf einen Grad 28500. Reinländische Ruthen gehen, welches auf eine Meile 1900. und um den gantzen Erdkreiß 10260000. solcher Ruthen thäte. Worüber man besehen kan ermeldtes Metii Primum Mobile lib. 5. cap. 1.

Das andere, nehmlich die unbegreiffliche Höhe des Himmels und der Gestirne von dem Erdboden, belangende, wie solches durch fürtreffliche Instrumenta und Hülffe der Geometriæ und Arithmeticæ mit höchstem Fleiß geschehen müsse, weiset der Hochgelehrte Tycho Brache im ersten Theil seiner Progymnasmatum lib. 1. cap. 6. pag. 396. und 412. zu welchen Ausmessungen man gleichwohl nicht gemeine, sondern grosse Welt-Ruthen, nehmlich Semidiametros Terræ, gebrauchet.

Von solcher Höhen Messung handelt auch Athanasius Kircherus zu Ende seiner

ner Artis magnæ Lucis & Vmbræ, mit Vermeldung, daß hierzu angelica Ingenia erfodert würden, darum ich curiosa Ingenia bey diesen Autoribus sich wegen dieser Materiæ umzusehen, dahin gewiesen haben will. Gleichwohl müssen nebenst guten mathematischen Instrumentis allezeit dabey die fürtrefflichen beyden Künste und Disciplinen Arithmetica und Geometria (so von dem Platone die 2. Flügel genannt worden, mit denen man sich in die Höhe biß an das Gestirne schwingen, und himmlische Dinge erkundigen könne) das beste thun.

Darum wir auch in dieser unserer Gallerie folgends mehr nützliche Exempla drauf geben wollen.

CXIII. Item, von der Chur-Fürstlichen Sächsischen löblichen Stadt Zwickau sind meistens durch Wälder und Gehöltze biß an das fürtreffliche von Chur-Fürst Augusto Glorwürdigsten Andenckens erbauete Schloß Augustusburg,

burg 7. gemeine Meilen (wie beym 107. Exemplo beschrieben) und 1235. Ruthen drüber? Wenn man nun zu Wagen von Zwickau dahin reisete, an welchen der föder Räder eines 2. Ellen, und der hintern eines $2\frac{1}{2}$. Ellen im Diametro hielte, ist die Frage, wie offt ein iedes biß dahin umlauffen würde? Antwort, das fördere $14935\frac{5}{11}$. und das hintere $11948\frac{4}{11}$. mahl.

Mache die 7. Meilen und 1235. R. zu Ellen, thun 93880. Ellen.

Nun rechne des ersten oder fördern Rades Umlauff, und sprich:

7 Diam. giebt 22 Circumf. was 2 E. D.

facit $6\frac{2}{7}$ Ellen Circumf.

Mit diesen $6\frac{2}{7}$. Ellen dividire die 93880. Ellen, kommen $14935\frac{5}{11}$. mahl Umlauff des fördern Rades.

Rechne nun auch also des hintern:

7 E. D. giebt 22 E. Circ. was $2\frac{1}{2}$ E. D.

facit $7\frac{6}{7}$ Ellen.

Hiermit dividire gleichfalls obermeldte

te 93880. Ellen, kommen 11948$\frac{4}{11}$. Umlauff.

CXIV. Item, wenn an einem Wagen der fördern Räder eines 2. und der hintern 2$\frac{1}{2}$. Elle (wie bey vorgehendem Exemplo) im Diametro hielte, wird gefragt, so das fördere 14935$\frac{5}{11}$ mahl umgelauffen, wie viel mahl der hintern eins umgelauffen sey? Antwort 11948$\frac{4}{11}$ mahl. Ist eine Proba auf vorgehendes Exempel, und wird gantz leicht und kürtzlich per Regulam detri inversam also gemacht:

2$\frac{1}{2}$ E. geben 14935$\frac{5}{11}$ mahl, was 2 E.?

facit 11948$\frac{4}{11}$ mahl.

CXV. Item, an vorermeldten zweyerley Rädern hält das fördere in seiner Circumferentz 6$\frac{2}{7}$. Ellen, und das hintere 7$\frac{6}{7}$. ist wiederum die Frage, wenn das fördere 14935$\frac{5}{11}$ mahl herum gelauffen, wie viel mahl das hintere? Antwort: 11948$\frac{4}{11}$ mahl.

Mul-

Multiplicire $14935\frac{5}{11}$.
mit seinem Diam. $6\frac{2}{7}$.

kommt 93880.

Diß dividire durch den Diametrum des grössern oder hintern Rads $7\frac{6}{7}$.

facit $11948\frac{4}{11}$. wie bey vorgehendem Exemplo, also, daß man siehet, wie solche Exempla auf unterschiedene Art zu machen, und umzuwechseln.

Notandum:

Aus vorgehenden Exemplis ersiehet man nun zwar zur Gnüge, wie die Distantiæ locorum und Meilen auf den ordentlichen Fahr-Wegen und Land-Strassen nur durch Räder am Wagen gemessen werden können; allein im Feld-Messen geht es durchaus also nicht an, da müssen die Messungen accurater durch andere Instrumenta, und die Triangul-Rechnung verrichtet werden, daß niemanden zu kurtz geschehe, welche künstliche Messung und Ausrechnung denn

gnung-

gnungsam in vorgehendem Geometrischen Lust-Garten angewiesen.

So ist auch bey der Meilen-Messung mit dem Rade gleichfals eine Beschwerlichkeit alle Umläuffe des Rades auf etliche Tausend mahl eintzelen zu zählen und abzumercken. Darum hierbey dieses zur Nachricht dienet, daß man zu den Meilen-Messungen auf der Land-Strassen vornehmlich diese dreyerley Instrumenta gebraucht, erstlich mehr gemeldter massen die Räder am Wagen, vors andere Viatoria und Schritt-Zeiger entweder bey sich selbst zu tragen, und an Leib und Fuß mit Schnüren anzubinden, oder auch einem Pferde am Sattel-Knopff zu machen, und drittens nur ein Rad, etwan einer halben Ruthen lang im Umfange, also an einem Schub-Karren gemacht, daß es ein gemeiner Kerl als einen Schubbock auf der Strassen vor sich hintreiben, und abmercken kan, wie viel mahl es umgelauffen.

Was die Messung mit den Wagen-Rädern betrifft, bey denenselben des vielen eintzeln Zählens des Umlauffs befreyet zu seyn, so machet man es damit also: Man läst durch einen Uhrmacher noch ein ander Instrument mit Zeigern und Rädern, wie an einer Uhr, verfertigen, hängt es inwendig auf der Seite an den Wagen, zeicht eine Schnure darein, die läst man durch den Kasten oder Fußboden des Wagens gehen, macht unten einen eisern Stifft, bindet die Schnure dran, läst solchen Stifft etwas auf der Seite an den Kasten heraus gehen, nimmt darnach auch einen andern eisern Stifft, schläget solchen an eine der 12. Speichen des Rades dergestalt an, daß, wenn er am Rade im Lauffen herum kommt, er allezeit den unter dem Wagen mit der Schnure angemachten Stifft nieder drücke, und dadurch die Zeiger an dem im Wagen hangenden Instrument herum führe, so weisen solche Zeiger, wie viel

viel mahl das Rad herum gelauffen; man macht auch wohl Glöcklein darein, welche gantze oder Viertel Meilen anzeigen. Mit dem andern Instrumento des Viatorii oder Schritt-Zeigers hat es fast gleiche Beschaffenheit, es wird auch mit Theil-Scheiben als ein Uhrwerck zugerichtet, eine Schnure dadurch gezogen, das Instrument an den Leib, oder an einen Sattel-Knopff und unten an einen Fuß angebunden, da denn im Fortschreiten Rosses oder Mannes alle Schritte gezuckt, und am Zeiger des Instrumentes fortgeruckt und gewiesen werden. Das dritte Karrn-Instrument ist nun gar ein gemein Ding, und kan man nur einen Nagel oder Feder an den einen Ort des Umfangs also dran machen, und mit einem Gegenstifft also einrichten, daß wenn das Rad einmahl herum kommt, es iedes mahl einen Klapp- oder Anschlag giebt, durch welchen man die Umläuffe hören und

zählen kan, wobey man Gedult und Aufmerckens haben und zählen muß, wie viel mahl es umgelauffen.

Von Grösse der Meilen.

In vorgehenden Exemplis ist allein nach einer Meile gerechnet worden: Nachdem aber im Höchstlöblichsten Chur-Fürstenthum Sachsen von alter Zeit biß auf unser Seculum viererley Meilen in Observantz kommen: Als 1. die uhralte grosse Sächsische Meile von 60. Gewenden, iedes Gewende zu 60. Ruthen (so 3600. Ruthen) und die Ruthe zu $7\frac{1}{2}$. Elle gerechnet, welches 27000. Ellen austrüge, von welcher Meile im alten Sachsen-Spiegel lib. 3. Art. 66. gehandelt wird. Vors 2. eine vor Alters in Jagd-Sachen gebräuchlich gewesene Meile, welche in 21. lange Tücher abgetheilt gewesen, da iedes Tuch zu 185. duppel Schritten, und ieder einfacher Schritt zu 3. Schuch oder $1\frac{1}{2}$. Elle gerechnet worden, welches auf eine Meile

le

le 11025. Ellen ausgetragen. Drittens, eine Meile, welche Chur-Fürst Augustus zu Sachsen Glorwürdigsten und höchstseligsten Andenckens zu seiner Zeit in Ausmessung und Abtheilung seiner Lande nach Geographischer Maaß eingerichtet und gebraucht, und auf 1500. Ruthen, die Ruthe zu 8. Dreßdnischen Ellen dergestalt genommen, daß solche denen Geographischen Meilen (deren 15. auf einen Grad gehen) am nechsten kommen, welche 1500. Ruthen 12000. Dreßdnische Ellen austragen. Vierdtens eine Meile, so gleichsam zwischen vorgehenden eine Intermedia und Mittel-Meile: Denn weil die löbliche Landschafft von Ritterschafft und Städten dieses löblichsten Chur-Fürstenthums unter sich wegen ihrer Gerechtigkeiten, sonderlich in der Brau- und Schenck-Nahrung, nicht einig werden können, da die Städte, wenn ein Ritter-

sitz, adelich Hauß oder Dorff einer Stadt zu nahe und innerhalb der Meile gelegen, das Jus prohibendi gehabt; Unter vorgehenden dreyerley Meilen aber keine zu rechtmäßiger Entscheidung solcher Jurium beständig angenommen werden wollen, indem ihnen die eine eines Theils allzu groß, die andern allzu klein vorkommen: So hat die hohe Landes-Obrigkeit durch ihre Chur-Fürstliche Regierung allhier schon vor vielen Jahren dieses Seculi den geschwornen Land-Messern diesen gnädigsten Befehl gegeben, daß sie in vorfallenden Streitigkeiten zwischen Ritterschafft und Städten, wenn sie zu den geschwornen Ausmessungen der Meilen, bey ein oder dem andern Ort erfodert würden, 2000. Ruthen (die Ruthe zu 8. Dreßnischen Ellen gerechnet) nehmen solten, welches 16000. Ellen austrüge.

Unter diesen viererley Meilen kan man nun zur Ubung mehr heraus nehmen

nen, und darauf Exempla gleichfalls formiren, wie bey vorgehenden geschehen, und solche auf die Umläuffe der Räder richten.

Wobey zu mercken, daß wenn man sich der Räder bedienet, man den Umfang eines Rades, wie lang er sey, am genauesten und besten erkundigen könne, so man an einer Rade-Schiene einen absonderlichen Stifft einschlägt, darauf das Rad umlauffen lässet, und siehet, wo von einem Umlauff zum andern der Stifft einen Druck in die Erde gemacht, da man alsdenn von einem Druck zum andern die Weite auf der Erde abmessen und sehen kan, ob solche Weite einer halben, drey Viertel, oder gantzen Ruthe, oder etlicher Ellen lang sey, welches denn den rechten Umfang des Rades am richtigsten giebt, dadurch hernach die Messung und Ausrechnung zu verrichten.

Sonsten, weil die Ausmessungen zu

der Gerechtigkeit des Brauens und Schenckens sich auf keine weiten Wege, sondern nur zu Entscheidung des Streits von einer Meile erstrecken; so haben unsere Land-Messer sich lieber zu besserer Richtigkeit gar mit einander nur der Ketten und Ruthen gebraucht (da die Ketten zu 5. Ruthen von 8. Dreßdnischen Ellen abgetheilt gewesen) und haben damit auf der Land-Strasse von der Mauer oder dem Thore der Stadt, wo die Ausmessung geschehen sollen, (nicht aber von den äusersten Häusern der Vorstadt, weil die Vorstädte nicht brauen) biß in die Kretzschmar oder an die Schencke des Dorffs, davon der Streit gewesen, ihre Messungen verrichtet. Welches ich deßwegen hierbey mit erinnert, daß man in vorfallenden Streitigkeiten über dieser Gerechtigkeit, von dem Modo gründlicher und richtiger Ausmessung gute Nachricht habe, dem bono publico damit nützlich ge-

gedienet, und iedweden zu seinem gebührlichen Recht ohne Benachtheiligung auch in diesem Stück durch Wissenschafft der edlen und fürtrefflichen Kunst Geometriæ geholffen werden könne. Wir wollen nun hiervon aussetzen, und unsre vorgehabte Ausmessung durch Räder-Werck noch mit 3. kurtzen Exemplis beschliessen.

CXVI. Item, so in künstlichen Uhrwercken oder andern Machinen etliche Räder gegen einander einzutheilen, und man ein Rad hätte, dessen Diameter $2\frac{1}{2}$. Elle hielte, ist die Frage, wenn dieses 8. mahl herum gelauffen, und man eins dagegen machen wolte, welches indessen 10. mahl herum lauffen solte, wie groß dieses in seinem Diametro seyn müsse? Antwort 2. Ellen.

Setze per Regulam detri inversam:

10 Uml. giebt $2\frac{1}{2}$ Diam. was 8?

facit 2 Ellen.

CXVII. Item, so die Circumferentz eines Rades $6\frac{2}{7}$ Ellen hielte, und man wolte eines dagegen machen, das 8. mahl herum lauffen solte, wenn das erste 10. mahl herum gelauffen, ist die Frage, wie viel dasselbe in seinem Umfang haben müste? Antwort $7\frac{6}{7}$ Ellen.

Setz auch wie vorgehend verkehrt:

8 · geben $6\frac{2}{7}$ was 10?

facit $7\frac{6}{7}$ Ellen.

CXVIII. Item, es ist die Stadt Meissen von Dreßden abgelegen 5106. Ruthen, dahin ist die Distanz mit einem Rade gemessen, welches im Diametro gehabt $2\frac{1}{2}$. Elle oder 5. Fuß, indem nun solches Rad biß dahin 5199. mahl umgelauffen, so ist die Frage, auf wie viel Fuß die Ruthe gerechnet sey? Antwort 16. Fuß bey nahen.

Sprich:

7 F. Diam. giebt 22 F. per. was 5 F. D?

facit $15\frac{5}{7}$ Fuß.

Wei=

Weiter:

$15\frac{5}{7}$ F. thun 1. Uml. was 1. R. F?

Antwort $\frac{7}{110}$ R.

werden also:

$\frac{7}{110}$ R. gleich $\frac{5129}{5106}$.

Und

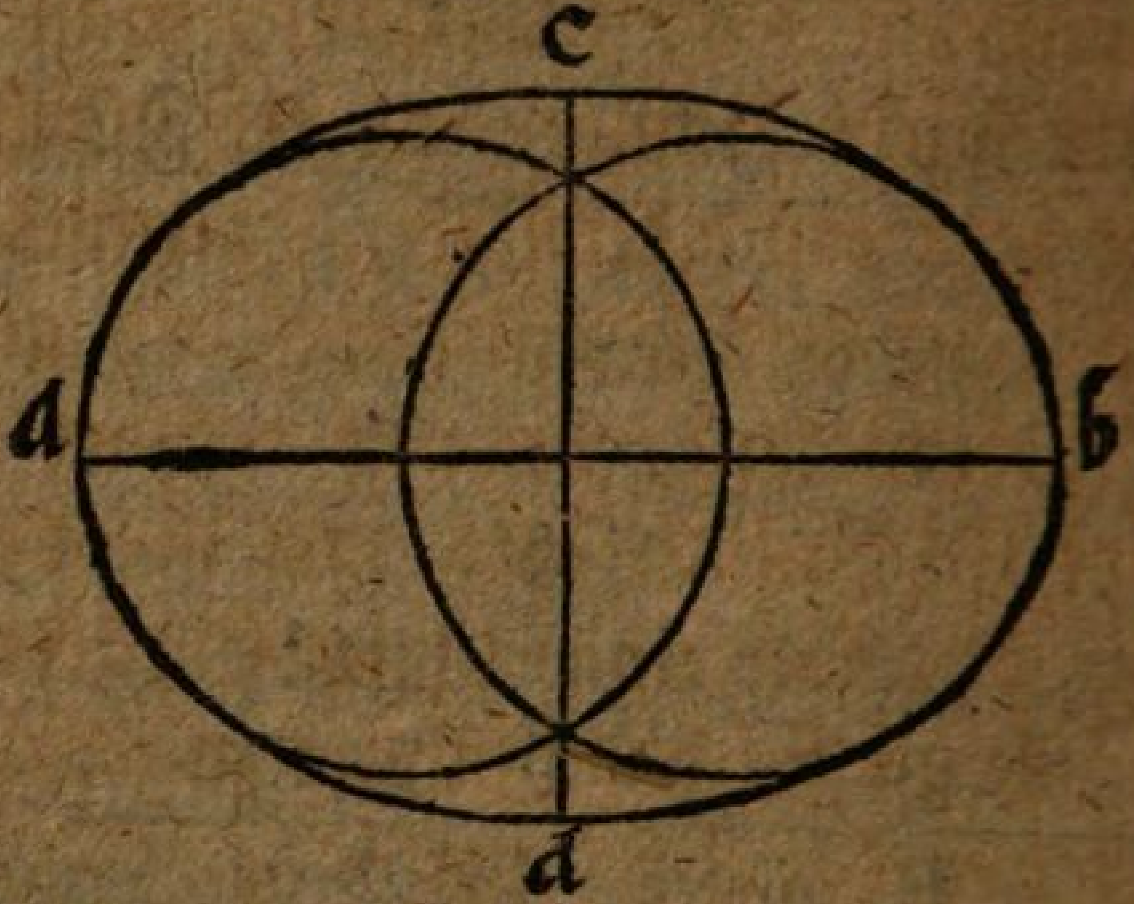
gegen einander eingerichtet:

35742 R. gleich 571890.

1 R. gleich 16 Fuß bey nahen, so viel auf eine Ruthe gerechnet.

Nachdem wir bißher mit Circul-runden Figuren und Räder-Werck zu thun gehabt, wollen wir auch ein paar Exempla von Oval-Figuren hinzu setzen.

CXIX. Item, es wird gefragt, wie eine Oval-Figur in einen Circul zu verwandeln?



Von Aufreissung dieser Figur giebt Unterricht die 16. Fürgabe des andern Theils des ersten Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens; solche aber in einen Circul zu verwandeln, geschicht also: Man nimmt die Helffte des Diameters ab, wie auch die Helffte von cd, sucht darzu mediam proportionalem, nach Unterricht der 11. Fürgabe ermeldten andern Theils des ersten Buchs, solche ist der halbe Theil des Diameters Circuli, der dem Oval gleich.

CXX. Item, es wird gefragt, wie der Superficial-Inhalt einer Oval-Figur aus-

auszurechnen sey? Antwort, man verwandelt solche Oval-Figur erst, nach Unterricht ietzt ermeldten 119. Exempels, in einen Circul mit Duplirung des gefundenen Diameters, darauf rechnet man des Circuls Inhalt aus, wie bey vorgehenden 99. Exemplo dieser Gallerie gewiesen, so ist solcher Inhalt zugleich der Inhalt der Oval-Figur.

Als: es sey bey vorgehenden 119. Exemplo der halbe Diameter von a b, 8., und der halbe Diameter von c d, 2., diß mit einander multiplicirt, thut 16., hieraus ist die Quadrat-Wurtzel 4. als media proportionalis und der halbe Theil des Diametri Circuli, so an seinem Superficial-Inhalt dem Oval gleich.

Oder: Man nehme auch gleich alsobald den gantzen Diametrum a b 16., und c d 4., multiplicire beydes mit einander, thut 64. hieraus die Quadrat-Wurtzel 8. vor den gantzen Diametrum Circuli dem Oval am Inhalt gleich.

Wenn ich nun gedachten halben Dia-

metrum Circuli 4. gedoppelt, oder alsobald nach der andern Manier den gantzen 8. nehme, und nach Anweisung ermeldten 99. Exempels den Superficial-Inhalt suche, so kommt vor denselben 201$\frac{1}{7}$. Womit alles vorgehend in so vielen herrlichen Exemplis männiglichen von mir zu guten Nutz und Gebrauch, und nicht nur etwan zur blossen Speculation, eingerichtet und beschrieben, da sonderlich unter andern in den Visirungen und Vergrösserung derer Wein-Gefässe, und in streitigen Meilen-Messungen Hauß-Väter auf dem Lande und in Städten dadurch dienliche Nachricht haben. Es lauffen aber die mathematischen Künste und Scientien, und darunter absönderlich die unendlich fürtrefflich beyden, nehmlich Arithmetica und Geometria, dermassen in aller Menschen hohen und niedern Standes Professiones, daß weder der Höchste noch der Geringste derselben in der Welt entrathen kan, wie ich nachfol-

gends

gends auch mit etlichen Exemplis zeigen will, wie hohe Kriegs-Officirer, und hohe Potentaten in ihren Kriegs-Expeditionen derselben absonderlich bedürfftig.

CXXI. Item, ein grosser Herr läst sich zu seinem Feld-Zuge ein Zelt verfertigen, soll auf der Erde in die Rundung 50. Ellen, und von der Spitze biß zum Umkreiß 16. Ellen halten, wenn nun hierzu fein Tuch genommen wird, dessen Breite $2\frac{1}{2}$. Elle, so ist die Frage, wie viel man solches Tuches darzu bedürffen werde? Facit 160. Ellen.

Multiplicire 25 die halbe Rundung
mit 16 der Höhe.

kommen 400 quadrirte Ellen, die man zum Zelt haben muß, diese dividire durch $2\frac{1}{2}$. Elle, facit 160. Ellen.

CXXII. Item, ein Obrister läst sich ein Zelt verfertigen 8. Ellen perpendiculariter in der Mitten hoch, und unten in seinem Diametro der Rundung auf

der Erden 12. Ellen, brauch dazu Zwillig $1\frac{1}{2}$. Elle breit, ist die Frage, wie viel er dessen darzu bedürffen werde? Facit $177\frac{1}{7}$. Ellen.

Multiplicire die Höhe quadratè
8 mahl 8
ist 64
quadrir semid. 6. ist 36
addir 100
hieraus rad. quad. 10.

Suche der Basis Rundung.
7 giebt 22 was 12?
facit $37\frac{5}{7}$.
halbir $18\frac{6}{7}$.
mit der Höhe 10 multiplicirt
$265\frac{5}{7}$.
durch $1\frac{1}{2}$ Ellen dividirt.
facit $177\frac{1}{7}$ Ellen.

CXXIII. Item, man hat hiebevorn (son-

(sonderlich in dem Ungarischen Kriege) die Schlacht-Ordnungen insgemein gevierdt gemacht, und solche gevierdte Ordnung gehalten, solte auch gleich eine Armee hundert tausend Mann starck gewesen seyn, wie hiervon ein berühmter Obrister aus eigner Erfahrung geschrieben.

Solte nun ein grosser Herr anderweit nach dergleichen Ordnung gehen, (wiewohl die Zeit immer bequemere Verfassung gelehret) und eine Armee zum Exempel etwan auf 50176. Mann wider den Feind gevierdt ins Feld und Schlacht-Ordnung stellen wollen, ist die Frage, wie viel Mann in ein Glied kommen würden? Antwort 224. Mann, so viel nach der Länge und auch so viel nach der Breite.

Wird allein durch Ausziehung der Quadrat-Wurtzel gemacht.

117
50176 | 224 facit.
442
84
444
1776

CXXIV. Item, ein Feld-Herr hat 57122. Mann beysammen, die will er in eine Schlacht-Ordnung stellen, welche 2. mahl so lang als breit seyn soll, wird gefragt, wie viel Mann in ein Glied nach der Länge und Breite kommen werden? Antwort 169. Mann nach der Breite, und 338. Mann nach der Länge.

Rechne es cossice also:

Sprich:

1 R. breit
2 R. lang in einander multiplicirt

thun 2) 2 Z. gleich 57122.

V) 2 Z. gleich 28561.

1 R. gleich 169. breit
duplirt 2

facit 338 lang.

Oder

Oder noch kürtzer, nur auf gemeine Art:

halbir 57122.

kommt 28561.

Daraus Radix quadrata

thut 169 vor die Breite.

duplirt 2

kommen 338 vor die Länge.

CXXV. Item, ein Feld-Herr hat 49000. Mann, will daraus eine Schlacht-Ordnung formiren, die $2\frac{1}{2}$. mahl so lang als breit seyn soll. Ist die Frage, wie viel Mann in ein Glied nach der Länge und Breite kommen müssen? Antwort 140. Mann breit, und 350. Mann lang.

Sprich:

1 R. breit

$2\frac{1}{2}$ R. lang.

$2\frac{1}{2}$ ℨ. gleich 49000.

5) 5 ℨ. gleich 98000.

V) 1 ℨ. gleich 19600.

1. R.

1 R. gleich 140. breit,
mit $2\frac{1}{2}$ multipl. 350. lang.

Proba:

350
mit 140 multipl.

kommen wieder 49000.

Es ist aber hierbey zu notiren, daß in so grossen Exemplis nach beschehener Extraction die Zahlen selten gerade aufgehen, sondern gemeiniglich etwas übrig lassen, darum man solche Uberreste nur absonderlich merckt, und beyseit setzt, welche die Feld-Herren hernach ihren Armeen nur in Flügeln hinter die ordentlichen Schlacht-Ordnungen mit anhängen. Als:

CXXVI. Item, bey Ordinirung einer Armee von 50000. Mann zu einer gevierdten Schlacht-Ordnung werden 271. Mann, und bey einer grössern von 100000. Mann, 144. Mann übrig bleiben, da bey der ersten 223. und bey der

der andern 316. Mann gevierdt gerade in ein Glied kommen, welches man durch Ausziehung der Quadrat-Wurtzeln gedachter beyder grossen Zahlen leicht erfahren kan.

Und haben zwar vornehme Autores, hocherfahrne Obristen, und Kriegs-Officirer ihren Büchern von der Kriegs-Kunst gewisse Tabellen ausgezogener Quadrat-Wurtzeln einverleibt, dergleichen folgende auch eine ist; allein wem das extrahiren der Quadrat-Wurtzeln recht bekannt, und er darinnen wohl geübt, der wird sich nach solchen Tafeln nicht erst viel umsehen, sondern lieber die Extraction bey allen vorfallenden Zahlen selbst vor die Hand nehmen, wie ich denn Radicem Quadratam leichter aus einer Zahl extrahiren, als ein Exempel dividiren will.

Tafel
Ausgezogener Quadrat-Wurtzeln aus etlichen Zahlen von 100 biß 100000.

Aus.	istR.	Rest.	Aus.	istR	R.
100	10	0	1100	33	11
150	12	6	1150	33	61
200	14	4	1200	34	44
250	15	25	1250	35	25
300	17	11	1300	36	4
350	18	26	1350	36	54
400	19	39	1400	37	31
450	21	9	1450	38	6
500	22	16	1500	38	56
550	23	21	1550	39	29
600	24	24	1600	40	0
650	25	25	1650	40	50
700	26	24	1700	41	19
750	27	21	1750	41	69
800	28	16	1800	42	36
850	29	9	1850	43	1
900	30	0	1900	43	51
950	30	50	1950	44	14
1000	31	39	2000	44	64
1050	32	26	2100	45	75

Noch

Noch zu vorgehender Tafel ausgezogener Quadrat-Wurzeln.

Aus.	istR	Rest.	Aus.	istR	Rest.
2200	46	84	8000	87	79
2300	47	91	8500	92	36
2400	48	96	9000	94	164
2500	50	0	9500	97	91
2600	50	100	10000	100	0
2700	51	99	15000	122	116
2800	52	96	20000	141	119
2900	53	91	25000	158	36
3000	54	84	30000	173	71
3500	59	19	40000	200	0
4000	63	31	50000	223	271
5000	70	100	60000	244	564
6000	77	71	70000	264	304
6500	80	100	80000	282	476
7000	83	111	90000	300	0
7500	86	104	100000	316	144

Aus

Aus dieser Tafel können Kriegs-Officirer, General, Obriste oder Capitaine nun nehmen, so viel zu ihren Armeen, Regimentern oder Compagnien (dieselbe in gevierdte Schlacht-Ordnung zu stellen) nöthig, oder was vor Zahlen nicht hierinnen stehen, dieselben leicht vollends darzu ausrechnen, und mit darein bringen. Und nachdem die Beschreibung und vorgegebene Exercitia der mathematischen Künste, nechst der Ehre GOttes von mir alle dahin gemeynt, daß sie nicht vor die lange Weile zur blossen Speculation und ohne Nutz da stehen, sondern absonderlich jungen Herren von Adel, und dergleichen geschickten Ingeniis zur Ubung und Nutz dergestalt dienen sollen, daß, wenn sie einmahl mit zunehmenden Jahren durch rühmliche Thaten zu Ehren und vornehmen Chargen gelangen, sie sich deren würcklich in praxi bedienen, und dieselben mutatis mutandis gebrauchen können,

nen, wie zeithero mit meinen wenigen Mathematischen Schrifften, und sonderlich mit vorgehenden Geometrischen Lust-Garten, von vielen geschehen. Und ich vorgehend beym 123. Exemplo Erwehnung gethan, daß man nur vor dessen bey den Ungarischen Kriegen gantze grosse Armeen von viel tausend Mann alle zusammen in eine gevierdte Schlacht-Ordnung gestellet, solches aber heutiges Tages mit allem Volck zusammen und auf einen Hauffen nicht also mehr bräuchlich, auch nicht bequem und dienlich, sondern alle Schlacht-Ordnungen ietziger Zeit in abgetheilten Regimentern, Compagnien oder Trouppen, also geordnet werden, daß sie vornehmlich in dreyen Theilen bestehen, als Mitten in der Bataglie und auf den Seiten in rechten und lincken Flügeln, iedes Ort von etlichen eintzelen Regimentern, deren iedes absonderlich ins gevierdte gestellet, auch wohl einige Trouppen darhinter und zum Hinterhalt geordnet:

Als

Als will ich lieber darauf folgends noch Exempla geben, wie solche in praxi zur Nachricht dienlich seyn können.

CXXVII. Item, ein Capitain will seine auf 225. Mann starck bey sich habende Soldaten in eine gevierdte Schlacht-Ordnung stellen, ist die Frage, wie viel deren in ein Glied kommen werden? Antwort 15. Diese Zahl stehet nicht in vorgehender Tafel, muß derohalben die Quadrat-Wurtzel absonderlich darüber ausgezogen werden:

1
225
125 } 15. Mann.
125

CXXVIII. Item, ein Obrister begehrt eine Schlacht-Ordnung zu machen, in welcher 80. Mann in Fronte (oder nach der Länge) und 16. Mann in Flanque (oder nach der Breite) stehen sollen, ist die Frage, wie viel Soldaten er darzu be-

dürf-

dürffen werde, und wie viel Raum und Platz darzu vonnöthen, wenn man auf jeden Mann 21. Quadrat= oder gevierdter Schuch rechnet? Antwort 1280. Mann, und 105. Quadrirte Dreßdnische Ruthen.

Rechne erst wie viel Soldaten,

Sprich:

80 front.
mit 16 flancq. mult.

thun 1280 Mann.

Weiter:

1. Mann braucht Raum 21. Quadrat=Fuß, was 1280. Mann? facit 26880. Quadrat=Fuß.

Diese Quadrat=Fuß durch Quadrirte Dreßdnische Ruthe (die 8. Ellen oder 16. Fuß und quadrirt 256. Quadrat=Fuß hält) nehmlich durch 256. dividirt, thun 105. Quadrat=Ruthen Raum vor das gantze Regiment derer 1280. Soldaten.

Es gebrauchen sich ihrer viel auch des Reinländischen Fusses, und derselben Ruthen, welche 12. Fuß lang, und also 144. Quadrat-Fuß sind.

So ist bekannt, daß man selbige 12. Schuhige Ruthe auch in 10. Theile zu vertheilen pflegt, welche bequem bey der Fortification zu gebrauchen.

CXXIX. Item, ein General hat 5000. Mann, davon will er eine Ordnung machen, welche in Fronte 2. mahl so lang seyn soll, als in Flancq, frage nach der Zahl der Soldaten in Fronte und *Flancq*: Fac. 50. Flancq, und 100. Front.

Mach es cossice, sprich:

2 R. front.
1 R. fl.

2) 2 Z. gleich 5000.

V) 1 Z. gleich 2500.

1 R. gleich 50. flancq.
2 dupl.

100 front.

Oder

Oder:
Auf gemeinen Weg kürtzer nur also:

5000 halbir

2500.
extr. rad. 50 flancq.
100 font.

CXXX. Item, ein General hat 4800. Mann, will dieselbe also ordiniren, daß die Fronte 3. mahl so lang sey, als die Flancq, frage, wie lang und breit? facit 40. Flancq. 120. Front.

Ist leicht:

3.) 4800
V) 1600
40 flancq.
mit 3 mult.
facit 120 front.

Und zwar bey diesem und vorgehenden Exemplis in geraden Zahlen, wo es im dividiren und extrahiren gerade aufgeht, wo es aber nicht gerade aufgehet,

und nicht nur im extrahiren, sondern auch im dividiren etwas übrig bleibt, wie es da zu machen, will ich durch folgende 4 Exempla weisen.

CXXXI. Item, so 5440. Mann in eine Schlacht-Ordnung gestellet werden sollen, welche in Fronte 2. mahl so lang als in Flancq, ist die Frage, wie viel Mann in Flancq und Fronte kommen würden? Antwort in Flancq 52. und in Fronte 104. Mann, und blieben übrig 32. Mann, im Flügel mit anzuhängen.

Wird also gemacht:

5440 halbirt

2720.

hieraus 52 radix quadrata thut
duplirt 2 flancq.

104 front.

Und bleiben übrig im extrahiren 16. Wenn man nun zur Proba Front und Flancq in einander multiplicirt, so kom-

kommen nur wieder heraus 5408. Mann, sollen aber 5440. seyn, mangeln 23. Mann, diese 23. geben sich, wenn man den Rest 16. bey der Extraction duplirt (weil die Division vorher durch 2. geschehen) und solch dupliren 32. zu 5408. addirt, da alsdenn die 5440. Mann in der Proba wieder heraus kommen.

CXXXII. Item, wenn man 6000. Mann in eine gevierdte Schlacht-Ordnung stellen wolte dergestalt, daß solche in Fronte 3. mahl so lang seyn solte, als in Flancq, ist die Frage, wie viel Mann in Flancq und Fronte kommen würden? Antwort: in Flancq 44. und in Front 132. Mann, und bleiben übrig 192.

Wird gleich dem vorgehenden gemacht:

3.) 6000 dividirt

2000

Hieraus 44 rad. quadr. thut flancq.
3 triplirt

132 front.

Und bleiben bey 2000. im extrahiren übrig 64. Diese (weil die Division durch 3. geschehen) mit 3. multiplicirt, thun 192. gantzen Uberrest. Wenn man nun obige Front und Flancq in einander multiplicirt, und die 192. darzu addirt, so kommen die 6000. auch wieder heraus.

CXXXIII. Item, so man 5449. Mann in eine Schlacht-Ordnung stellen wolte, an Gliedern noch einmahl so lang als breit, ist die Frage, wie viel in Front oder Länge, und Flancq oder Breite kommen würden? Antwort 104. in Front, und 52. in Flancq, und blieben übrig 41. Mann, so zur reserve, oder im Flügel mit anzuhengen.

2) 5449 dividirt

2724

dar-

daraus 52 radix quadr. vor die
flancq oder Breite
2 duplirt

kommt 104 front oder Länge.

Gleichwohl bringen diese flancq und front in einander multiplicirt nichts wieder heraus, sondern nur 5408. Darum muß man die Uberreste darzu addiren; als bey der Division bleibt nur eins einfach, bey der Extraction hingegen 20. so zu dupliren, zusammen 41. solche zu 5408. addirt, bringt in der Proba die 5449. vollkommlich wieder heraus.

CXXXIV. Item, ein General-Feld-Marschall will 8000. Mann also ordiniren, daß solche in fronte 3. mahl so lang stehen sollen, als in flancq, ist die Frage, wie viel in front und flancq? Antwort 153. in front oder Länge, und 51. in flancq oder Breite.

3.) 8000 dividirt,

2666 hieraus rad. quad.

51 flancq. oder Breit.

3 triplirt

153 front.

Und kommen (wenn man Front und Flancq in einander multiplicirt) die 8000. Mann zur Proba zwar auch nicht gerade wieder heraus, sondern mangeln daran 197. die sind aber übrig geblieben 2. eintzelen im dividiren, und 65. im extrahiren (so 3 fach zu nehmen) und machen zusammen ermeldte 197. Wenn man nun solche zu der Zahl der ineinander multiplicirten Front und Flancq (so 7803. austrägt) addirt, so kommen zur Proba die 8000. auch just wieder heraus.

Und also mit allen andern dergleichen Exemplis, sie mögen in grössern oder kleinern, auch geraden oder ungeraden Zahlen bestehen, und gleich 2. 3. 4. oder

oder mehr mahl länger als breit genommen werden.

CXXXV. Item, man will ein Regiment also ordnen, daß inwendig Piquenirer gestellet werden sollen, deren Hauffe 30. in Fronte, und 15. in Flancq, um solchen Hauffen um und um will man Mußquetirer stellen 8. Mann dicke, ist die Frage, wie viel Piquenirer und Mußquetirer hierzu gehören? Antwort 450. Piquenirer und 976. Mußquetirer, zu sammen 1426. Mann.

30 front.
15 flancq. multipl.

facit 450 Piq.

Weiter:

30 front.
zu 8. dupl. 16 als hinten und vornen

add. 46.

Item:
zu 15 flancq.
8 duppelt 16 add.

31
diß mit 46 mult.

kommen 1426 Mann zusammen
Piq. 450 subtr.

R. Mußq. 976.

CXXXVI. Item, es sollen 2500. Mann also in eine gevierdte Schlacht-Ordnung gestellet werden, daß davon 1600. Piquenirer in die Mitte kommen, und 900. Mußquetirer um dieselben um und um in gleicher Dicke. Frage nach der Dicke der Mußquetirer? Antwort 5.

1600
900 add.

2500
radix 50 die auswendige front
und flancq.

Wei-

Weiter:

1600

radix 40 diß von 50 subtrahirt, Rest 10.

Vor die duppelte Dicke der Mußquetirer, deren Helffte 5. ist die begehrte Dicke der Mußquetirer um und um auf allen Seiten.

CXXXVII. Item, man hat eine Armee in Schlacht-Ordnung gestellet 100. Mann in fronte und 50. in flancq, weil aber noch Volck übrig, will man front und flancq iede mit 10. Mann vermehren, ist die Frage, wie viel solches Volcks zusammen, und der Zusatz besondern seyn werde? Antwort die gantze Armee (so zuvor nur 5000. Mann gewesen) trägt nun mit dem Zusatz 6600. und der Zusatz allein 1600. Mann aus.

100. front
mult. 50. flancq.

thut 5000.

Setze nun front und flancq jeden 10. zu

110
60

kommen 6600 Mann
hiervon 5000 subtr.

Rest Zusatz 1600.

CXXXVIII. Item, ein Colonell will eine ablänglichte viereckigte Schlacht-Ordnung anstellen von 2100. Mann, darinnen die Front gegen die Flancq in Proportione stehen soll, wie 7. gegen 3. ist die Frage, wie viel Mann in Front und Flancq zu stehen kommen werden? Facit 70. in front, und 30. in flancq.

Mach es coffice:

7 R.
3 R.

21) 21 Z. gleich 2100.

V) 1 Z. gleich 100.

1 R. gleich 10. diß
7 mahl genommen thut 70 front.
3 mahl = = 30 flancq.

Oder nur also:

7.
3.

21 geben 49 als 7. qu.) was 2100?

4900.

daraus R. 70 front.

2100. per frontem 70. dividirt, kommt 30. flancq.

CXXXIX. Item, man begehrt zu wissen, wie viel Volcks in Schlacht-Ordnung auf 4200. Ruthen Feldes gestellt werden könne, da man auf ieden Mann 3. Fuß in front und 7. Fuß in flancq Raumes rechnet? Antwort 51200. Mann.

Die 4200. Quadrat-Ruthen multiplicire mit 256. Quadrat-Fuß (bey vorgehenden 128. Exemplo beschrieben) zu

Quadrat-Fuß, kommen 1075200. Quadrat-Fuß.

Sprich nun:

3 Fuß front
7 Fuß flancq.

21. Quadrat-Fuß Raum gehören 1. Mann, wie viel Mann kommen auf 1075200. Quadrat-Fuß? Antwort: 51200. Mann.

CXXX. Item, man will eine gevierdte Schlacht-Ordnung machen, darinnen 50. Mann in fronte und 30. in flancque stehen, um und um aber nur 10. Mann dicke seyn sollen, also, daß mitten ein gevierdter Platz oder Raum verbleibe. Ist die Frage, wie viel Volcks hierzu gehöre? Antwort 1200. Mann.

Mult. 50 front
mit 10 der Dicke

500 eine Seite
500 die andere

1000.

Weiter:

Mult. 10 die Dicke quad.

thut 100
100 noch

200
hierzu 1000. Mann.

facit 1200. Mann.

CXLI. Item, man hat 2500. Mann, nehmlich 1600. Mußquetirer, und 900. Piquenirer, will die in eine gevierdte Schlacht-Ordnung stellen, daß die Piquenirer inwendig kommen, ist die Frage, wie dicke die Mußquetirer und Piquenirer gestellet werden müssen? Antwort: die Piquenirer inwendig müssen beydes in front und flancq 30. Mann (so 900. thut) und die Mußquetirer in der Dicke 20. Mann haben.

Aus 2500	von 2500
extrah. rad. 50	subtr. 1600
subtr. 30	
	Rest 900
Rest 20	extr. rad. 30
die Dicke der Mußq. zu beyden Seiten deren Helffte 10.	ist also diß die front und flancq. von 900.

Multiplicire 50
mit 30

thut 1500
quad. 10. und add. 100

facit 1600 Mußq.

CXLII. Item, man hat 2. Compagnien Volcks, die eine von 115. die andere von 169. Mann, will die erste in eine Triangular oder Dreyeckigte, die andere in eine geviertdte Ordnung stellen, ist die Frage, wie solches zu thun sey, und wie viel Mann in eine iede der äusersten Glieder kommen? Antwort: Man muß aus der ersten Zahl Radicem Triagonalem und

aus

aus der andern Radicem Quadratam extrahiren, so kommen bey der ersten zu äuserst in ein Glied 15. und in der andern 13. Mann.

Notandum.

Nachdem die Ordinirungen nach den Polygonal-Zahlen mehr zur Speculation als Nutzbarkeit dienen, und in praxi keines weges also gebräuchlich, wie die gevierdten Ordnungen; als will ich mich dabey nicht aufhalten, da ich sonst gnungsame Exempla auf dergleichen Polygonal-Zahlen in trigonalien, pentagonalien, hexagonalien und andern geben könte: will aber doch diejenigen, welche zu dergleichen Speculationem Lust haben möchten, in meine Arithmeticam verwiesen haben, allda ich hinten kurtz vor der Coß gnungsame Anleitung gegeben, wie man allerley Polygonal-Wurtzeln extrahiren solle.

Hier wird das erste Exempel also gemacht:

Die

Die halbe Differentz der Ubertretung ist $\frac{1}{2}$. damit dividirt man 115. kommt 240. daraus radix quadrata thut 15. die begehrter Trigonal-Wurtzel, das überbliebene läst man fahren. Beym andern Exempel extrahirt man nur aus 169. rad. quad. facit 13.

CXLIII. Item, vorgehend war die Trigonal-Wurtzel nach einem gleichseitigen Triangul, hier wollen wir setzen, es sey eine gevierdte Figur in Fronte 16. in Flancq 9. haltend, ist die Frage, wie viel Mann erstlich in solche gevierdte Ordnung gehörig, und wenn man daraus 2. Dreyeckigte Ordnungen formiren wolle, die in Gestalt zweyer recht-wincklichten Triangul heraus kommen solten, wie das zu thun, und eines ieden äusserste Seite und Inhalt seyn würde? Antwort in die gevierdte Ordnung gehöreten 144. Mann, diese mitten durch eine Diagonal-Lineam getheilet, gebe 2. rechtwincklichte Triangul, daran unter den 3.

Sei-

Seiten, die erste 9. die andere 12. und die dritte 15. ieder Triangul aber 72. hielte. Dabey aber zu erinnern, daß diß in gegenwärtigem Exemplo mehr zur Theoria und Speculation als Nutzbarkeit dienlich, und sich so füglich nicht in eine Triangular-Ordnung bringen läst, als wie bey vorgehendem 142. Exemplo mit gleichseitigen Triangulen geschehen kan, wiewohl (als vorgedacht) beyde in praxi nicht sehr nützlich und bräuchlich, und man billig bey den gevierdten ietzt in allen Bataillien gebräuchlichen Ordnungen mit Stellungen der Regimenter, Compagnien, Truppen und Flügel verbleibt, davon vorgehend gar gnugsame schöne und nützliche Exempla gegeben und angewiesen worden, dabey wir es verbleiben lassen, und zum Beschluß nachfolgends nur noch figürlich vorstellen wollen, was beym 142. Exemplo gelehret.

Figürliche Vorstellung aus vorhergehendem 124. Exemplo.

o o o o o o o o o o o o o

Folgen noch andere nützliche Exempla.

CXLIV. Item, ein ablänglicht gevierdt Feld-Lager hat in seinem Quadrat-Inhalt 6400. gevierdte Ruthen, und ist breit 50. Ruthen, davor will man ein recht Quadrat oder gleichseitiges Viereck abstecken, das mit dem ablänglichten gleiches Inhals sey, ist die Frage, wie lang die übrige lange Seite des ablänglichten, und eine Seite des Quadrats sey? Antwort 128. Ruthen, und des Quadrats 80. Ruthen.

Erstlich

Dividire den Inhalt der 6400. Quadrat-Ruthen durch die kurtze Seite des ablänglichten Vierecks, nehmlich durch 50. kommen 128. Ruthen vor die lange Seite.

Vors andere

Extrahire aus 6400. Quadrat-Ruthen die Quadrat-Wurtzel, kommen 80. Ruthen vor iede Seite des Quadrats.

CXLV.

CXLV. Item, man nimmt ein Stück Feld, legt darauf einen schönen Lust-Garten in Form eines gleichseitigen 6. Ecks an, misset aus dem Centro biß in ein Eck 144. Ellen lang (wie in beygefügter Figur sub lit. a b. zu sehen) mitten um das Centrum a sticht man um und um gleichfalls ab ein kleines 6. Eck, dahin in solcher Form ein Lust-Hauß zu setzen, diß soll gerade den 16. Theil des gantzen Gartens in sich begreiffen, ist die Frage, wie lang eine inwendige Linea (a c) zum Lust-Gebäude seyn müsse? Antwort 36. Ellen.

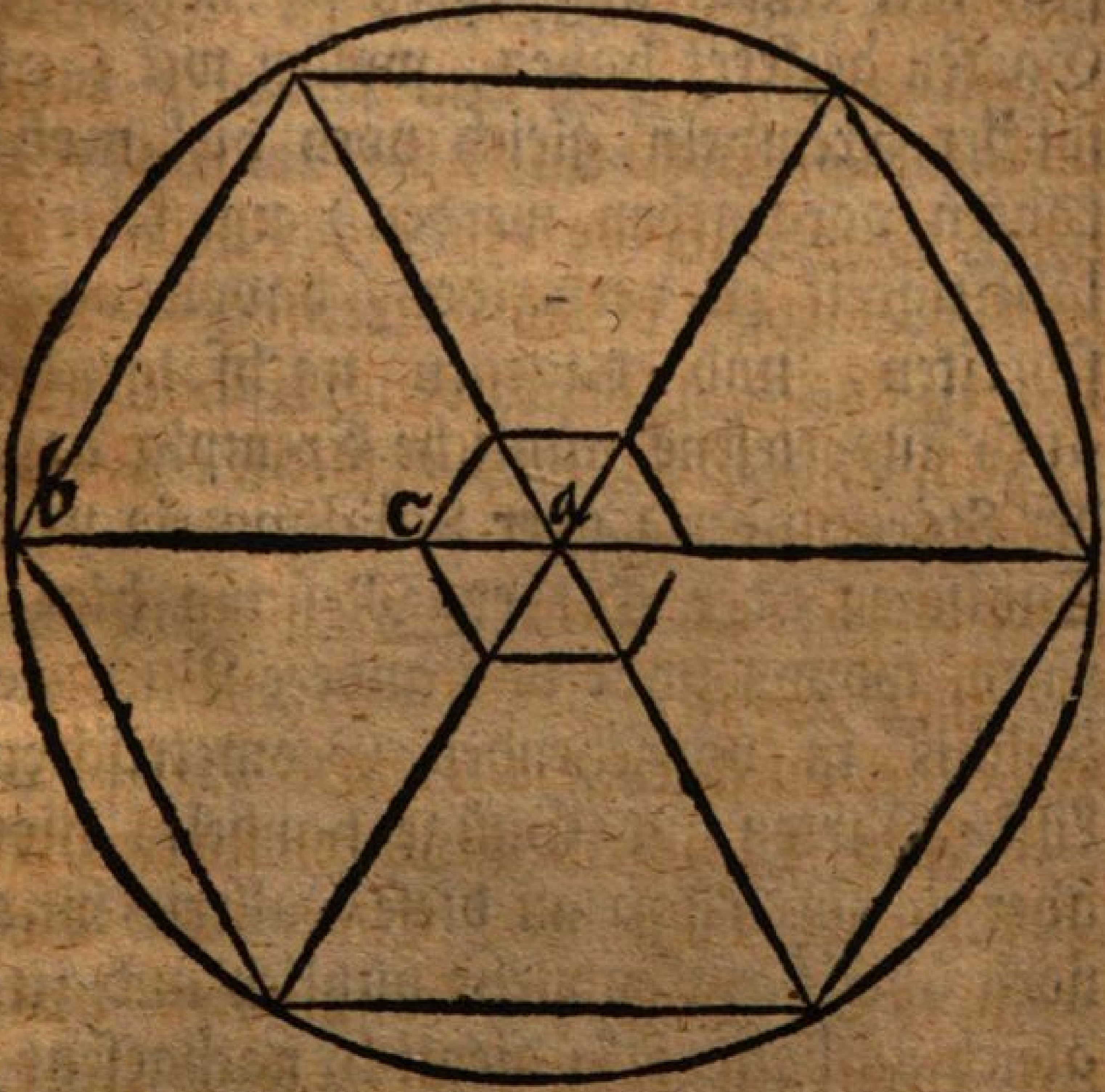
quadrire a b 144 Ellen

thut 20736

diese divid. durch 16. fac. 1296.

Aus 1296. extrahire Radicem Quadratam facit 36. Ellen vor die Länge a c, diese zu 6. mahlen um das Centrum herum gezogen, giebt das inwendige gleichseitige 6. Eck zum Gebäude. Zur Proba kan man den In-

Inhalt des grössern und kleinern 6. Ecks bey ieden durch Ausrechnung vier gleichseitiger Triangulen suchen, nach Unterricht der dritten Fürgabe im fünfften Theil des ersten Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens.



Nachdem wir nun vorgehend eine ziemliche Anzahl allerley schöner und nütz-

nützlicher ad praxin dienlichen Exempeln an diese Gallerie gebracht, und solche auf die Longometriam und Planimetriam biß auf die Extractiones der Quadrat-Wurtzel gerichtet, auch solche bey vorgehenden 145. Exemplo gleichsam mit einem angelegten schönen Lust-Garten gezieret haben, wollen wir (ob solcher Exempeln gleich noch viel mehr könten vorgegeben werden) um Weitläufftigkeit zu vermeiden, davon ausschreiten, und dagegen nachfolgends auch auserlesene nützliche Exempla aus der Stereometria oder Solidimetria und Cubischen oder Cörper-Messung hinzu setzen, wovon zwar das andere Buch de Solidis in vorgehenden Geometrischen Lust-Garten zur Gnüge handelt, hier aber de superfluo an diese Gallerie, was noch über dasselbe mehr nützlich und zugleich ad bene esse dienlich, nachgesetzt, denn man doch nimmermehr die Fürtrefflichkeit und Nutzbarkeit mathematischer

tischer Künste gnungsam beschrieben, ja offt der Tausende (so darinnen keine Erfahrung hat) nur dieses nicht begreiffen kan, wie das müglich seyn könne, aus dem Fundament der 47. Proposition des ersten Buchs Euclidis alle Höhen, Weiten, Breiten und Tieffen, ja gleichsam Himmel und Erden auszumessen, oder nur die Höhe eines Thurms von der Erden zu erfahren, da man nicht allein durch künstliche und in Grad und Minuten abgetheilte Instrumenta auf solche Höhen sein Absehen richtet, und durch Grad und Minuten, nebenst einer eintzigen auf der Erden darzu ausgemessenen Linea, eines hohen Thurms Höhe erfähret, sondern dasselbe auch nur mit einem in 4. Theil getheilten und einem daran auf $\frac{1}{4}$. gestossenen Creutzlein practiciren kan, also, daß offt, wenn junge Leute bey mir gestanden, und mich damit practiciren sehen, es nicht glauben können, daß es müglich sey, eine der-

gleichen Höhe von der Erden hinauf zu erfahren, wo man nicht hinauf stiege, und mit einer Schnure herunter messe, biß ich ihnen die Müglichkeit etwan an einem niedrigern Gebäude gewiesen, da sie die Proba daran machen, und meine durch das Absehen und auf der Erden beschehene Messung mit einer Stange oder Schnure an dem Gebäude nachmessen können: Die Solidimetria oder Cubische und Cörper-Messung auch so nöthig ist, und so voller Nutzbarkeit steckt, daß nimmermehr keiner *in* der *F*ortification, Architectura und derglei-chen dem gemeinen Wesen nöthigen Künsten was Gründliches wird præsti-ren können, der hierinnen keine Erfahrung hat, welches auch abzunehmen aus den Exempeln der Visir-Kunst, wovon ich schon zum Prægusto vorgehend einige mit eingesprengt; ja es erstreckt sich diese Cörper-Messung auch so gar biß auf die Lumina Cœli und Vergleichung Son-

ne,

ne, Mond und Sternen in ihrer Grösse gegen einander nach ihren Diametris, wie hiervon Exempla zum Beschluß dieser Gallerie werden zu sehen seyn. Wir wollen aber anietzo bey vorhabender Cörper-Messung mit Vorhersetzung einer ausgerechneten Sphæræ (indem die 5. corpora Regularia pflegen darein geschrieben zu werden) daraus noch einsten der 5. corporum Regularium Meldung thun, und dieselben über allbereit in den Beschluß-Exempeln meiner Arithmetica, wie auch in vorgehenden Geometrischen Lust-Garten kurtz vor der Visir-Kunst beschehene Beschreibung, noch mit wenigen illustriren.

CXLVI. Item, in ietzt angezogenen Geometrischen Lust-Garten kurtz vor der daselbst beschriebenen Visir-Kunst und den regulirten Cörpern, ist der Cubische Inhalt einer Sphæræ, Globi oder Kugel auf 905$\frac{1}{7}$. Cubische Zoll befunden, und wie solche auszurechnen, daselbst

gewiesen worden, ist die Frage, wie man hingegen aus diesem Inhalt die äuserliche Superficiem an Quadrat-Zollen, und die Axin oder Diametrum an einfachen oder linealischen Zollen dieses Globi finden solle, und wie viel iedes austrage? Antwort: der Diameter thut 12. Zoll, und die Superficies $452\frac{4}{7}$. Quadrat-Zoll, und wird also gemacht:

Erstlich

Wird gesucht Axis oder Diameter Globi,

Setze, derselbe sey 1. R.

Darauf suche aream circuli,

Sprich:

7. Diam. giebt 22 circumf. was 1. R. D?

Antwort $\frac{22}{7}$ R. circumf.

Diß halb genommen thut $\frac{11}{7}$ mit $\frac{1}{2}$ R. dem halben Diam. multipl. facit $\frac{11}{14}$ area circuli.

Diß

Diß mit $\frac{1}{6}$ R. (so $\frac{1}{3}$ des halben Diametri) multipl. thut $\frac{11}{84}$. cubic-Schuch, solche mit 4. mult. kommen

	$\frac{44}{84}$ cub.	gleich	$905\frac{1}{7}$.
	11 cub.	gleich	19008
extr. V c	1 cub.	gleich	1728.
	1 R.	gleich	12. Zoll.

Vors andere:

Suche nun auch Superficiem:

Sprich:

7. Diam. giebt 22 circ. was 12 D.?

Antw. $\frac{264}{7}$.

Deren Helffte $\frac{132}{7}$ mit 6. dem halben Diametro multipl. facit $\frac{792}{7}$ area des grössern Circuls, mit 4. kommen $\frac{3168}{7}$ oder $452\frac{4}{7}$ Quadrat-Zoll die äuserliche Fläche.

Oder

Mult. 12. Diam. des grössern Circuls mit $37\frac{5}{7}$. seiner Circumferentz, fac. $452\frac{4}{7}$. Quadrat-Zoll.

Dieses, zumahl vorgehendes mit Suchung des Diametri Globi, ist zwar was mühsam, iedoch dadurch die Müglichkeit gewiesen aus dem bekannt gegebenen Cubischen Inhalt eines Globi dessen Diametrum, und hernach den Superficial-Inhalt um denselben zu finden.

Man darff aber solcher Arbeit nach dem ersten Modo nicht, wenn man dergleichen Kugeln oder Knöpffe auszurechnen bekommt, so man sich nur alsobald den Diametrum als bekannt mit anzeigen läst, oder denselben an *einer Kugel* sucht oder ausmisset, wie bey vorangezogenem Exempel und *desselben* Ausrechnung im Geometrischen Lust-Garten zu sehen. Im übrigen hat diß gar viel Nutzbarkeiten in sich, indem man nicht allein in Bekleidung oder *Vergüldung* solcher Globorum die Ausrechnung über die Superficiem um und um darnach machen, und dadurch wissen

kan,

kan, wie viel man der Materien darzu benöthiget, sondern auch die schweren grösser und kleiner Kugeln von einerley Materie dadurch gegen einander verglichen werden können.

Folget nun

Vorhergehend versprochener weiterer Bericht von denen 5. Corporibus Regularibus.

Dieser corporum Eigenschafft und was gelehrte Mathematici davon gehalten, noch in etwas zu gedencken, haben sich zwar einige vor Zeiten gefunden, welche solche nebenst dem 10. und 12. Buch Euclidis (weil darinnen schwere Dinge, zumahl in surdischen und binomischen Zahlen, enthalten) lieber von der Mathesi ausschliessen, und vor nichts dienlich halten wollen.

Allein, was vor eine Weißheit und scharffsinniger Verstand darunter begriffen, haben nicht allein die alten Philosophi, als Proclus über den Euclidem, und Pla-

to selbst gelehrt, sondern es hat auch hiervon gar ausführlich geschrieben der gelehrte Kayserliche Mathematicus Keplerus in seinem Tractatu Harmonices Mundi, den man darüber aufschlagen, und bey ihm nachsehen kan, was er dadurch unter andern auch vor eine Harmoniam der himmlischen Cörper gegen einander weiset.

Und haben die alten Philosophi aus dem Aristotele die gemeine Persuasion genommen, und davor gehalten, es verglichen sich diese 5. corpora regu*laria* denen 5. Simplicibus corporibus *mundi*, als den 4. Elementis, dem Feuer, der Lufft, der Erde, dem Wasser, und zum fünfften der so genannten Quintæ *Essentiæ*, oder himmlischen Materiæ, welcher Meynung schon vorher der Plato gewesen.

Euclides setzt in seinem 13. Buch diese Cörper in folgender Ordnung, als 1. Tetraedrum den Viergrund, 2. Octaedrum

drum den Achtgrund, 3. Hexaedrum oder Cubum den Sechsgrund, 4. Icosaedrum den Zwantziggrund, und Dodecaedrum den Zwölffgrund: Nachdem aber, gedachter massen, solche den 4. Elementis und dem Himmel verglichen werden, so hat ermeldter Keplerus dieselben nach solchen in dieser Ordnung gesetzt, und erstlich genommen den Cubum als dem Element der Erden zugelegt, hernach Tetraedrum als Ignis Symbolum, drittens Dodecaedrum, Cœli Symbolum, vierdtens Icosaedrum Aquæ Symbolum, und fünfftens Octaedrum Aeris Symbolum; worüber er in angezogenem Tractat seine Ursachen anzeigt.

Diesem nichts benommen, will ich bey angezogener des Euclidis Ordnung verbleiben, und über dasjenige, was ich schon vor diesem in meiner Arithmetica in dem 94. und folgenden Beschluß-Exemplis daselbst, ingleichen in vorgehen-

den meinem Geometrischen Lust-Garten, davon geschrieben, allhier noch eine deutlichere Erklärung mit figürlicher Vorstellung und weit leichterer Ausrechnung, als der alten Mathematicorum mit surdischen und binomischen Zahlen gewesen, hinzu setzen; Denn wie Herr Doctor Hartmann Beyer zu Franckfurt am Mayn in seiner Logistica decimali uns einen guten Weg erfunden, daß wir anietzo nach der Decimal-Rechnung in Irrational-Zahlen die Radices zu Nutz extrahiren können, da man vor Alters, wenn eine Zahl nicht gerade eine Quadrat- oder Cubic-Zahl gewesen, und im extrahiren just aufgegangen, solche nur als surdisch dergestalt hingesetzt: V 1800. Item, V 1500. ÷ 300. Oder V 245. ÷ V 49. und dergleichen: Also hat hingegen der berühmte Mathematische Professor Mathematum zu Franecker Herr Doctor Adrian Metius die Beschwerlichkeit der Irrational-

tional-Zahlen bey Vergleichung und Ausrechnung der Corporum Regularium aus dem Wege geräumet, wenn er darzu gewisse Tabellen verfertiget und gewiesen, wie durch Hülffe derselben solche Corpora gar leicht in ihren Lateribus und Inhalt gegen einander verglichen und ausgerechnet werden können, von welchen Tabellen schon die eine im vorgehenden Geometrischen Lust-Garten, bey der 8ten Fürgabe des fünfften Theils des andern Buchs mit einverleibet, über welche wir aus demselben noch folgende 3. Tabelligen mit hieher bringen, und was zu Vergleichung und Ausrechnung der Corporum zu unserm Vorhaben dienlich, daraus nehmen wollen: Die erste Tabelle kan man im Lust-Garten aufschlagen, denn ich nicht gern ein Ding geduppelt ansetze.

Die andere Tabella.

Zu Vergleichung der Seiten der 5.

corporum regularium zusamt der Sphæra gegen einander, als:

Wenn die Seite eines Cubi 1000. ist, so sind die Seiten

Eines	Tetraedri	2040.
	Octaedri	1285.
	Icosaedri	770.
	Dodecaedri	507.
Diam.	Sphæræ	1240.

Die dritte Tabella.

Wenn die Seite eines Tetraedri 1000. ist, so sind die Seiten

Des	Cubi	490.
	Octaed.	630.
	Icosaed.	378.
	Dod.	249.
Diam.	Sphæræ	608.

Die vierdte Tabella

Weiset an, wie groß iedes Latus eines regulirten Cörpers seyn müsse, dasselbe in eine Sphæram zu beschreiben, deren Axis oder Diameter 1000. ist, als:

Wenn

Wenn Axis Sphæræ 1000. so ist eine Seite des

	Tetraed.	816.
wie dieses 4te Täflein	Octaed.	707.
auch schon in vorgehen-	Cubi	577.
den Lust-Garten be-	Icosaed.	526.
schrieben.	Dod.	356.

Hieraus, wie auch aus angezogner ersten Tabella, kan sich nun ein ieder viel hundert oder tausend Exempla nach Beliebung formiren, nachdem er die Axes Sphæræ oder die Latera corporum groß oder klein nimmt. Ich will hier zum Exercitio nur eine Sphæram, wie bey vorgehenden 146. Exemplo beschrieben, vor mich nehmen, deren Axis höher nicht als auf 12. Zoll gerechnet, und dabey aufs deutlichste und leichteste anweisen, wie groß die Latera corporum Regularium, so man darein schreiben will, seyn müssen, und wie groß eines ieden Inhalt sey. Das übrige auf vielfältig mehr mahl, will ich einem ieden, der Beliebung darzu hat, zu seiner Lust und weiterm Exer-

citio, und zwar nach diesen vorgegebenen Tabellen, zu practiciren frey lassen.

Im übrigen ist bekannt, daß die Regularität dieser 5. Corporum von dieser Eigenschafft, daß wenn man solche in eine Sphæram oder hohe Kugel einschreibt, alle Ecken derselben in der Sphæra anrühren.

Folgen demnach weiter die Exempla, und setz ich zwar (wie vorgedacht) nicht gern ein Ding 2. mahl, darum hab ich hier beydes Inhalt und Form der Corporum vermehrt.

CXLVII. Item, wenn der Diameter oder Axis einer Sphæræ thut 12. Zoll, wird gefragt, wie viel eine Seite des Tetraedri, so man darein bringen wollte, seyn müste, und wie viel dieses Corporis gantzer Cubischer Inhalt, Item, wie es aufzureissen und zu componiren oder construiren sey? Antwort eine Seite $9\frac{798}{1000}$. oder $9\frac{8}{10}$. Zoll bey nahen, der Cubische

dische Inhalt $110\frac{6}{10}$. Cubic-Fuß bey nahen. Die Construction ist zu sehen bey der 6ten Fürgabe des andern Theils des andern Buchs vorgehenden Lust-Gartens.

Ausrechnung der Seite auf zweyerley Wege: Erstlich nach vorgehenden 4ten Täflein

Sprich:

Axis Sphæræ 1000. giebt 816. eine Seite des Tetraedri, was Axis 12? Antwort $9\frac{8}{10}$. Zoll bey nahen.

Vors andere ohne Täflein

quadrir axin Sphæræ 12
12
thut 144
hieraus $\frac{2}{3}$ - 96

Aus solchen Radicem Quadratam (nach der Decimal-Rechnung) gezogen, kommen wie vor auch $9\frac{8}{10}$. Zoll bey nahen.

Ausrechnung des Cörperlichen Inhalts.

Diese geschicht am leichtesten durch das erste angezogener 4. Täflein, welch erstes schon, wie vor gedacht, bey der 8. Fürgabe des fünfften Theils des andern Buchs vorgehenden Lust-Gartens vordessen mit einverleibet worden, und daselbst aufzuschlagen, und nachzusehen. Man sehe in solchem Täflein, was in der ersten Reihe herunter, unter obstehendem Titul Tetr. gegen das Wort Cub. über (Mitten) auf der Seiten vor eine Zahl stehet, die ist 490.

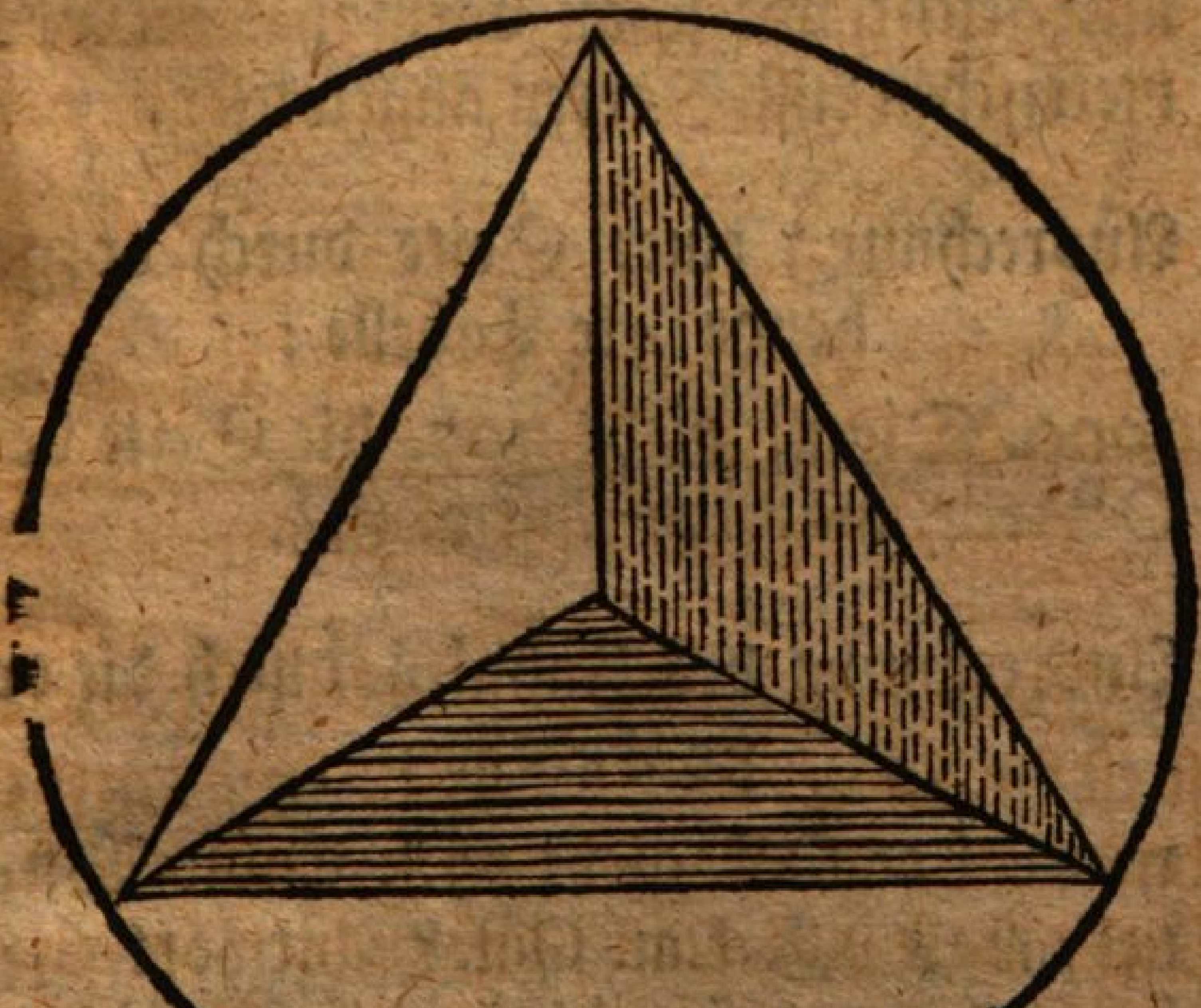
Hierauf setze man diß in die Regul, und spreche:

Wenn das Latus Tetraedri ist 1000. so ist die Cubic-Wurtzel 490. Was giebt das Latus Tetraedri (vorgehend) $9\frac{8}{10}$. Zoll? facit $4\frac{8}{10}$. Zoll, diß cubicè in einander multiplicirt, bringt den Cörperlichen Inhalt des Tetraedri auf $110\frac{6}{10}$. Cubic-Fuß bey nahen.

Ohne

Ohne Täflein kan nun zwar der Inhalt auch gesucht werden, aber gar mühsam, welchen Weg ich, um mehrere Weitläufftigkeit zu vermeiden, allhier vorbey gehe, weil zumahl solcher bey andern Autoribus beschrieben.

TETRAEDRON.



CXLVIII.

CXLVIII. Item, wie viel wird eine Seite und der Inhalt eines Octaedri seyn, so der Diameter Sphæræ, darein es zu schreiben, gleichfalls 12. Zoll, und wie wird es construirt und zusammen gesetzt? Antwort eine Seite bey nahen $8\frac{5}{10}$. Zoll, und der Inhalt $287\frac{1}{2}$. Cubische Zoll bey nahen, und wird construirt und zusammen gesetzt, wie schon vormahls im Geometrischen Lust-Garten angewiesen.

Ausrechnung einer Seite durch vorgehende 4te Tabelle:

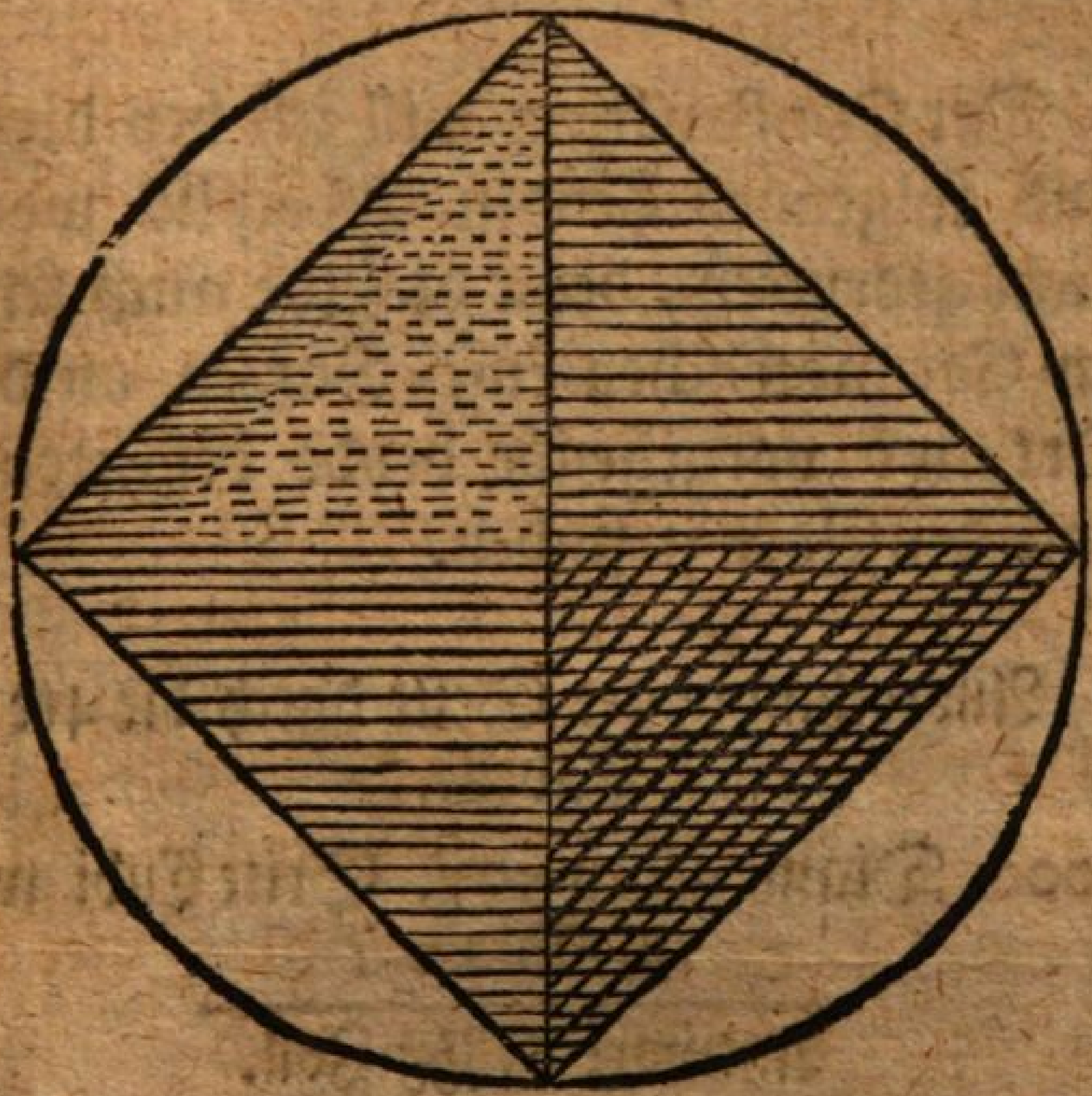
1000. Diam. giebt 707. die Seite des Octaedr. was 12? Antw. $8\frac{5}{10}$.

Ausrechnung des Inhalts durch die erste Tabelle:

1000. Lat. Oct. giebt 778. Cubic-Wurtzel, was $8\frac{5}{10}$. Lat. Oct.? Antwort $6\frac{6}{10}$. bey nahen; diß cubicè in sich multiplicirt, bringt den Inhalt $287\frac{1}{2}$. Cubic-Zoll bey nahen.

OCTAE-

OCTAEDRON.



CXLIX. Item, wie viel wird eine Seite eines Hexaedri, Cubi, oder Sechsgrundes, und desselben Cörperlicher Inhalt seyn, wenn der Diameter gleichfalls, wie bey vorigen Corporibus, 12. Zoll ist? Antwort eine Seite $6\frac{924}{1000}$. Zoll, und

und der Cörperliche Inhalt $331\frac{949}{1000}$ Cubische Zoll bey nahen.

Der Construction will ich bey diesem und folgenden beyden Exemplis weiter nicht gedencken, denn dieselbe auch schon im Geometrischen Lust-Garten an dem Ort, wo vorgehende beyde beschrieben, nach denselben zu finden.

Ausrechnung der Seite durch die 4te Tabelle.

1000. Diam. geben 577. Seite Cubi was 12. Diam.?

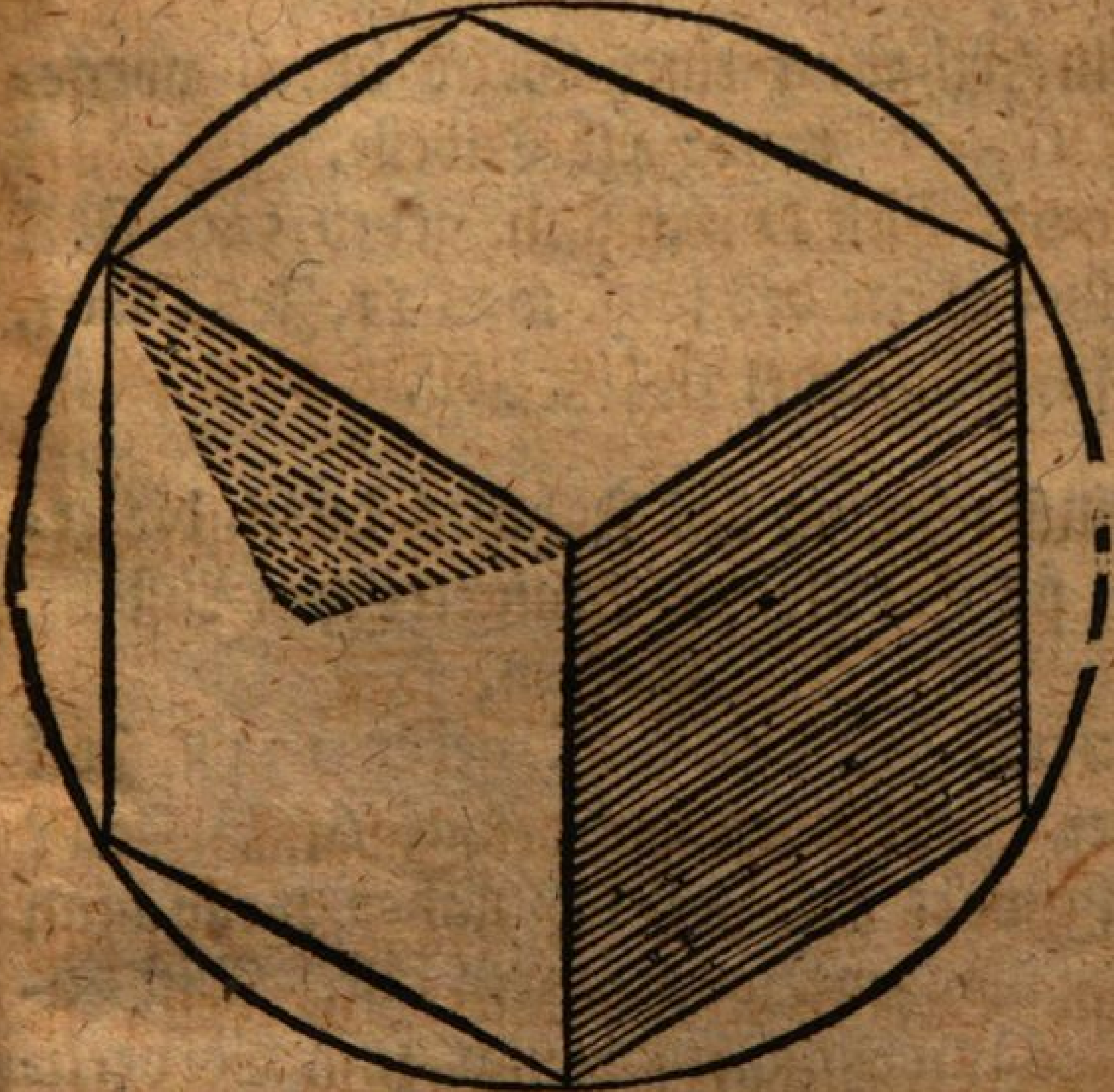
Antwort $6\frac{924}{1000}$ Zoll.

Ausrechnung des Inhalts.

Wenn hier nur die $6\frac{924}{1000}$ Zoll in sich und Cubisch multipliciret werden, so kommt gleich der Cörperliche Inhalt, nehmlich $331\frac{949}{1000}$ Cubische Zoll.

HEXA-

HEXAEDRON
oder
CVBVS.



CL. Item, das Icosaedrum oder Zwantziggründige Corpus wie viel wird dasselbe an einer Seite und zum Cörperli-

lichen Inhalt haben, wenn es in eine Sphæram zu schreiben, deren Axis gleichfalls 12. Zoll? Antwort, an einer Seite $6\frac{312}{1000}$. Zoll, und $571\frac{8}{10}$. Cubic-Zoll zum Inhalt bey nahen.

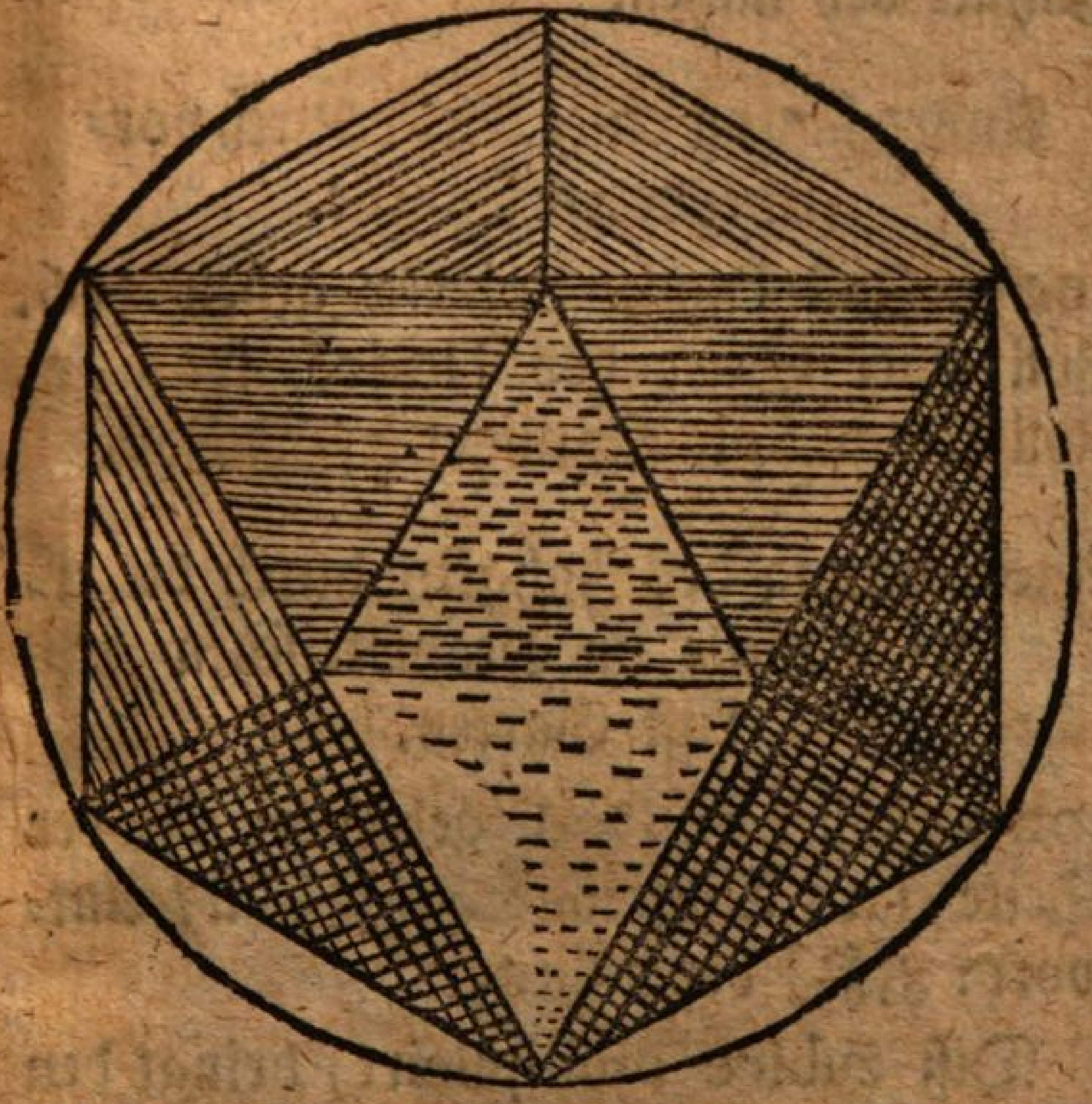
Ausrechnung einer Seite durch vorgehende 4te Tabelle.

1000. Zoll Diam. Sph. geben 526. Zoll einer Seite des Icos. was 12. Zoll Diam. Sph.? Antwort $6\frac{312}{1000}$. Zoll.

Ausrechnung des Inhalts durch die erste Tabelle im Geometrischen Lust-Garten.

1000. Zoll Lat. Icos. geben 1318. Zoll der Seite eines Cubi, was $6\frac{312}{1000}$. Zoll? Antwort $8\frac{3}{10}$. Zoll bey nahen, wenn man den übrigen Bruch fahren läst. Diß cubicè multiplicirt, bringt zum Cörperlichen Inhalt des Icosaedri $571\frac{8}{10}$. Cubic-Zoll bey nahen.

ICOSAEDRON.



CLI. Item, wie viel wird das Dodecaedrum oder Zwölffgründige corpus an einer Seite und zum Cörperlichen Inhalt haben, wenn der Diameter Sphæræ, darein es zu schreiben, gleichfalls

12. Zoll

12. Zoll ist? Antwort: an einer Seite $4\frac{272}{1000}$ Zoll und $626\frac{563}{1000}$ Cubic-Zoll zum Inhalt bey nahen.

Ausrechnung einer Seite durch vorgehende 4te Tabelle.

1000. Zoll Diam. Sphæræ geben 356. Zoll einer Seite des Dodec. was 12. Zoll Diam. Sph. Antwort $4\frac{272}{1000}$ Zoll.

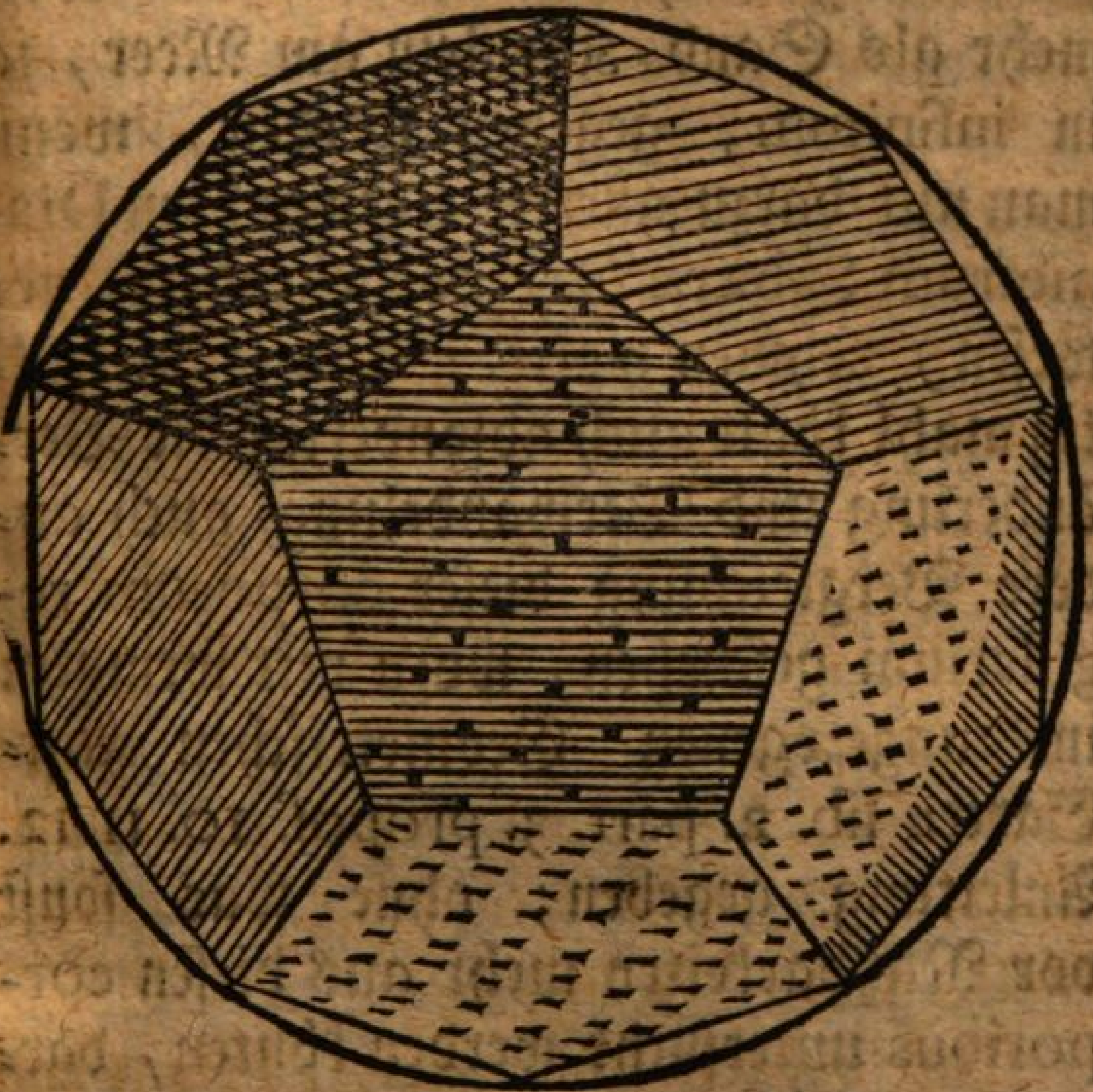
Ausrechnung des Inhalts durch die erste Tabelle im Geometrischen Lust-Garten.

1000. Zoll Lat. Dod. geben 2003. der Seite eines Cubi, was $4\frac{272}{1000}$ Zoll? Antwort: $8\frac{557}{1000}$ bey nahen.

Diß cubicè multiplicirt, bringt den Cörperlichen Inhalt des Dodecaedri auf $626\frac{563}{1000}$ Cubic-Zoll bey nahen.

DODE-

DODECAEDRON.



Hiermit sey auch genung gehandelt von weiterer Erklärung und Vermehrung der Ausrechnung Corporum Regularium, über das, was schon vorhin im Geometrischen Lust=Garten

kürtzlich darüber beschrieben, und könten nach vorgehenden 5. Exempeln derselben zur Ubung noch viel andere, und weit mehr als Sand-Körnlein am Meer, ja in infinitum, gegeben werden, wenn man nur darzu allezeit einen andern Diametrum Sphæræ (der vorgehend 12. gewesen) nehmen wolte. Und so vielfältig mahl könte auch absonderlich die Veränderung und Verwandelung, auch andere Vergleichung dieser corporum regularium geschehen, wozu mit wenigem im angezogenen Geometrischen Lust-Garten lib. 2. part. 3. propos. 10. 11. 12. Anleitung gegeben; ohne was sonst vor Nutzbarkeiten mehr aus diesen corporibus untersucht werden könten, darunter gelehrte Mathematici auch eine liebliche progressionem harmonicam zum componiren in der Music, sonderlich aus dem Hexaedro oder Cubo und dem Octaedro, gewiesen, wie bey der 9. Aufgabe des vierdten Theils der

Schwendterischen Erquickstunden, und sonderlich über den cubum, auch sonst über die progreſſiones harmonicas beym Clavio in denen Scholiis über das 5te Buch Euclidis zu sehen.

Wobey und bey denen regulirten corporibus wir uns nicht länger aufhalten, sondern auch nun andere und irregularia (weil in communi uſu & vita dieselben zu nöthigen Gebrauch eher und mehr als die regularia vorkommen) vornehmen, und diese Gallerie dadurch noch mit dergleichen nützlichen Exemplis auszieren und beschliessen.

CLII. Item, es seyn 2. Sphären oder Kugeln von einerley Materie, da der Kleinern ihr Diameter 4. Zoll hält, und am Gewicht 4. Pf. hat, der Grössern ihr Diameter ist (wie bey vorgehenden Exemplis) 12. Zoll, frage, wie viel die grössere Kugel am Gewicht halten müsse? Antwort 108 Pf. NB. Wer der Cörper-

lichen Rechnung unerfahren, solte wohl meynen, weil der Diameter der grössern Kugel gerade 3. mahl so groß als der kleinern, so müsse auch die grössere Kugel gerade 3. mahl so schwer als die kleinere, nehmlich 12. Pf. seyn; aber weit gefehlet, wie folgender Calculus weiset.

Man sagt:

4 Diam. giebt 4 ℔. was		12 D?
4		12
16	vollend per Reg. Detri	144
4	gemacht	12
64	facit 108	1728

CLIII. Item, man hat eine grosse bleyerne Kugel, so in ihrem Diametro 12. Zoll dicke, die will man umgiessen und Mußqueten-Kugeln draus machen, welche im Diametro nur $\frac{2}{3}$ Zoll dicke seyn sollen, frage, wie viel man derselben bekommen werde? facit 512. Stück.

Man

Man multiplicire beyder Diametros Cubisch, und dividire einen in den andern, so kommt das Facit. Als:

$$\begin{array}{c}\frac{2}{3}\\ \frac{2}{3}\\ \hline \frac{4}{9}\\ \frac{2}{3}\\ \hline \frac{8}{27}\end{array}\qquad\qquad\begin{array}{r}12\\ 12\\ \hline 144\\ 12\\ \hline 1728\end{array}$$

Nun sprich:

$\frac{8}{27}$ geben 1 K. was 1728?

facit 512 St.

CLIV. Item, man hat noch ein ander Stück Bley in recht gevierdter und cubischer Form, welches um und um $\frac{3}{4}$ Ellen oder 18. Zoll auf ieder Seite dicke ist, daraus will man Kugeln giessen, deren iede im Diametro 2. Zoll halten soll, ist die Frage, wie viel man solcher Kugeln bekommen werde? Antwort 1329. bey nahen.

Man rechne erst den Cubischen Inhalt beyder corporum aus, als des ersten also:

18
28
144
18
324
18
2592
324
5832

thut die erste 5832 Cubic-Zoll.

Des andern

Als Kleinern oder der Kugel Inhalt muß gesucht werden nach der 8ten Fürgabe des fünfften Theils des andern Buchs meines vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens:

Sprich:

Sprich:

7 Diam. giebt 22 Circumf. was 2 D.?

Antwort $6\frac{2}{7}$ diß in ihren Diam. 2 mult.

giebt $12\frac{4}{7}$ vor den Superficial-Inhalt der Kugel.

Diesen mit dem sechsten Theil des Diameters 2. (so $\frac{1}{3}$. ist) multiplicirt, giebt den Cörperlichen Inhalt der Kugel, nehmlich $4\frac{4}{21}$ Cubic-Fuß.

Beyder Cörper Cubischen Inhalt nun mit der Kugel in die Regul gesetzt und gesagt:

$4\frac{4}{21}$. Circumf. geben 1. K. was 5832. C. f.

facit 1392. Kugeln bey nah.

Hätte man den Diametrum der Kugel oben nur auf 1. Zoll dicke genommen, so wären 11134. Kugeln daraus kommen, welches ein Unerfahrner dieser Rechnungen kaum wird glauben können.

CLV. Item, so einer Sphæræ oder Kugel Diameter 42. Zoll hielte, und man wolte solche in ein gevierdt oder Cubisch corpus verwandeln, so gleiches Inhalts mit der Sphæra, ist die Frage, wie lang eine Seite des Cubi seyn müsse? Antwort $9\frac{74}{1000}$. Zoll bey nahen.

Wird also gesucht:

7 Diam. geben 22 Circumf. was 72 D.?

thut 132

diß mit 7 als $\frac{1}{6}$ Diam.

mult. 924.

Hieraus, nach der Decimal-Rechnung, (in vorermeldten meinem Geometrischen Lust-Garten beschrieben) radicem cubicam extrahirt, bringt die Länge einer Seite des Cubi, nehmlich $9\frac{74}{1000}$. Zoll bey nahen.

CLVI. Item, unter zwey eisern Kugeln wiegt eine 3. Pf. und hat im Diametro 3. Zoll, die andere hat im Diametro 9. Zoll, ist

ist die Frage, wie viel diese am Gewicht halten werde? Antwort 81. Pfund.

Multiplicire die beyden Dicken cubicè: und sprich:

3	9
3	9
9	81
3	9

27 geben 3 Pfund was 729?

facit 81. Pfund.

CLVII. Item, unter 2. Kugeln von einerley Materie ist die erste im Diametro 3. Zoll, und wiegt 3. Pfund. Ist die Frage nach dem Diametro der andern, welche 81. Pfund wiegt? Antwort 9. Zoll. 3. Pfund geben 3. Zoll Diam: was 81. Pf.?

3
———
9
3
———
27
———

hieraus r. c. 729. thut 9. Zoll.

CLVIII. Item, man hat einen Cylinder oder länglicht runde Seule, lang oder hoch 30. Fuß und nach dem Diametro der Basis dicke 7. Fuß, wenn man nun solche in eine Sphæram oder *Kugel* einsetzen wolte, ist die Frage, wie viel der Diameter solcher Sphæræ seyn würde? Antwort $30\frac{8}{10}$ Fuß bey nahen.

Quadrir

7	30
7	30
49	900
	addire, 49
	949 hieraus

rad. quadr. $30\frac{8}{10}$ bey nahen.

Mit dieser Einschreibung des Cylinders in die Sphæram ist es beschaffen, wie oben mit denen corporibus *regularibus*.

CLIX. Item, ein Pyramis, Prisma, Conus, Cylinder, Parallelepipedum

um, Pyramis truncatus, Conus curtus, deren Ausrechnung ich schon im fünfften Theil des andern Buchs meines vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens hiebevorn beschrieben) oder ander corpus, wie es Nahmen haben mag (darunter auch die corpora regularia begriffen) wenn es an seinen Cörperlichen Inhalt zuvor ausgerechnet und bekannt ist, und man wolle es in eine Sphæram verwandeln, kan durch solchen bekannten Inhalt dergestalt darein verwandelt werden, daß man nur erst daraus den Diametrum Sphæræ sucht, als, so der Inhalt 924. Cubic-Fuß wäre, würde der Diameter Sphæræ dadurch nach vorgehenden 146. Exemplo gesucht, und bey nahen auf $12\frac{08}{100}$. Fuß gefunden, daraus hernach denn auch wiederum der Cubische Inhalt nach Anweisung ietzt angezogenen 146. Exempels und desselben Eingange zu finden.

Es wird aber allhier der Calculus also angestellet.

Erst nimmt man nur sonst etwan eine Sphæram zum Fundament vor, und rechnet deren Inhalt, nach Anweisung ermeldten 146. Exempels aus: Wir wollen eine darzu nehmen, deren Diameter 42. Fuß, die wird (wenn man sie ausrechnet) am Inhalt gerade geben 38808. Cubic-Fuß.

Diese Maaß kan man nun zu Vergleichung und Suchung aller Diametern Sphærarum auf gegebenen Inhalt der corporum gebrauchen, als bey vorgegebenen Inhalt der 924. Cubic-Fuß

Spricht man:

38808. C. Inh. giebt 42. F. D. Sph. was 924. C. J.?

Antwort gerade 1764.

Dabey aber nicht vergessen, daß man die mittelste Zahl 42. auch erst Cubisch multipliciren muß.

Nun

Nun aus der gefundenen Zahl 1764. muß man durch die Decimal-Rechnung radicem cubicam extrahiren, kommt bey nahen $12\frac{68}{100}$. Fuß vor den Diameter Sphæræ, so am Inhalt die 924. Cubic-Fuß begreifft, wie man solches vollends nachrechnen kan durch den klaren Unterricht der 8. Fürgabe des fünfften Buchs meines Geometrischen Lust-Gartens.

CLX. Item, bey vorgehenden 158. Exemplo ist gewiesen, wie man einen Cylinder in eine Sphæram einschreiben könne: Wenn man nun auch ein gevierdt und ablänglicht rechteckigt Corpus in eine Sphæram schreiben wolte, als es sey zum Exempel dasselbe breit 8. Fuß, dicke 12. Fuß und hoch oder lang 20. Fuß; so ist die Frage, wie lang der Diameter der Kugel oder Sphæræ seyn müste, solch Corpus dergestalt darinnen zu beschliessen, daß es mit den Ecken die Kugel anrühre? Antwort $24\frac{66}{100}$. Fuß bey nahen.

Quadrire

Breite	Dicke	Höhe
8	12	20
8	12	20
64	144	400
		adde 144
		64
Aus 608. rad. quadr. gezogen, facit bey nahen		608
		$24\frac{66}{100}$

CLXI. Item, in hoher Potentaten Zeig-Häusern und bey gantzen Armeen findet man unterschieden groß Geschütz, so nun ein Regiment-Stück in seiner Mündung weit ist 3. Zoll, und eine Kugel von Eisen 3. Pfund schwer treibt, ist die Frage, wie viel eine halbe Cartaune treiben werde, welcher Mündung der Kugel im Diametro 6. unserer Zoll? Antwort 24. Pfund Eisen.

Multiplicire beyder Diametros cubisch:

3		6
3		6
9		36
3	und sprich:	6
27	geben 3 ℔. was	216

Antwort 24. Pfund.

CLXII. Item, so ietzt gedachter massen eine halbe Cartaune eine Kugel von Eisen 24. Pfund schwer triebe, und an der Mündung oder Kugel Diametro 6. Zoll weit, ist die Frage, wie viel eines Regiment-Stücks Weite seyn würde, welches 3. Pfund Eisen triebe? Antwort 3. Zoll.

Sprich:

Sprich:

3) 24 ℔. geben 6. Zoll Weite. was 3 ℔.?

8   6 mult. cubisch   1

36
6

8)216

extr. rad. c. 27

thut 3 Zoll.

CLXIII. Item, eine gantze Cartaune treibet eine Kugel von 48. Pf. Eisen und eine duppelte Cartaune 96. Pf. Wenn nun ein grosser Herr ein dergleichen groß Stück Geschütz wolte giessen lassen, das so viel treiben solte, als diese beyde, nehmlich 144. Pf. Ist die Frage, wie weit es in seiner Mündung seyn müste, wenn gedachter massen (bey vorgehenden Exempeln) 24. Pfund Eisen einen Diametrum auf 6. Zoll geben? Antwort $10\frac{9}{10}$ Zoll beynahen, wenn man es auch nach

nach Ausweisung vorgehenden 161. Exempels umkehren und probiren wird, so werden die 144. Pfund dieses grossen Geschützes ihrer Kugel-Schwere gantz nah heraus kommen.

Und wird der Kugel Diameter zu diesen grossen Geschütz also gesucht:

24) 24 Pfund geben 6 Zoll, was 144 Pfund?

6 Cubisch

1	6	6
	36	
	6	
	216	
	6	
	1296 hieraus rad. cubicam extrahirt,	
kommt	$10\frac{9}{10}$ bey nahen.	

CLXIV. Item, man will eine Sphæram in einen Cubum verwandeln, thut der Diameter Sphæræ 42. Zoll, ist die Frage, wie viel eine Seite des Cubi lang seyn müsse, daß dessen Cörperlicher Inhalt

halt dem Inhalt der Sphæræ gleich sey? Antwort $33\frac{85}{100}$. Zoll bey nahen, wiewohl etwas drüber, immassen die extractiones radicum sich offtmahls fast in infinitum erstrecken, weil sie selten gleich aufgehen, und man deßwegen zum Rational-Gebrauch die Radices bißweilen nur bey nahen nehmen muß.

Wird also gemacht:

7) 7 D. giebt 22 C. was 24 D.?

1 132 6

mit 42 Diam.

264

528

5544

mit 7 als $\frac{1}{6}$ Diam. mult.

thut 38808.

Hieraus radicem cubicam extrahirt, kommt $33\frac{85}{100}$ bey nahen.

CLXV. Item, ein cubus oder gevierdt corpus ist auf einer seiner Seiten hoch und breit 8. Zoll. Hierauf ist die Frage, wie viel nicht allein sein Inhalt Cubischer Zoll, sondern auch wie lang eine Maaß sey, welche man unten von einer Ecke zwerg über biß in die äuserste andere Ecke oben ziehen wolte? Antwort: der Cubische Inhalt würde 512. Cubische Zoll, und die Maaß zwerg über $13\frac{86}{100}$ Zoll seyn.

Erstlich

Den Cörperlichen Inhalt eines Cubi zu berechnen hab ich zwar bey Ausmessung Cörperlicher Figuren im fünfften Theil des andern Buchs meines Geometrischen Lust-Gartens nicht absonderlich gewiesen, weil es ohne diß sehr leicht, und man nur die Höhe einer Seite Cubisch in einander multiplicirt, daraus denn gleich der Inhalt kömmt, als allhier

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ \hline 64 \\ 8 \\ \hline 512 \end{array}$$

thut 512 Cubic-Zoll vor den Inhalt.

Aber gemeldter massen eine Zwerg-Lineam durch den Cubum zu finden, ob es schon leicht, hat doch auch seine absonderliche Wissenschafft, denn ich multiplicirenur eine Seite in sich quadrate,

als 8
8

64 multiplicire
diß mit 3

192 hieraus radix quadrata giebt die Länge ermeldter Zwerg-Linie, nehmlich $13\frac{86}{100}$ Zoll.

CLXVI. Item, ein ablänglicht gevierdt Corpus oder Parallelepipedum, wie des-

dessen Cörperlicher Inhalt auszumessen, ist angewiesen in der fünfften Fürgabe des fünfften Theils libri secundi vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens; wie man auch die längste Zwerg-Lineam durch dasselbe suchen solle, und wie lang dieselbe sey, wenn zum Exempel dessen Basis, so ein Parallelogrammum an der schmalen Seite 8. und an der langen 10. Fuß, die Höhe aber 16. Fuß befinde, ist folgends zu sehen, und thäte solche Zwerg-Linea $20\frac{493}{1000}$ Fuß bey nahen.

Calculus quadrire:

8 F. Breite	10 F. Länge	16. F. Höhe
8	10	16
64	100	256
		adde 100
		64
		420

Hieraus rad. quadrata thut $20\frac{493}{1000}$ Fuß bey nahen.

CLXVII.

CLXVII. Item, ein Hauß-Vater hat zu Weitzen-Meel einen kleinen Meel-Kasten nur von 4. Scheffeln groß, der ist lang 4. Fuß, breit $2\frac{1}{2}$ Fuß, hoch 3. Fuß, will darzu noch einen grössern zu Rocken Meel verfertigen lassen, welcher $1\frac{1}{2}$ Malter oder 18. Scheffel in sich begreiffen soll, ist die Frage, wie lang, breit und hoch dieser grössere seyn müsse? Antwort $6\frac{6}{10}$ Fuß bey nahen lang, und breit $4\frac{1}{4}$ Fuß bey nahen, hoch 5. Fuß.

Nimm 4 Fuß lang cubisch

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

Nun sprich:

4. Scheffel geben 64. Cubic-Schuch, was 18. Scheffel? Antwort 288. Cubic-Schuch.

Hieraus radicem cubicam per deci-

cimalem extrahirt, kommt bey nahen $6\frac{6}{10}$. Fuß, als die Länge des neuen Kastens.

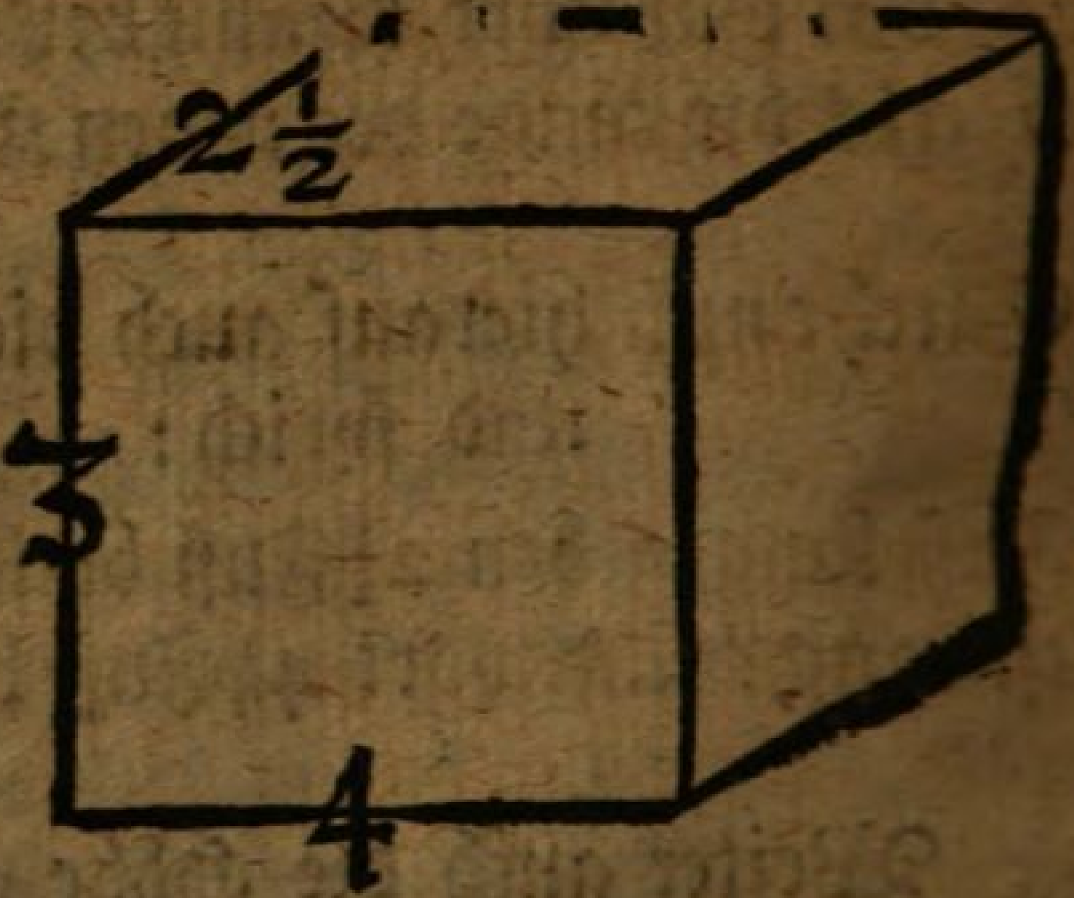
Suche nun hierauf auch die Breite und sprich:

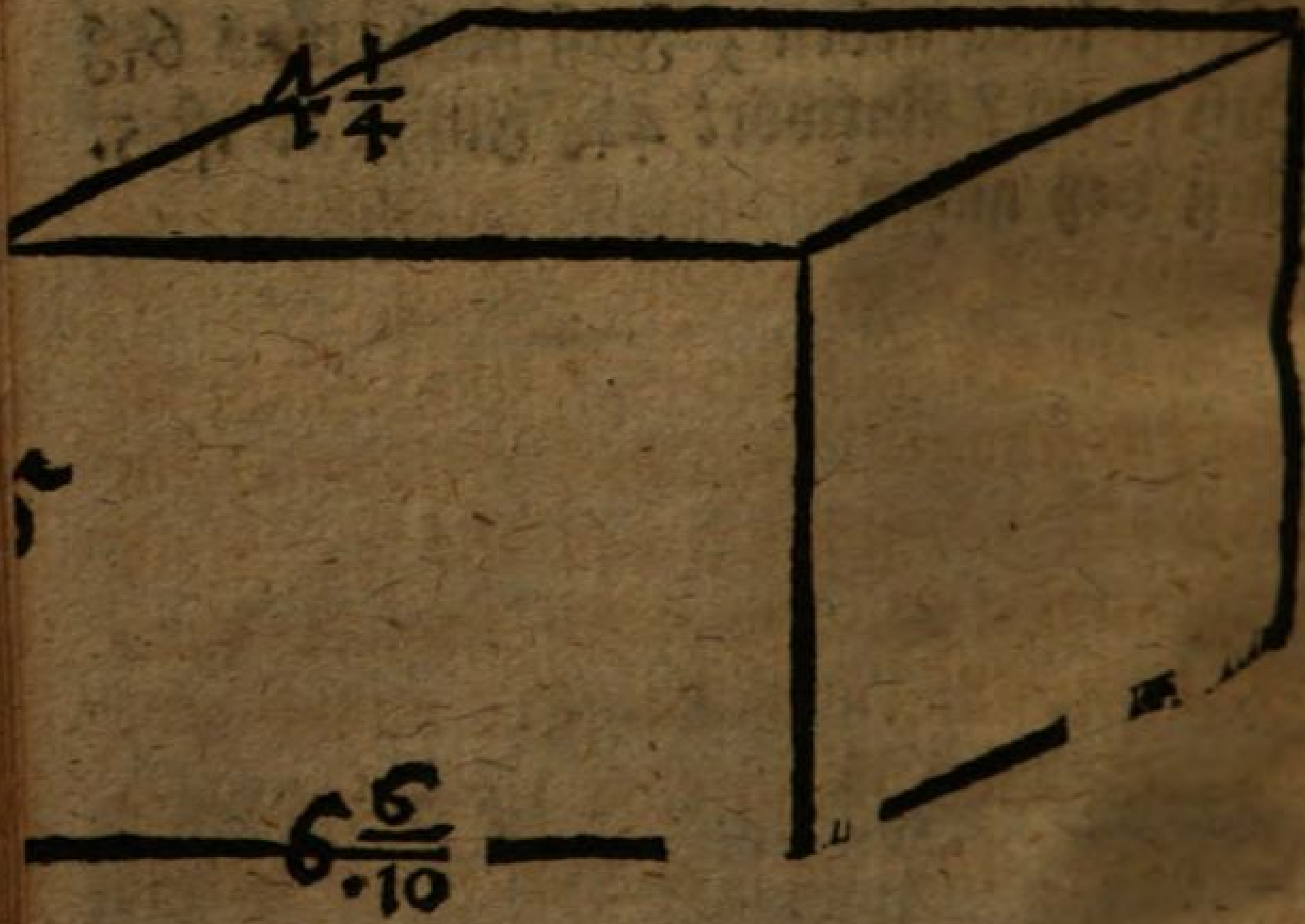
4 Fuß lang geben $2\frac{1}{2}$ Fuß breit, was $6\frac{6}{10}$ Fuß lang? Antwort $4\frac{1}{4}$ Fuß breit.

Weiter auch die Höhe also:

4 Fuß lang geben 3 Fuß hoch, was $6\frac{6}{10}$ Fuß lang? Antwort $4\frac{38}{40}$ Fuß, das ist 5. Fuß bey nahen.

CLXVIII.





CLXVIII. Item, man hat in einen andern gevierdten Kasten etliche Scheffel

(als

(als ich setze 12. Scheffel) Getreydig, an Korn, Weitzen, Gersten, oder Hafer geschüttet, (worunter an solchen Körnern zwar immer eine Art mehr Raums als die andere einnimmt) und solches in dem Kasten fein gleich geschlichtet, darauf mit einem in 10. Theil abgetheilten Maaß-Stäblein solch eingeschüttet Getreydig befunden nach der inwendigen Länge des Kastens 5. solcher Stäblein, nach der Breite 4. und nach der Höhe 3. welches zu einer Regul zum Gebrauch dieses Stäbleins zu mercken.

Darnach ist man auf einen Schutt-Boden gangen, wo viel Getreydig im Vorrath gelegen, welches mit Scheffeln umzumessen zu langweilig seyn wollen, hat demnach einen Hauffen davon ablänglicht ins Gevierdte zusammen geschauffelt, und in gleicher Höhe abgeschlichtet, auch um und um mit Brettern besetzt und eingeschlossen; So nun solcher Hauffen Getreydig durch er-

meldtes Maaß-Stäblein gemessen, und befunden worden lang 32. breit 24. und hoch 5. Ist die Frage, wie viel Scheffel in diesem Hauffen gelegen? Antwort 768. Scheffel oder 64. Malter.

Auf solche Maasse kan sich ein ieder Hauß-Vater, welcher von GOtt mit solchen Früchten reichlich geseegnet, zur Behendigkeit der Ausmessung dergleichen Maaß-Stäbe zurichten, und solche nach Beliebung auch in andere kleinere Theile eintheilen, iedoch will vonnöthen seyn, auf iedes Getreydig ein besonders zu machen wegen ungleicher Grösse der Körner des unterschiedenen Getreydigs, deren Abtheilungen zwar alle auf ein Stäblein, als dessen 4. Seiten gebracht werden können, wie man die Büchsen-Meister-Maaß-Stäbe auf Stein, Eisen und Bley zu verfertigen pflegt.

Solutio:

5	32
4	24
20	768
3	5

60 geben 12 Sch. was 3840

facit 768 Scheffel.

der durch 12. dividirt 64. Malter.

CLXIX. Item, man hat einen gevierdten Kasten oder Wasser-Trog im Hause, dessen inwendige Länge ist 4. Ellen, die Breite 2. und die Tieffe $1\frac{1}{2}$. Elle 2. Zoll, wie viel Cubische Zoll gehen in diesen Wasser-Trog? Antwort 175104.

Mache alles zu Zollen (da eine Elle 24. Zoll hält) und multiplicire solche in einander:

96 Zoll thun die 4 Ellen
48 Zoll die 2 Ellen

4608
38 Zoll die $1\frac{1}{2}$ Elle 2 Zoll

fac. 175104 Cubische Zoll.

CLXX. Item, so zum Bier-Brauen in einem Brau-Hause ein grosser Brau-Bottich solte ausgemessen werden, welcher die Form eines abgekürtzten Coni hätte, und unten am Boden im Diametro 17. Fuß, oben 14. Fuß, und in seiner Höhe $4\frac{1}{2}$. Fuß inwendig hielte, ist die Frage, wie viel Cubischer Fuß sein gantzer Inhalt seyn würde? Antwort 852. Cubic-Fuß.

Wird allerdings nach dem Exempel der 7. Fürgabe des fünfften Theils des 2. Buchs vorgehenden Lust-Gartens gemacht, und entspringt alsdenn daraus ietzt ermeldtes facit.

CLXXI. Item, ein anderer kleiner Bottich (wie man denn in grossen Brau-Häusern

sern wohl 2. oder 3. hat) wird in der Verfertigung gemeiniglich unten an seines Bodens Diametro 7. Ellen oder 14. Fuß, oben 6. Ellen oder 12. Fuß, und in der Höhe 4. Fuß gemacht, und zum Abkühlen gebraucht. Ist die Frage nach seinem Cubischen Inhalt? Antwort $598\frac{3}{7}$. Cubic-Fuß.

Wird eben wie vorgehendes Exempel gemacht.

CLXXII. Item, so ein dergleichen grosser Braubottich (wie vorgehend beym 170. Exemplo berechnet) 852. Cubic-Fuß in sich hielte, ist die Frage, wie viel Faß Bier darein gehen würden? Antwort 51. Faß bey nahen.

Solches zu rechnen muß man sich erst eine Cubische Maaß oder Vergleichung auf ein Faß machen, wie ich beym Eingange vorgehend in meinem Geometrischen Lust-Garten bey Beschreibung der Visir-Kunst gethan, und dasselbe befunden habe, daß $16\frac{8}{10}$. Cubische Fuß 1. Faß

 (von

(von 420. unserer Dreßdnischen Kannen) halten, durch selbige Maaß ist nun der Inhalt des Bottichs auf diß 172. Exempel leicht zu rechnen und zu finden, wenn ich nur sage $16\frac{8}{10}$. Cubic-Fuß geben 1. Faß, was 852. Cubic-Fuß? Antwort $50\frac{5}{7}$. Faß. Der Vulgus gläubt nicht, daß so ein Corpus dergleichen grosse Capacität in sich habe, weil man zumahl nur 20. Faß insgemein auf ein Gebräude Bier rechnet; allein es findet sich aus mathematischem Fundament in Wahrheit nicht anders, so werden auch die Bötticke wegen Abgörens nicht eben voll gefüllt.

Solte ein Bottich gantz bey nahen auf 20. Faß gerichtet werden, so müste er etwan im Diametro des untern Bodens nur 12. Fuß, in der obern Weite und deren Diametro 10. Fuß, und in der Höhe 4. Fuß halten, alsdenn würden 381. Cubic-Fuß heraus kommen, und solche in fernern Ausrechnung bey nahen auf 20. Faß befunden werden.

CLXXIII. Item, so man zwey dergleichen Böttiche (wie ietzt beym 172. Exemplo zuletzt beschrieben) hätte, da ieder im Diametro seines Bodens 12. Fuß, im Diametro des obern Umfangs 10. Fuß, und in der Höhe 4. Fuß hätte, in iedweden auch 20. Faß giengen, und man wolte solche aus einander nehmen, und an einen andern Boden in einen Bottig zusammen setzen, also, daß iedes Theil daran gerade noch einmahl so viel, nehmlich der Diameter des Bodens 24. Fuß, der obern Fläche 20. Fuß und die Höhe 8. Fuß hielte, ist die Frage, weil alles nur noch einmahl so viel in der Maaß genommen, ob denn in solchen Bottich nur auch noch einmahl so viel gehen würde, als in einen der beyden? Antwort nein, sondern viermahl so viel, nehmlich 80. Faß.

Diß kan man nachrechnen, nach Anweisung vorgehenden 170. und 172. Exempels. Und weil von Vergrösserung und Visirung allerley groß und kleinere

Wein-Gefässe, schon vorher beym 42. und daselbst folgenden mehrern Exemplis ausführlich und zu Nutz gehandelt, wollen wir uns damit hierbey nicht gar lange mehr aufhalten, haben diß nur wegen der grossen Gefässe zu Bier-Brauen (weil es etliche vor was besonders halten wollen) wie jenes zu denen Wein-Gefässen, allhier beschrieben. Wobey sonst zu wissen, daß sich gemeine Bier-Faß und Kuffen, wenn sie gepicht seyn, nicht also nett visiren lassen, wie die Wein-Gefässe, wegen des darinnen anklebenden Laß-Bechs.

CXXIV. Item, bey der Stadt Leipzig in meines seligen Schwieger-Vaters, eines Raths-Herrn, gewesenem Hause, auf der Nicolas-Strassen, sind unter einen Seiten-Gebäude erstlich zwey Keller über einander gebauet, und aus dem untersten seithalben liegt verfertiget ein rechter Wasser-Schatz mit solcher Quelle, so nicht zu erschöpffen, dessen Einfas-

sung

sung ist um und um in die Runde 27. Ellen, und in der Tieffe 9. Ellen (wie dessen auch Herr Doctor Heydenreich in seiner Leipzigischen Chronica pag. 29. gedencket) ist die Frage, wenn dieser Brunnen voll Wassers, wie viel er unserer Faß in sich begreiffe? Antwort $248\frac{4}{7}$. Faß.

Diß Exempel ist in der Ausrechnung gantz der vierdten Fürgabe des fünfften Theils des andern Buchs vorgehenden Lust-Gartens gleich, und wie daselbst in Cylindrischer Form, wird daher also gerechnet.

Weil die Circumferentz der 27. Ellen (54. Fuß thut) schon bekannt, such ich nur den Diametrum und sage:

22. Periph. giebt 7. Diam. was 54. Per.

Antwort $\frac{378}{22}$. Diam.

Diesen Diam. mit $\frac{1}{4}$. Periph. (so $\frac{54}{4}$.) multiplicirt, thut 232. bey nahen, mit 9.

Ellen oder 18. Fuß Tieffe multiplicirt, kommen 4176. Cubic-Fuß. Nun diß in die Regul gesetzt und gesagt $16\frac{8}{10}$. Cubic-Fuß geben 1. Faß, was 4176. Cubic-Fuß? Antwort $248\frac{4}{7}$. Faß.

CLXXV. Item, an einem achteckigten regulirten Röhr-Kasten, oder schön erbaueter Fontaine (dergleichen minder oder mehr eckigt in vornehmen Städten, wie bey uns deren auch zwey auf beyden Marckt-Plätzen gar herrlich und schön erbauet zu sehen) sey am inwendigen Raum jedwede Seite 3. Ellen oder 6. Fuß breit, und die Tieffe $3\frac{1}{2}$. Elle oder 7. Fuß, ist die Frage, wie viel Faß Wassers (den in der Mitten stehenden Ständer ungerechnet) darein gehen werde? Antwort $72\frac{3}{7}$. Faß bey nahen.

Man sucht erst den Superficial-Inhalt des Acht-Ecks, welches zu thun zwar 2. Modi an einem Fünff-Eck bey der 16. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-

Gar-

Gartens gewiesen; doch weil es daselbst nur mechanisch gewiesen, und dabey nicht angezeigt, wie die gehörige Perpendicular-Linea accurat zu suchen, soll es in folgenden Exemplis geschehen.

Hier wollen wir indessen zum Uberfluß noch einen, als den dritten und allerleichtesten Modum zur Ausrechnung des Superficial-Inhalts regulirter Eck-Figuren zeigen, nehmlich durch die andere Proportional-Tafel vorgehend in dieser Gallerie nach dem 104. Exemplo beschrieben, aus solcher sprech ich also:

Das Quadrat einer Seite des Acht-Ecks von 10000000. giebt 48284274. zum Superficial-Inhalt, was das Quadrat einer Seite des Acht-Ecks von

6. Fuß als 36.

Antwort $173\frac{8233864}{10000000}$

diß mit der Tieffe 7 Fuß mult.

thut 1216. 7637048. Cubic-Fuß.

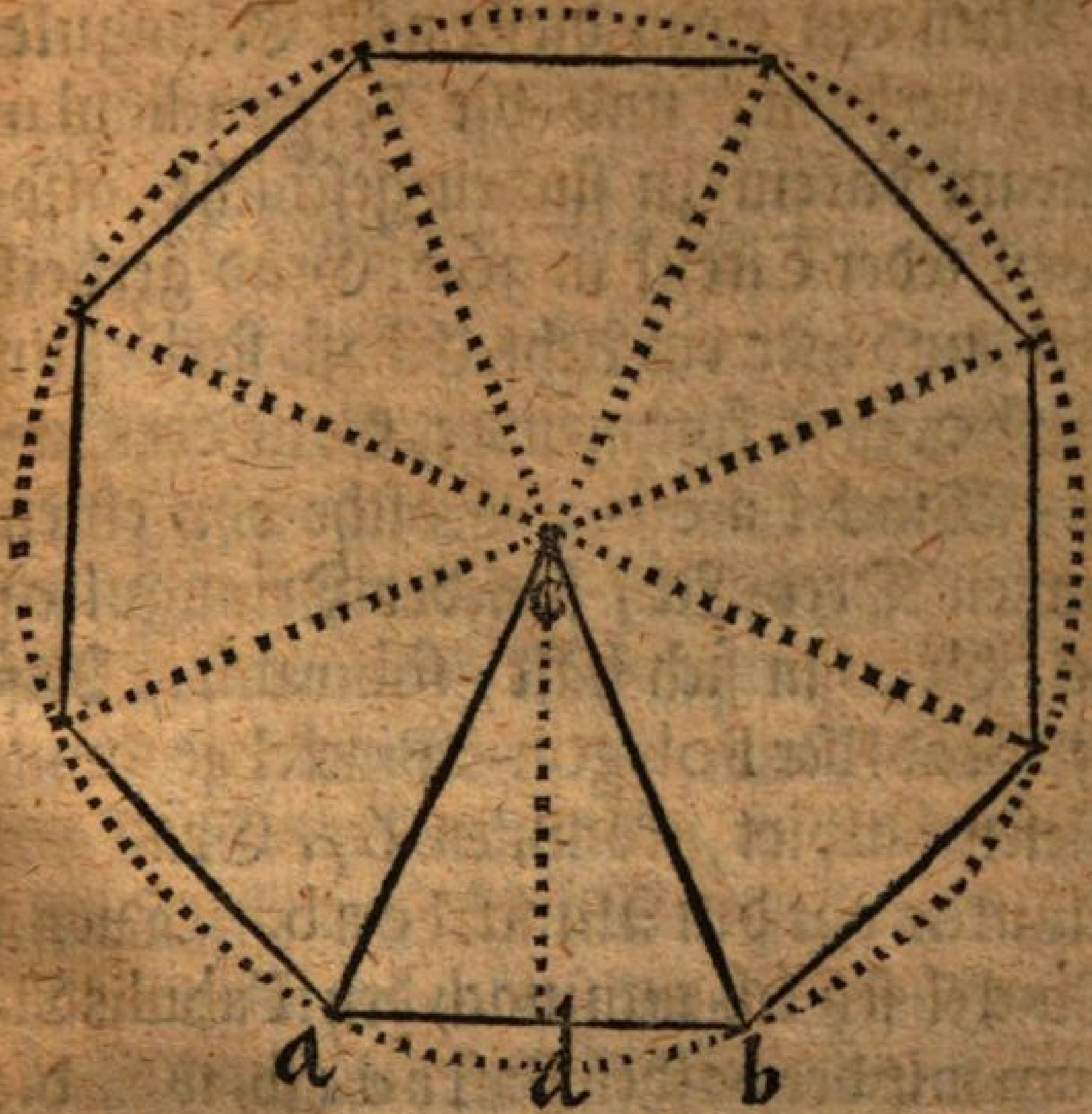
Nun in die Regul gesetzt:

$16\frac{8}{10}$. Cub. Fuß geben 1. Faß, was 1216.
(7637048?

facit $72\frac{3}{7}$. Faß bey nahen.

CLXXVI. Item, weil, nach Unterricht des ersten Modi beym Fünffeck in der 16. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens, die regulirten Eck-Figuren auch durch Hülffe einer Perpendicular-Linea ihren Superficial-Inhalt nach *können* ausgerechnet werden, so ist die Frage, wie die Perpendicular-Linea zu vorgehenden Acht-Eck in deren einen Triangul zu suchen, und wie der Superficial-Inhalt darnach zu rechnen? Antwort, wie folget:

Hier



Hier in der achteckigten Fläche oder superficie sind aus den Acht-Ecken biß aufs Centrum c. 8. Triangula gezogen, obwohl sonst ein iedes Acht-Eck, nach Unterricht der Tafel beym 105. Exempel vorgehend in dieser Gallerie, nur 6. Triangul hat, wenn sie seithalben, und nicht aufs Centrum gehen.

Nun den einen dieser acht Triangulen auszurechnen, und die Perpendicular-Lineam darein zu suchen geschicht also: Weil ieder Circul in 360. Grad getheilt wird, und hier ein Acht-Eck ist, so dividire ich 360. in 8. kommen 45. Grad der Center-Winckel a c b. Solche von einem gantzen Drey-Eck, so ieder Triangul an 180. Grad in sich hält, subtrahirt, Rest 135. Grad, der Polygon-Winckel genannt: Diesen halbirt, kommen 67. Grad 30. Minuten vor den Winckel c a b. Diesen Winckel setz ich nun nach den Tabulis Sinuum mit der halben Basi a d (so, weil die gantze a b nach laut vorgehender 175. Aufgabe 6. Fuß ist) in die Regul, und spreche:

Sinus totus von 90 Grad	giebt 3. F.	was tangens von 67. Grad 30. Min.
10000000		

Antwort $7\frac{2426408}{10000000}$. Fuß perp.

mit

mit halber Basi 3. mult.

thut 21. 7279224 Quadrat-Fuß vor den einen Triangul.

Dieses, weil der Triangulen 8., mit 8. multiplicirt, kommen $173\frac{8233792}{10000000}$. Quadrat-Fuß vor den Superficial-Inhalt vorgehender achteckigten Fläche: Will man nun vollends den Cubischen Inhalt des bey vorgehenden 175. Exempel beschriebenen Röhr-Kastens haben, so nehme man seine Tieffe daselbst der 7. Fuß, und multiplicire vorstehenden Superficial-Inhalt damit, kommen $1216\frac{7636544}{10000000}$. Cubic-Fuß.

Solche nach meiner gemachten Regul zu Fassen gemacht, und gesagt:

$16\frac{8}{10}$ Cubic-Fuß geben 1 Faß, was $1216\frac{7636544}{10000000}$ C. F.

Antwort $72\frac{3}{7}$ Faß bey nahen.

Weil auch in solchen Fontainen mitten innen gemeiniglich runde oder vier-

eckigte

eckigte Seulen stehen, daraus das Wasser springt, und man wolte deren Continentz von dem gantzen Inhalt des Röhr-Kastens abziehen, so kan man den Inhalt solcher Seulen gar leicht besondern, nach Unterricht der 4ten und 5ten Fürgabe des fünfften Theils des andern Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens, ausrechnen, und solchen hernach subtrahiren, daß es keines absonderlichen weitern Berichts bedarff. Nachdem nun aller regulirten Eck-Figuren Superficial-Inhalt auf ietzt-beschriebene Maasse zu suchen, und solcher Modus auch gut und richtig ist, wie vorgehender beym 175. Exemplo nach ausgerechneter Proportional-Tafel; als wollen wir diesen Modum nach der Perpendicular-Linea noch durch ein paar Exempla folgends perlustriren.

CLXXVII. Item, an dem Fünff-Eck bey der 16. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-

Lust-Gartens thut eine Seite 20. Ruthen (als an einem grossen Stück Ackers oder Felde) ist die Frage, wie lang die Perpendicular-Linea f g an selbiger ersten Figur, und was der Superficial-Inhalt der gantzen Fünffeckigten Fläche sey? Antwort, die Perpendicular-Linea ist lang $13\frac{7638190}{10000000}$. Ruthen, und Area oder der gantze quadrirte Superficial-Inhalt des Fünffecks $688\frac{12}{100}$. Quadrat-Ruthen beynahen.

5.) 360 Grad

72 Cent. W. von 180. Gr.

Rest 108 Gr. Polyg. W.

2) 54 Gr.

sin. tot. von 90 Gr. — giebt Seite 20 was

10000000 — halb 10

(tang. von 54. Gr. 13763819

facit $13\frac{7638190}{10000000}$. perp. linea.

mit

mit $\frac{1}{2}$ Basi 10 mult.

thut $137\frac{6381900}{10000000}$ quad. R.

diß weil 5. Tr. oder Seiten mit 5. mult.

bringt $688\frac{19}{100}$ Quadr. Ruth.

CLXXVIII. Item, wenn die acht-eckigte Fläche (vorgehend beym 175. und 176. Exempel beschrieben) kein Acht-Eck, sondern ein Sieben-Eck, und iede Seite auch nur 6. Fuß lang wäre, ist die Frage, wie lang die perpendicular-Linea eines der sieben Triangulen daran seyn würde, ingleichen, wie viel der Superficial-Inhalt der gantzen siebeneckigten Fläche? Antwort $6\frac{2295588}{10000000}$ Fuß Linea Perpendicularis und der quadrirte Inhalt $130\frac{82}{100}$ Quadrat-Fuß bey nahen.

Wird zwar allerdings wie vorgehendes gemacht, ohne daß hier Secunden kommen, die ich mit zu berechnen zeigen will.

360 Grad werden auch dividirt
in 7 kommen 51. Grad 25. Minuten 43. Secunden Center-Winckel

Diese von 180. Grad subtrahirt,

restiren 128. Gr. 24. m. 17. s. Pol. W.

halbirt 64. Gr. 17. m. $8\frac{1}{2}$. s.

Nun kommt hier darzwischen den tangentem auf die $8\frac{1}{2}$. Secunden in den Tabulis Sinuum aufzusuchen, diß geschicht also:

von 64 Gr. 18 min. tang. 20778465
subtr. 64 Gr. 17 min. tang. 20763007

Rest = = 1 min. tang. 15458

Nun sprich:

1. M. giebt tang. 15458. was $8\frac{1}{2}$. Sec.

facit 2189. dieses

dem tang. 20763007. von 64. gr. 17. m.

addirt 20765196. kommt dieser tangens auf 64. Gr. 17. m. $8\frac{1}{2}$. s.

Und

Und so muß man bey allen dergleichen regulirten Eck-Figuren, wo über die Grad und Minuten auch noch Secunden kommen, zugleich vollends den Tangentem auf die Secunden aus der Differentz der nechst über einander stehenden Grad und Minuten in den Tabulis sinuum ausrechnen, weil keine Secunden dabey stehen, deswegen ich diß Exempel zum Unterricht allhier mit einverleibt.

Wird nun vollends gantz wie vorgehends gemacht, und gesagt:

sin. tot. von 90. Gr. giebt $2\frac{6}{3}$. w. t. von 64. Gr. (17. M. $8\frac{1}{2}$. S.

10000000 — 20765196.

$6\frac{2295588}{10000000}$. Perp.

mit $\frac{1}{2}$. Base 3. mult.

$18\frac{6886764}{10000000}$.

diß, weil es ein 7. Eck, mit 7. mult.

kommen $130\frac{82}{100}$. Quadrat-Fuß vor den gantzen Inhalt des 7. Ecks.

Diß

Diß wollen wir auch probiren nach der bey vorgehenden 175. Exemplo gemeldten Proportional-Tafel.

Ist nach derselben viel leichter und geht geschwinder zu, man spricht nur:

das Quad.		
10000000	giebt Inhalt des 7 Ecks, was	
36339130	das Qu. von 6	
Antwort $130\frac{82}{100}$ Quadrat-Fuß bey nahen.		30

Und dergleichen Vortheil und Behendigkeit geben solche richtig calculirte und vorgearbeitete Proportional-Tafeln, dabey wir es allhier wollen beruhen lassen, und noch andere nützliche Exempla vornehmen.

CLXXIX. Item, so man den Inhalt eines Wein-Gefässes geduppelt und noch $\frac{3}{4}$. desselben zusammen nimmt, kommen 945. Kannen, ist die Frage, wie viel Kannen in solch Wein-Gefässe gehen? Antwort

wort gerade 1. Faß von 420. Kannen.

Setze der Kannen 1 R.

1 R.

$\frac{1}{4}$ R.

adde $2\frac{1}{4}$ R. gleich 945.

9) 9 R. gleich 3780.

1 R. gleich 420. K.

Proba:

420
420
105

945

CLXXX. Item, an einem grössern Wein-Gefäß thut sein Inhalt geduppelt und noch $\frac{1}{5}$. desselben zusammen genommen 1386. Ist die Frage, wie viel in diß grössere Wein-Gefässe gehen werde? Antwort, eine Kuffe oder $1\frac{1}{2}$. Faß von 360. Kannen.

Setze

Setze wie bey vorigem Exempel:

1 R.
1 R.
$\frac{2}{5}$ R.

$2\frac{2}{5}$ R. gleich 1386

11) 11 R. gleich 6930

1 R. gleich 630. K.

CLXXXI. Item, in einen grossen Röhr-Kasten gehen so viel Faß Wasser, wenn man zu deren Anzahl noch halb so viel $\frac{1}{4}$ so viel und $\frac{1}{8}$ so viel nehme, würde es 135. Faß austragen, ist die Frage, wie viel Faß in solchen Röhr-Kasten gehen, Antwort 72. Faß.

Setze:

1 R.
$\frac{1}{2}$ R.
$\frac{1}{4}$ R.
$\frac{1}{8}$ R.

$1\frac{7}{8}$ R. gleich 135

15) 15 gleich 1080

1 R. gleich 72 Faß.

CLXXXII. Item, ein Hauß-Vater verdünget einem Brücken-Meister ihm in seinem Hoffe einen Brunnen zu graben 9. Clafftern tieff vor 20. Thaler; als er aber 6. Clafftern hinunter kommen, hat sich ein starcker Quell gefunden, also, daß er schon Wassers gnung und nicht nöthig gehabt, den Brunnen tieffer zu führen, ist die Frage, wie viel er den Brücken-Meister bißher zu bezahlen *schuldig* worden? Antwort 9. Thl. 8. Gr.

Wird nach rechter proportion also gemacht: addire

	Ingleichen:	
1		1
2		2
3		3
4		4
5		5
6		6
7		21

8.

8
9 Sprich:

45 geben 20 Thaler, was 21.

facit 9 Thlr. 8 Gr.

Ein Unerfahrner würde es nach gemeiner Art also rechnen: 9. Cl. geben 20. Thlr. was 6. Cl. und also 13. Thlr. 8. Gr. heraus bringen, aber das wäre unrecht, denn man giebt vor die Clafftern oben nicht so viel, als unten, darum die Billigkeit in acht zu nehmen.

CLXXXIII. Item, so vorgehend einem Brücken-Meister verdungen worden einen Brunnen 9. Clafftern tieff vor 20. Thlr. zu graben, man aber hernach befunden, daß es nicht nöthig gewesen, ihn so tieff zu graben, weil sich nach etlichen Clafftern tieff schon Wasser befunden, also, daß man ihm seine bisherige Arbeit 9. Thl. 8. Gr. bezahlt, und ihn damit abgefertiget, ist die Frage, wie viel Clafftern

tieff er kommen sey? Antwort 6. Claff-tern.

Diß ist wieder ein Exempel von be-sondern Nachsinnen.

Man sagt:

20 Thlr. geben 1 was $9\frac{1}{3}$ Thlr.

2
3
4
5
6
7
8
9

45

facit 21.

Die 21 setz ich in die progression und sage:

1 | thun
2 |
3 |
4 6. Stellen

5 |
6 | Ergo

21 6 Classtern.

CLXXXIV. Item, wenn man vorermeldte 9. Classtern Brunnen-Tieffe vor 18. Thl. bedungen, hernach aber nur vor 8. Thal. Tieffe befunden, ist die Frage, wie viel diese Tieffe sey? Antwort $5\frac{1}{6}$ Classter.

Sprich:

18. Thal. geben 1 was 8. Thlr.
2
3
4
5
6
7
8
9

45

facit 20

Diese Theile auch nach der Progression also:

1	
2	kommen 5 Stellen
3	als Clafftern
4	
5	
15	

Bleiben 5. übrig zur 6ten Stelle (so nicht vollkommen 6.) die setz ich Bruchweise, und spreche, thun $5\frac{5}{6}$ Clafftern.

CLXXXV. It. man verdünget bey einer Fortification einem Wallsetzer mit seinen Schantz-Gräbern um ein gewiß Geld nach der Ruthe zu bezahlen, einen Graben auszuführen, welcher 24. Ruthen lang, 6. Ruthen oben und 5. Ruthen unten breit, auch 4. Ruthen tieff seyn soll: Ist die Frage, wie viel gevierdter oder Cubischer Ruthen verlohnet werden müssen? Antwort 528. Cubischer Ruthen.

ad-

addire:

6 oben
5 unten

thut 11 halbir

kommt $5\frac{1}{2}$ mult. mit der Tieffe
4

thut 22 diß mit der Länge
24 mult.

Sum. 528 Cubic-Ruthen.

CLXXXVI. Item, in einer Wasser-Fluth ist ein Stück Land überschwemmet worden, das lässet man in seinem Bezirck ausmessen, und führet etliche Werck-Leute drüber, die solche Wasser durch künstliche Hebzeuge ableiten sollen, darzu finden sich ihrer Dreye, der erste verspricht es in 30. Wochen ausführlich zu machen, der andere nur in halber solcher Zeit, der dritte noch eher, nehmlich nur in $\frac{1}{3}$ solcher Zeit als der erste. Nun handelt man mit ihnen

nen, daß sie das Werck alle Dreye zugleich sollen angreiffen. Ist die Frage, in was Zeit sie es mit einander vollenden werden? Antwort in 5. Wochen.

Setze Bruch-weise

$$30\left\{\begin{array}{c|c} \frac{33}{10} & 1 \\ \frac{11}{5} & 2 \\ \frac{1}{10} & 3 \\ \hline & 6 \\ \hline 30 & \end{array}\right.$$

dividire 30. durch 6. kommt wie oben, nehmlich 5. Wochen.

CLXXXVII. Item, in einer Mühle sind 3. Gänge, auf dem ersten kan man mahlen in Tag und Nacht, das ist in 24. Stunden, 30. Scheffel, auf dem andern in solcher Zeit 24. Scheffel, auf dem dritten 18. Scheffel. Nun bringt einer dahin 2. Malter oder 36. Scheffel mit begehren, ihn damit bald zu befördern, und solches auf alle 3. Gänge aufzuschüt-

schütten, ist die Frage, in wie viel Stunden solch Getreydig könne gemahlen werden, und wie viel der Müller auf ieden Gang aufschütten solle? Antwort in 12. Stunden, und muß auf den ersten Gang 15. auf den andern 12. und auf den dritten 9. Scheffel geschüttet werden.

addire erst:

30
24
18 Scheffel

kommen 72 Scheffel.

Nun sprich:

72. Scheffel können gemahlen werden in 42. Stunden, in wie viel Stunden 36. Scheffel? Antwort: in 12. Stunden.

Weiter rechne das Aufschütten.

Sprich:

24 Stunden 30 Scheffel, was 12. St.

thut 15 Scheffel.

24 Stunden 24 Scheffel, was 12 St.
facit 12 Scheffel.

24 Stunden 18 Scheffel, was 12 St.
facit 9 Scheffel.

Proba, diese 15. 12. und 9. Scheffel addirt, bringen die 36. Scheffel wieder heraus.

CLXXXVIII. Item, zwey hohe Chur- und Reichs-Fürsten, als tapffere Kriegs-Helden, haben nicht allein ein ieder *besondere* Armee anfangs wider den Türcken, hernach wider den Frantzosen geführt, und beyde zusammen 70000. Mann, iedoch der andere 10000. Mann mehr, als der erste gehabt, ist die Frage, wie viel ieder besondern? Antwort der erste 30000. der andere 40000. Mann.

Setze:

Setze:

Dem ersten	1 R.		
dem andern	1 R.		÷ 10000
	2 R. ÷ 10000	gleich	70000
			10000
	2 R.	gleich	60000
	1 R.	gleich	30000

So viel hat der erste, und demnach der andere Herr 40000. Mann auf eine Zeit beysammen gehabt.

CLXXXIX. Item, ein Stück Land, darauf etliche Regimenter Volck campiren sollen, ist 6. mahl so lang als breit, hält in allen 1536. gevierdter Ruthen in sich, ist die Frage, wie lang und breit es sey? Antwort 16. Ruthen breit und 96. Ruthen lang.

Setze:

1 R. breit
6 R. lang

6) 6 ℨ. gleich 1536

extr. V. 1 ℨ. gleich 256

1 R. gleich 16 breit
Ergo 6. mahl 96 lang

Diß mit einander multipliciret
thut 1536.

CXC. Item, eine Mauer hält in sich 2250. geviedter Ellen, ist halb so breit oder hoch als lang, und 3. mahl so breit als dicke, ist die Frage, wie dicke, hoch und breit sie sey? Antwort 5. Ellen dicke, 15. Ellen hoch, 30. Ellen lang.

Sprich:

Sprich:

1 R. dicke
3 R. hoch
6 R. lang

thun 18 Cub. gleich 2250

extr. r. c. 1 Cub. gleich 125

1 R. gleich 5 dick
15 hoch
30 lang.

CXCI. Item, so man dergleichen Mauer (wie vorgehend) von 30. Ellen lang, 15. Ellen hoch, und 5. Ellen dicke, einem Mauer-Meister dergestalt verdüngete, daß man ihm vor Arbeit vor eine Cubische Ruthe $4\frac{1}{2}$. Thl. bezahlen wolte, wie viel würde solch Gedünge austragen? Antwort 19. Thl. 18. Gr. $7\frac{5}{10}$. Pf.

8 E. einer R. thun $4\frac{1}{2}$ Thl. w. 30 E. lang

8 cubirt	mit	15 mult.
64		450
8	und mit	5
512		2250

Nun heist es:

512 Cub. Ellen vor $4\frac{1}{2}$ Thlr. was 2250. Cub. Ellen?

Diß vollends nach der Regul Detri gemacht, thut 19. Thlr. 18. Gr. $7\frac{5}{10}$. Pf.

CXCII. Item, einer hat vier schöne Gold-Stück, vor 144. Thlr. das erste ist zwey mahl mehr werth als das andere, das andere zwey mahl mehr als das dritte, und das dritte fünff mahl mehr als das vierdte, frage nach ieden insonderheit? Antwort: das erste 80. Thlr., das andere 40. Thlr., das dritte 20. Thlr. (ein Portugaleser) das vierdte 4. Thlr. (ein duppel Ducaten.

Setze:

Dem vierdten als wenigsten	1 R.
Dem dritten	5 R.
Dem andern	10 R.
Dem ersten	20 R.
addire ist	36 R.

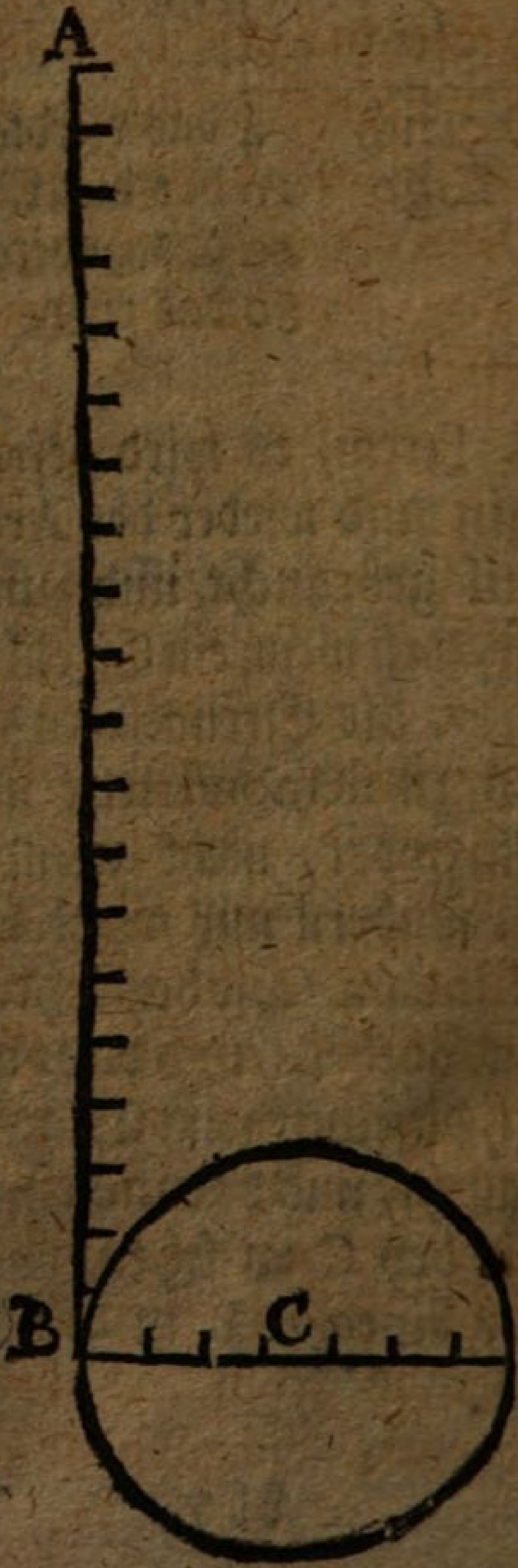
Nun

Nun sprich:

36) 36 R. gleich 144

1 R. gleich 4 das vierdte.
Ergo 20 das dritte.
40 das andere.
80 das erste.

CXCIII. Item, es wird gefragt, weil man sich hin und wieder des Archimedis seiner Regul gebraucht, und zum Fundament gesetzt, daß wenn ein Circul in seinem Diametro 7. die Circumferentz 22. sey, wie solches zu demonstriren und zu erweisen? Antwort, nicht gründlich mathematicè, sondern nur mechanicè, da man eine Lineam (wie beystehend sub lit. A. B.) in 22. abtheilt, und davon 7. Theile abnimmt, dieselben zum Diametro des Circuls braucht, und daraus einen Circul formirt, wie bey C zu sehen, so ist dessen Umkreiß der Linea A B in Länge gleich, nehmlich 22.



Wie

Wie in der 9. und 10. Fürgabe des [dr]itten Theils des ersten Buchs vorge[he]nden Geometrischen Lust-Gartens von [d]er Quadratura Circuli gehandelt, daß [so]lche nicht anders als mechanice gesche[h]en könne, also ist es hier mit dem Circul [a]uch beschaffen.

CXCIV. Item, es wird gefragt: Wenn zweyer Städte Longitudines und Latitudines bekannt sind, wie man dadurch derselben Abgelegenheit, wie viel Meilen sie von einander gelegen seyn, finden solle? Antwort: auf unterschiedliche Weise, wie hernach vermeldet.

Durch Fürgebung dieser Quæstion kommen wir nach Endigung vorgehender sehr nützlichen anderer Geometrischen Quæstionum nun auch zur Anleitung in die Geographiam und Welt-Beschreibung, die aber ausführlich von mir anderswo, und in meinem Geographischen Kleinod gehandelt wird: Hier davon nur einen Prægustum zu geben,

und

und mit wenigem zu melden, wie gedachter massen per longitudines und latitudines der Oerter distantien zu finden: So ist erstlich zu wissen, daß wo zwey Oerter einerley longitudinem, hingegen unterschiedene latitudines haben, man daraus bald und mit Behendigkeit derselben distantias finden könne, als zum Exempel:

Das Städtlein Donen in unserer Nachbarschafft hat in longitudine 36. Grad 32. Minuten, und in latitudine 51. Grad 2. Minuten, besser hinein hingegen zu Töplitz in Böhmen, wo das warme Bad ist, befindet sich die longitudo zwar auch auf 36. Grad 32. Minuten, aber die latitudo daselbst thut 50. Grad 41. Minuten.

Dieser Oerter distantien hierdurch zu finden, braucht keiner andern Mühe, als daß man die latitudines von einander abzeicht:

51. Gr.

51 Gr. 2 M.
50 41

Rest 21 Minuten.

Und weil 1. Grad oder 60. Minuten 15. Meilen thun, es damit in die Regul setzt, und sagt;

1. Grad giebt 15. Meilen, was 21. Min.

Antwort $5\frac{1}{4}$. Meilen.

Allein, weil es selten kommt, daß zwey Oerter einerley longitudinem oder latitudinem haben, so habe ich im dritten Theil meines ietzt ermeldten Geographischen Kleinods andere Modos gewiesen, wie solche Ausrechnung anzustellen, die aber nicht so kurtz und leichte sind, darunter ich zwar hier nur noch den einen und leichtesten Weg per logarithmos zeigen, im übrigen aber mich dorthin auf solche meine Geographiam bezogen haben will.

Es sey demnach vors andere ein gewisser

wisser Ort, als zum Exempel die Kayserl. Residentz Wien in longitudine auf 40. Grad, in latitudine auf 48. Grad 22. Minuten, die Chur-Fürstl. S. Residentz Dreßden hingegen in longitudine auf 36. Grad 24. Minuten und in latitudine auf 51. Grad 6. Minuten gelegen. Ist die Frage, wie viel Meilen von einander? Antwort 54. Meilen.

Diß auszurechnen kommt nun gar anders, und fällt tieff in die Sphärische Triangul-Rechnung der Trigonometriæ, so allhier mit Figuren könte dargestellet werden, wenn es nöthig und nicht zu weitläufftig wäre: Man mercke aber nur, daß es per tabulas sinuum oder per logarithmos (so am leichtesten) durch folgende Ansetze geschehen könne: Muß also derjenige, so sich dieses Calculi unterfängt, den Verstand solcher Tabularum Sinuum und Logarithmorum haben, deren Erklärung bey dergleis

gleichen gedruckten Tafeln (wenn er solche kaufft) zu finden seyn wird, so ich auch zum Theil in meinem arboreto mathematico explicirt:

Nun der Calculus nach den logarithmis ist also:

Man subtrahirt erstlich beyder Residentien longitudines von einander:

40 Grad
36 Gr. 24. Minuten.

restiren 3 Gr. 36. M. differentz.

Hernach

beyder latitudines von 90. Grad

	90 Grad	90. Grad
	48 Gr. 22. m.	51. Gr. 6. min.
Rest	41 Gr. 38. m.	38. Gr. 54. min.

Darauf setze man aus den Tabulis Logarithmorum in die Regul, und sage:

log. sin. tot.	giebt log. sin.	was log. sin.
von 90. gr.	v. 38. gr. 54. m.	v. 3. gr. 36. m.
10, 0000000.	9. 7979341.	8. 7978941.

Den

Den Mitlern und hintern Satz nach Art der log. addirt, den födern davon subtrahirt, Rest log. sin. 8. 5958281. Diesen in den Tafeln bey nahen aufgesucht, kommen 2. Gr. 16. M.

Solche von 90. Gr. subtr.

restiren 87. Gr. 44. m.

Hierauf den sin. log. in den Tafeln gesucht, der ist 9. 9996601. Ingleichen den log. sin. latit. von 51. Grad 6. Min. welcher 9. 8911153. Solche beyde mit dem log. sin. tot. in die Regul gesetzt und gesagt:

log. sin.	giebt log. sin. w.	log. s. t.
v. 87 Gr. 44 m.	v. 51. gr. 6. m.	v. 90. gr.
9.999601.	9.8911153	10. 0000000

Antwort 9.8914552.

Dessen Grad 51. und 9. m.

Diese 51. Grad 9. Min. von 90. Grad subtrahirt, restiren 38. Grad 51. Min. Solche von 41 Grad 38. als dem comple-

plement minoris latitudinis subtrahirt, bleiben 2. Gr. 47. M. Diese von 90. Gr. subtrahirt, restiren 87. Gr. 19. Min. deren log. sin. 9. 9994874.

Mit diesem und obstehenden log. sin. von 87. Gr. 44. M. als 9. 9996601. samt dem log. sin. tot. von 90. Graden 10. 0000000. wieder in die Regul gegangen und gesagt:

log. sin. tot.	giebt log. sin.	was log. sin.
von 90. gr.	v. 87. gr. 13. m.	v. 87. gr. 44.
10,0000000.	9.9994874.	9.9996601

Antw. 9.9991475.

Deren Grad 86. 24. m.

Dieses von 90. Gr. subtr.

Rest 3. Gr. 36. m.

Weil nun in Geographicis nach dem grösten Circul auf einen Grad 15. Meilen gehen, so sag ich vollends:

1 Grad

1 Grad thut 15 Meilen, was 3 gr. 36. m.

facit 54 Meilen, und ist gemacht.

In diesem Exemplo hat man zwar nun wohl in die 12. Auffsätze thun müssen, daß mancher sagen möchte, diß sey zu schwer; allein was hilffts? Es heist: ΔΥΣΚΟΛΑ ΤΑ ΚΑΛΑ, quæ pulchra difficilia. Es hat auch seinen und mehrern Nutz, als wenn man sich offt in die tieffsten und schweresten Sterilischen Cosischen Quæstiones (die Nutzbaren unverachtet,) einsenckt, *welche nur* etwan gleichsam ein Lust-Spiel mit blossen Progressional-Zahlen auf sich haben, & quibus multi se aliosque miserè fatigant & torquent, wie davon der berühmte Niederländische Professor Mathematum zu Francker Herr Doctor Adrian Metius in der Dedication seines Primi Mobilis judicirt. Wir werden noch wohl nutzbare und höhere Sachen zu betrachten

vor

vor uns haben; wie wir uns denn nun vollends auch zum Beschluß ein wenig von dem Erdboden in die Höhe an die himmlischen Cörper begeben, und etwas von deren Höhe, Grösse und Vergleichung sagen wollen.

CXCV. Item, so man die grosse Allmacht GOTTes über sich an der grossen unbegreifflichen Höhe des Himmels samt der unzählbaren Menge der Fix-Sternen (deren die alten Astronomi, weil es ihnen an gnungsamen Instrumentis gemangelt, mit blossem Gesichte Winters- und Sommers-Zeit zusammen nicht mehr als 1022. zählen können, ohne daß hernach bey den Schiff-Fahrten nach Indien noch 300. darzu observirt worden, und die Zahl auf 1322. kommen, heutiges Tags aber durch optische Instrumenta über zwey mahl hundert tausend gefunden werden) nebst Sonne, Mond und andern Planeten, ihrer Höhe nach zur Admiration, Lob und Preiß

Preiß des Schöpffers Himmels und der Erden betrachtet, und gerne wissen möchte, (warum ich auch viel mahl gefragt worden) wie man doch deren Höhe und Abstand von der Erden messen könne? So ist zur Antwort, anders nicht, als erstlich durch gute grosse mathematische Instrumenta, darzu vors andere an statt daß man in Höhen-Messungen auf der Erden Ruthen und Fuß-Maaß hat, und damit vor allen Dingen zu denen Höhen Lineam Stationis nimmt, eine andere und grössere, nehmlich eine Welt-Ruthe des Semidiametris Terræ (so insgemein auf 860. Teutsche Meilen genommen wird) gebraucht, und drittens hernach den Calculum hierüber durch die Sphärische Triangul-Rechnung verrichtet, und die gesuchte Höhe dadurch beyläufftig heraus bringt.

Wobey aber dieses gewiß, daß was der Hoch-Edle Tycho Brahe in dem ersten Theil seiner Progymnasmatum

sagt,

ſagt: Remotionem alicujus Phænomeni a Terra demetiri demonſtrareque magna indiget ſubtilitate, und ein anderer Autor: Es würden hierzu angelica ingenia erfordert, ſolches hierinnen dermaſſen zutrifft, daß ſich offt unter allen Gelehrten kaum in einem gantzen Seculo oder in hundert und mehr Jahren dergleichen geſchickt und fürtrefflich Ingenium findet, ſo in dieſer Materia gründlich zu verfahren weiß, und mit darzu nöthigen Inſtrumentis und gründlichen Wiſſenſchafften ausgerüſtet iſt; wie man denn vor und nach des Hoch-Edlen Tychonis, ja von des Ptolomæi (ſo im 117. Jahr nach Chriſti Geburt gelebt) biß auf unſere Zeit, nicht viel über zwantzig berühmte Autores findet, die ſich an dieſe Materiam gemacht, und der Geſtirne Höhe und Abſtand von der Erden ausgemeſſen hätten, wiewohl ſie über dieſes faſt alle nicht mit einander zutreffen: hierauf aber bey gegenwärtigem 195. Exemplo nicht

leer abzugehen, sondern was dem Calculo zur Ubung zu geben, so wollen wir allhier allein aus ermeldtem Tychone in Ordnung hinzu setzen, wie hoch er von der Erden erst den Mond (als den niedrigsten) und hernach die andern Planeten samt denen Fix-Sternen nach dem Diametro oder Semidiametro Terræ geschätzt, daraus man nach Beliebung hernach nur multiplicando auch die Anzahl der Meilen vor sich selbst suchen kan; ist demnach im höchsten Abstand beyläufftig von ihm gerechnet

Die Höhe des Monden von der Erden, an Semidiametris Terræ	60
Des Mercurii	1150
Der Veneris	1150
Der Sonne	1150

Und zwar Mercurius und Venus mit der Sonnen alsdenn in gleicher Höhe, wenn sie in ihren Circulen um die Sonne herum lauffen, und mit ihr in Höhe auf der Seite gleich stehen, sonst haben sie ihren

ren Lauff in ihrem Circul um die Sonne herum auch zu gewisser Zeit über oder unter derselben, da man sie alsdenn nicht sehen kan, daher es kommt, wenn Venus Abend-Stern ist, daß sie hinter der Sonne stehet, und wenn die Sonne untergehet, gesehen wird, wenn sie aber in ihrem Circul um die Sonne (jährlich) herum auf die andere Seite vor die Sonne zu lauffen kommt, vor dero Aufgang, und als Morgenstern, erscheinet.

Weiter:

Wird der Abstand und die Höhe von der Erden an Semidiametris gerechnet.

Des	Martis	1745
	Jovis	3990
	Saturni	10550

Alles zwar nach dem Mittel-Lauff, denn sie sonsten in ihren Circuln auch höher und niedriger steigen, davon weiter in Astronomicis.

Stellæ fixæ	14000

Indem nun der halbe Diameter der

Erden vorgedachter massen von denen Geographis auf 860. Deutsche Meilen gerechnet wird, (wiewohl es nach Ausweisung des 112. Exempels gegenwärtiger Gallerie etwas weniger austrägt) so kan ein ieder ietzt beschriebene Höhen der Semidiametrorum an Sonne, Mond, und der anderen Planeten samt den Fix-Sternen gar leicht nur per multiplicationem vollends zu Deutschen Meilen (deren 15. auf einen Grad gehen) rechnen, als wenn ich die 14000. Semidiametros derer Fix-Sternen nur mit 860. *multiplicire*, kommen 12040000. Meilen.

Thäte also nach des Herrn Tychonis Ausmessung

Die Höhe des Monds	51600 Meilen
des Mercurii	
der Veneris und	
Sonne	989000
des Martis	1500700
Jovis	3431400
und Saturni	9073000 Meilen.

Hoch

Hoch genung, ob gleich andere noch höher rechnen.

CXCVI. Item, Ptolomæus und etliche andere vornehme Astronomi haben den gantzen Diametrum der Sonnen auf $5\frac{1}{2}$ Diametros der Erden geschätzt, ist die Frage, wie viel mahl (dieser Vergleichung nach) die Sonne grösser seyn müsse, als die Erde? Antwort $166\frac{3}{8}$ mahl.

richte $5\frac{1}{2}$ gegen 1 ein

kommt 11 gegen 2.

Das ist, der Sonnen Diameter hält sich gegen den Diametrum der Erden wie 11. gegen 2. nun rechne eines jeden Soliditatem.

Erstlich der Sonnen, und sprich:

7 Diam. giebt 22 Circumf. was 11. D.

Antwort $34\frac{4}{7}$ Circumf.
mit 11 mult.

kommt superf. $380\frac{2}{7}$ Globi.

Diß mit $\frac{1}{6}$ Diam. (so $1\frac{1}{6}$) multiplicirt, bringt den Cörperlichen Inhalt der Sonnen $697\frac{4}{21}$.

Vors andere des Monden.

7 Diam. giebt 22 Circumf. was 2. D.

Antwort $6\frac{2}{7}$
diß mit 2 dem Diam. mult.

thut $12\frac{4}{7}$
und diß mit $\frac{1}{3}$ (ist $\frac{1}{6}$ Diam.) mult.

giebt $4\frac{4}{21}$.

Hiermit die $697\frac{4}{21}$ der Sonnen *dividirt*, kommen $166\frac{3}{8}$. So viel mahl ist die Sonne nach des Ptolomæi und etlicher anderer Mathematicorum Meynung grösser als der Erdboden. Etliche *Astronomi* haben andere und meistens noch grössere, ja einer unter ihnen so grosse Vergleichung, daß er den *Diametrum* der Sonnen gar auf 64. Diametros Terræ rechnet, welches eine solche Grösse austragen müste, daß die Sonne gantzer

262144.

.62144. mahl grösser seyn müste, als der gantze Erdboden, so niemand glauben wird. Bey solcher Variirung der Autorum bleiben wir lieber bey dem Hoch-Edlen Tychone, in Betrachtung daß es ihm an fürtrefflichen Instrumentis, an hoher Erudition und Wissenschafft, und an grossen Verlag nicht gemangelt, wie denn seine Erben in der Dedication seiner Progymnasmatum an dem Glorwürdigsten Käyser Rudolphum Secundum gedencken, daß er über Käyserl. und Königlichen Verlag allein aus seinem proprio peculio über hundert tausend Thaler auf die Studia gewendet, dessen sich in Wahrheit kein Mathematicus unter allen rühmen kan, es sey denn ein grosser König oder Herr, wie der löbliche König Alphonsus in Arragonien gewesen, von welchem man lieset, daß er an solche Künstler und Künste in die vier Tonnen Goldes gewendet.

So viel nun des Tychonis Meynung

von der Grösse der Sonnen anbetrifft, so hat er solche noch nicht so groß als der Ptolomæus, sondern was kleiner, und nur etwan auf 140. mahl so groß, als den Erdboden geschätzt, indem er gesetzt, daß sie den Diametrum der Erde $5\frac{14}{75}$ mahl in sich begreiffe, welches, wenn man es einrichtet, eine solche Vergleichung giebt, wie 389. gegen 75. daraus der Calculus eben auch wie vorgehend anzustellen, so 140. bey nahen heraus bringen wird; Welches wir hiermit zum Exercitio und zur Nachübung einen ieden mit Willen überlassen, auch zu gleichmäßiger Ubung und Belustigung die Vergleichung der übrigen Planeten und Gestirne an dieses Exempel mit anfügen wollen. Ich will aber hinten beym 198. Exempel einen leichtern Modum der Ausrechnung zeigen.

Der Mond ist kleiner als die Erde, denn die Erde begreifft in ihren Diametro den Diametrum des Monden $3\frac{23}{49}$ mahl in sich, welches eingerichtet sich hält, wie

170.

170. gegen 49. Daraus den Calculum auf Maaß und Weise angestellt, wie zwischen Sonn und Erden, Eingangs dieses Exempels, kommt, daß der Mond bey nahen 42. mahl kleiner ist als die Erde.

Mercurius ist auch kleiner als die Erde, denn sein Diameter hält sich gegen den Diametrum Terræ wie 3. gegen 8. Dadurch kommt per Calculum, daß der Mercurius 19. mahl kleiner als die Erde.

Venus ist gleicher gestalt kleiner, ihr Diameter verhält sich gegen den Diametrum der Erde wie 6. gegen 11. kommt deren Grösse bey nahen auf $6\frac{1}{6}$ mahl kleiner als die Erde.

Der Sonnen Grösse gegen die Erde ist vorgehend auf zweyerley Meynung verglichen.

Des Martis Diameter nimmt von 60. Theilen des Diameters der Erden nur $25\frac{2}{5}$ und verhält sich eingerichtet wie 127. gegen 300. Also, daß er um 13. mahl kleiner als die Erde.

Jupiter, der schöne helle Planet, vergleicht sich in seinem Diametro gegen die Erde wie 12. gegen 5. Und ist also fast 14. mahl grösser als die Erde.

Saturnus, der höchste Planet, begreifft den Diametrum der Erden in sich bey $2\frac{9}{11}$ mahl, welches sich eingerichtet verhält wie 31. zu 11. Und über 22. mahl grösser als die Erde.

Die Fix-Sterne, so in sechs Grössen abgetheilet werden, sind nach den ersten fünff Grössern alle auch grösser als der Erdboden, denn der Diameter deren von der ersten Grösse wird gerechnet wie 52. gegen 13. so 68. mahl grösser als der Erdboden, ja die beyden grösten hellen Fix-Sterne canis major und lyra werden wohl auf 100. mahl so groß gerechnet als der Erdboden.

Stellæ secundæ magnitudinis werden in ihren Diametris gegen den Diametrum der Erden verglichen wie 55. zu 18. und bey nahen auf 28. mahl grösser

als

als der Erdboden gerechnet.

Tertiæ magnitudinis wie 20. gegen 9. und daraus fast 11. mahl grösser als die Erde.

Quartæ magnitudinis wie 3. gegen 2. und also $3\frac{1}{3}$. mahl bey nahen.

Quintæ magnitudinis wie 50. zu 49. so $1\frac{1}{18}$. mahl grösser; nur die kleinesten und fast unkänntlichsten, Sextæ magnitudinis, werden was kleiner und deren Diametri wie 15. gegen 22. ad diametrum Terræ gerechnet, also daß die Erde gegen dieselben fast um 3. mahl grösser. Man bedencke nun, was diese hohe und grosse Wunder-Geschöpffe vor unaussprechliche Zeugnisse der Grösse und Allmacht GOttes seyn, davor seine göttliche Macht und Herrlichkeit in Ewigkeit nicht gnungsam kan gepriesen werden. Zumahl wenn man auch die grosse Anzahl (deren man, wie vorgedacht, nun in die zwey mahl hundert tausend und darüber rechnet) betrachtet, so gar, daß sie gantz unzählbar

sind, und GOttes Wahrheit daraus offenbar, wenn er dort dem Ertz-Vater die Unmüglichkeit dieselben zu zählen vorstellet, wenn er saget: Kanst du die Sternen zählen? Der müste wohl eine unvernünfftige Creatur seyn, der diß am Himmel betrachtete, und daraus nicht schliessen wolte, daß ein GOtt seyn müsse, der dieses alles erschaffen, wenn er gleich sonst keinen GOtt glaubte:

Esse Deum quicunque negat, mox sidera spectet,
Sidera qui spectat, non negat esse DEUM.

Sagt ein vornehmer Poet.

CXCVII. Item, wenn dort der weise Mann Syrach im 43. Capitel seines Haußbuchs die grosse Allmacht GOttes an Sonne, Mond und Sternen vorstellt, und darunter absonderlich des schnellen Lauffs der Sonnen gedenckt, da er von ihr sagt: Das muß ein grosser Herr seyn, der sie gemacht hat, und hat sie heissen

so

so schnell lauffen: So ist die Frage, woraus man ihren Lauff, und wie viel Meilen sie in Tag und Nacht, item, in einer Stunde und Minute lauffe, rechnen könne? Antwort aus ihrer Höhe, und muß sie in Tag und Nacht als 24. Stunden 12577714. Meilen, in einer Stunde 524072. und in einer Minute 4317. Meilen lauffen, so man nehmlich bey des Herrn Tychonis Meynung verbleibt, da er den Abstand der Sonnen von der Erden auf 1150. Semidiametros terræ setzt.

Wird kürtzlich also gerechnet:

Man duplirt den Semidiametrum 1150. thut 2300. so hat man einen gantzen Diametrum Circuli; hierzu sucht man seine Circumferentz, nach der Regul des Archimedis, und sagt:

7. Diam. giebt 22. Circumf. w. 2300. D?

Antwort $7228\frac{4}{7}$. Circumf.

So viel Semidiametros Terræ hält die

Circumferentia Cœli Solis, weil nun ein Semidiameter Terræ auf 860. Meilen genommen wird, (wiewohl es, wenn man das vorgehende 112. Exempel ansiehet, was weniger austrägt) so setzt man die $7228\frac{4}{7}$. hiermit weiter in die Regul und sagt:

1 Semid. giebt 860. M. was $7228\frac{4}{7}$ f. D.?

Antwort 1257714. Meilen, so viel laufft die Sonne Tag und Nacht.

Diese durch 24. dividirt, komen 524072. in einer Stunde, diß weiter dividirt durch 60. kommen 4317. Meilen in einer Minute. Es wäre zwar etwas abzuziehen wegen des täglichen Rücklauffs oder Motus secundi, kan aber hier und bey andern Planeten, allermeist bey den Fix-Sternen, wenig machen; allein beym Mond muß man es nicht vorbey gehen, denn der laufft in seiner Himmels-Circumferentz Motu secundo in Tag und Nacht in die 13. Grad 10. Minuten 35. Secunden zurücke.

Wenn

Wenn ich nun seine Höhe auf 60. Diametros Terræ nehme, und duplire, daß 120. zum gantzen Diametro kommen, und hieraus den gantzen Umlauff rechne, so kommen zwar dadurch $377\frac{1}{7}$ Semidiametr. terræ des Monden Circumferentia Cœli, weil er aber in Tag und Nacht in dieser Circumferentz Motu secundo 13. Grad 10. Minuten 35. Secunden wieder zurücke laufft, und also den gantzen Umkreiß nicht vollbringet, muß ich den Abgang ausrechnen, abziehen und sagen, der gantze Circul oder Umkreiß auf 360. Gr. giebt $377\frac{1}{7}$ was 346. Grad 49. Minuten 25. Secunden? (nach Abzug 13. Grad 10. Minuten 35. Secunden) Antwort $363\frac{1}{3}$ Semidiam. beynahen, die kan ich zu Meilen machen, und sagen wie zuvor: 1. Semid. giebt 860. Meilen, was $363\frac{1}{3}$ Sem. so werden die Meilen des Lauffs in Tag und Nacht kommen.

Also mag man auch die Motus und täglichen schnellen Lauff der andern Planeten

neten und Fix-Sternen durch ihre bekannt gegebene Höhen rechnen.

Die Velocitas und der tägliche, stündliche und minutliche Lauff der Fix-Sterne wird nun eben auch also gerechnet, als wenn ich deren gröste Distantz von der Erden nach Tychonis Meynung auf 14000. Semidiametros Terræ nehme, dieselbe duplire, daß ich zum gantzen Diametro Circuli 28000. bekomme, hernach diß in die Regul setze, und sage: 7. giebt 22. was 28000.? So kommen daraus 88000. Semidiametri Terræ, welche durch 860. multiplicirt 75680000. Meilen vor den täglichen Lauff der Fix-Sterne austragen.

Und ist dieses noch wohl nach Tychonis Observation die kleineste Vergleichung, denn andere Autores den Semidiametrum nicht etwan auf 14000. sondern viel höher, ja einer der neuesten, Nahmens Antonius Maria Schyrlæus de Reitha, denselben gar auf 20000000. gesetzt,

setzt, hilff GOtt, was würde da vor eine unbegreiffliche Höhe, und vor ein unglaublich grosser und schneller Lauff heraus kommen?

Denn wenn man dieses nur ein wenig auf vorgedachte Maasse calculirt, so kommt der Abstand von der Erden auf 1720000000. Meilen, der tägliche Lauff solcher Fix-Sterne hingegen auf 108114285714. Ist diese Velocitas nicht so groß, daß auch der tausende Theil eines menschlichen Augenblicks nicht so schnell seyn kan?

Nun, wir haben hieran gnung erwiesen, was der vor angezogne weise Mann dadurch von der grossen Allmacht GOttes vorstellet; lassen auch ein mehrers davon so wohl noch vorgehend bey den übrigen Planeten curiosis und geschickten ingeniis vollend selbst zu beliebender Übung, und zum Lob und Preiß des grossen Schöpffers Himmels und der Erden, wie auch schuldigen Danck vor seine unaus-

außsprechliche Gaben. Womit in dieser meiner Gallerie verhoffentlich so viel nutzbare Exempla vorgegeben, daß solche ebenfalls imitando auf viel hundert tausend ja unzählich mahl weiter verändert und umgesetzt werden könten: Wir wollen aber nunmehr in diesem Tractat damit zu Ende schreiten, damit er nicht zu groß und weitläufftig werde.

Wobey mit wenigen noch dieses zu erinnern: Daß, wie ich schon hiebevorn bey den Beschluß-Exempeln meiner Arithmetica erwehnet, nach des *Archimedis* gemachter Vergleichung, der Diameter Circuli gegen seine Peripheriam sich halte wie 7. gegen 22. Und daß ich also bey vorgehenden Exemplis mich dieser Vergleichung gebraucht, wer es aber auch nach anderer Autorum Vergleichung machen will, der kan darzu des Herrn Doctor Adrian Metii nehmen, welcher dem Diametro 113. und der Peripheriæ 355. gegeben, oder

des

des Ludolphs von Cöln, welcher den Diametrum auf 100000000000000000000. und die Peripheriam auf 314159265358979323846. gesetzt, oder aus dieser grossen Vergleichung nur die ersten 3. Ziffern (wie sich deren einige also gebrauchen) nehmlich 100. gegen 314 und kan sehen, wie weit sie mit einander zutreffen, oder von einander differiren.

CXCVIII. Item, bey vorgehenden 196. Exemplo ist angewiesen, wie man den Cörperlichen Inhalt der Sonnen und des Erdbodens iedes besondern ausrechnen, hernach in einander dividiren, und daraus untersuchen solle, wie viel mahl die Sonne grösser als die Erde sey, nachdem aber auch daselbst dabey steht, daß sich der Sonnen Diameter gegen den Diametrum der Erden halte wie 11. gegen 2. so ist die Frage, wie hieraus aus recht mathematischen Fundament die Vergleichung der Grösse beyder

Cörper gegen einander noch leichter als daselbst gemacht werden können? Antwort per triplicatam rationem aus dem Euclide, wie in folgender Fürgabe aus dessen propositionibus erklärt werden soll, und zwar kürtzlich nur also:

Man multiplicirt beyder Diametros einen ieden vor sich nur Cubisch,

$$\begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ \hline 11 \\ 11 \\ \hline 121 \\ 11 \\ \hline 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ \hline 4 \\ 2 \\ \hline 8 \end{array}$$

Hierauf dividirt man den Cubum des Inhalts der Sonnen 1331. nur durch den Cubum des Inhalts des Monden 8. kommen ebenfalls $166\frac{3}{8}$ mahl, wie beym

196.

196. Exemplo, und ist viel leichter, drum sind die grossen Nutzbarkeiten der Propositionum des sinnreichen Mathematici Euclidis nicht auszusprechen. Es ist gewiß hierinnen aliquid divini, und muß diese hohe Weißheit und scharffsinnige Wissenschafft (ob sie wohl in ein irden und Heydnisch Gefäß vielleicht von Abraham oder dem weisen Salomon, von welchem letzten auch der Aristoteles viel entführt haben soll, so in die Biblischen Bücher nicht kommen, herrührend) ohne Zweiffel von der himmlischen Weißheit GOtt dem Allmächtigen selbst herrühren, weil alle gute Gaben von oben herab kommen. Muß man sich nicht verwundern, was in der eintzigen 47. Proposition des ersten Buchs Euclidis vor eine hohe Weißheit, Nutzbarkeit und Verstand stecket, also, daß die gantze Trigonometria darauf fundiret, und aus dem Fundament derselben man alles, und so zu sagen Himmel und Erden ausmessen kan?

Dar-

Darum Docirende am besten thun, wenn sie ihren Auditoribus daraus aufs leichteste nicht nur Theoriam, sondern auch Praxin anweisen. Ich will hier zu vorhabenden Beschluß nur noch etwan zwey oder drey Propositiones aus ermeldtem Euclide erklären, daraus man sehen kan, was vor Nutz dergleichen Propositiones ferner haben, wenn man sie recht zu Nutz explicirt.

CXCIX. Item, es wird so wohl in vorgehenden meinem Geometrischen Lust-Garten, als in gegenwärtiger Gallerie offtmahls der Vergleichung derer Planorum und Solidorum erwehnt, wird gefragt, auf welche Propositiones Euclidis solche gegründet, wie dieselben lauten, und wie sie zu verstehen? Antwort wie folget:

Erstlich de planis.

(De solidis soll in der folgenden und letzten Fürgabe zum Beschluß dieser Gallerie gehandelt werden.)

Von

Von denen planis wollen wir allhier nur ein paar vortreffliche Propositiones aus dem Euclide anhero setzen, und daran erweisen, was vor hohe Nutzbarkeit darinnen stecke, auch darthun, daß einer, wenn er gleich der Griechischen und Lateinischen Sprache wohl erfahren, dennoch (wenn er in Mathesi nicht gründlich angeführt und unterrichtet worden) nicht einmahl versteht, was damit gesagt sey.

Anfänglich so ist würdig allhier zu betrachten

Die 47. Proposition des 1. Buchs Euclidis,

Die lautet im Griechischen also:

EN τοῖς ὀρθογωνίοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινȣ́σης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐϛὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχȣσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Lateinisch: In rectangulis triangulis quadratum, quod a latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est

eis,

eis, quæ a lateribus rectum angulum continentibus describuntur.

Teutsch: In rechtwincklichten Triangulen ist das Quadrat, so auf die Seite gemacht wird, welche dem rechten Winckel unterzogen, eben so groß, als die zwey Quadrata der beyden Seiten, welche den rechten Winckel begreiffen.

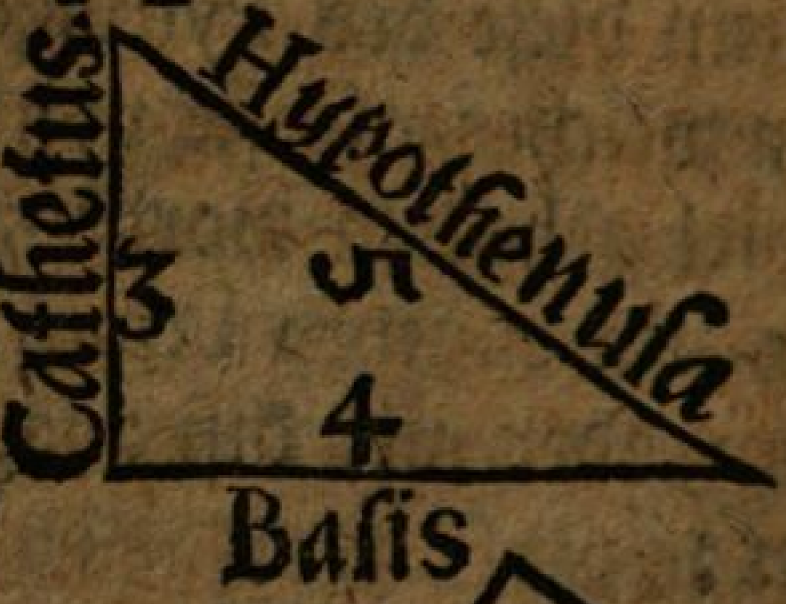
Dieser Proposition Erfindung wird dem Pythagoræ (welcher um das 540. Jahr vor Christi Geburt florirt) zugeschrieben; Denn ob sie wohl hier in dem Euclide steht, so hat doch der Euclides (welcher um das 284. Jahr vor Christi Geburt florirt) ob er wohl ein fürtrefflicher, scharffsinniger Mathematicus gewesen, in vielen auch seine Vorgänger gehabt, welche nützliche und scharffsinnige Quæstiones ausgesonnen und resolvirt gehabt, die der Euclides hernach sonderlich (wie Proclus dafür gehalten) aus dem Eudoxo, und Theæteto

teto in die Elementa ſeiner Bücher verfaſſet, darzu denn dieſe des Pythagoræ mit kommen, von welcher, als ſie von ihm erfunden, ſo viel gehalten worden, daß ſie ſey ein inventum centum boum mactatione dignum, oder wie diß anagramma davon lautet:

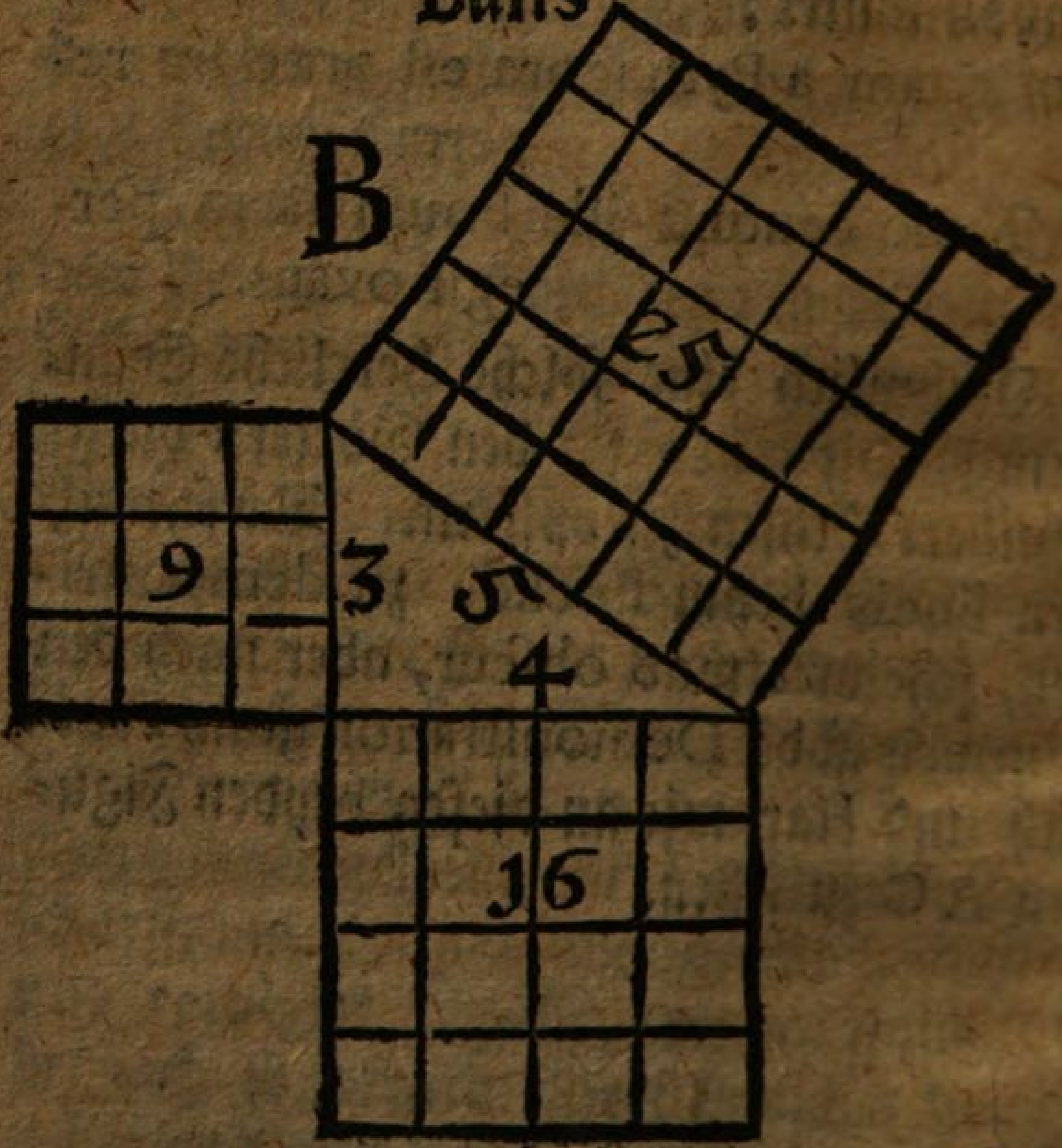
Poſtquam a Pythagora eſt præclara reperta figura,
Tunc centum ille boum ſacra peregit ovans.

Nehmlich eine ſolche herrliche Erfindung, die würdig, den Göttern dafür hundert Ochſen zu opffern. Dieſe, nach den lineis beym Euclide zu demonſtriren, ſcheint etwas obſcur, aber nach den numeris iſt die Demonſtration gantz deutlich und klar, wie an dieſen beyden Figuren A C zu ſehen.

A



B



Denn so man an der ersten Figur sub lit. A. als den rechtwincklichten Triangul, der obstehenden Lineæ (Cathetus genannt) 3. Zoll oder Puncta zulegt, und der untersten, als der Basi 4. der übergespanten (Hypothenusæ) hingegen 5. und hernach (wie bey der Figur B. zu sehen) der ersten beyden Linien ihre Zahlen quadrirt, da 9. und 16. draus kommen, so thun solche beyde Quadrata zusammen addirt gerade 25. und just so viel, als wenn man der dritten Lineå ihre Zahl 5. quadrirt, da solch Quadrat auch 25. alleine, und gleich so viel als die addirten beyde macht; Also, daß die Demonstration hieraus Sonnen-klar, und es dabey keines weitern oder mühsamen Beweises bedarff.

Was guter Nutz aber aus dieser erfundenen Proportion des rechtwincklichten Trianguls (an dem der rechte Winckel allezeit 90. Grad, und so viel als die andern beyde zusammen hält, weil

jeder Triangul 180. Grad hat) in der edlen Geometria bey Ausmessung der Höhen, Tieffen, Weiten und Breiten habe, ist nicht gnungsam zu beschreiben, wiewohl solches zum Theil aus der Triangul-Rechnung und beschehener Ausmessung der Höhen und Distantien in vorgehenden meinem Geometrischen Lust-Garten zu sehen; zu geschweigen, daß auch die tabulæ sinuum und logarithmorum darauf fulcirt, und ihre sinus nach solcher rechtwincklichten Figur calculirt sind.

Wir lassen es bey diesem kurtzen Bericht darüber allhier beruhen, und wollen nur noch eine nützliche Proposition über die Planimetriam aus dem Euclide erklärt hieher setzen, da in Wahrheit einer, welcher der Griechischen und Lateinischen Sprache wohl erfahren, wenn er Mathesin nicht geübt, nicht einmahl recht verstehen wird, was damit gesagt sey.

Es lautet aber solche Proposition (welche da ist die 19. des sechsten Buchs) also:

Im Griechischen:

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Im lateinischen:

Similia triangula inter ſe ſunt in duplicata ratione laterum homologorum.

Teutſch:

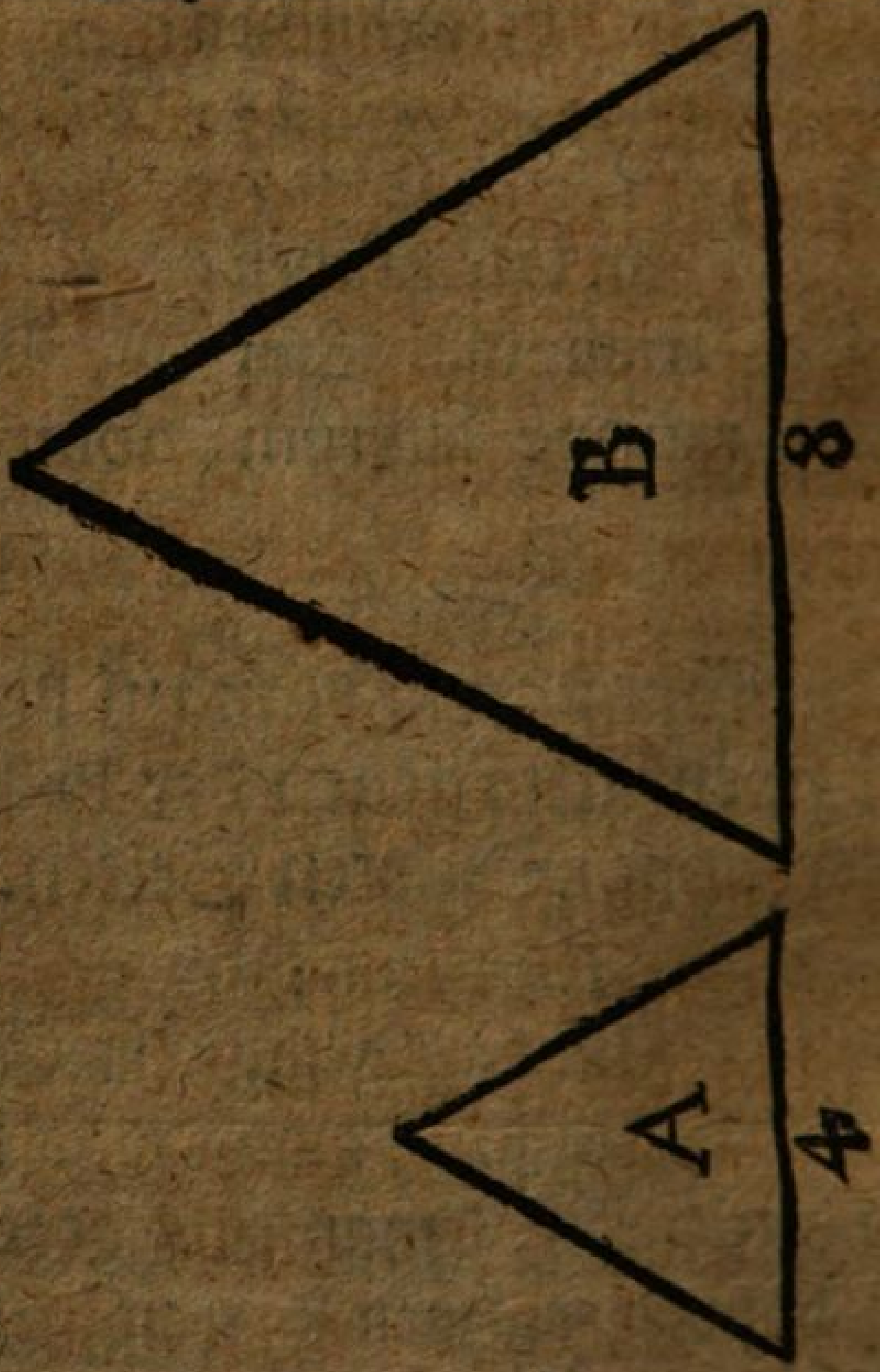
Gleichförmiger Triangul Proportion iſt zweyfältig gegen der Proportion ihrer ptoportionirten Seiten.

Explicatio:

Was iſt nun das geſagt im Griechiſchen und Lateiniſchen? und was iſt duplicata ratio? ſoll man eins gegen das andere doppelt rechnen? weit gefehlt: So iſt hier duplicata ratio zu verſtehen: Nehmlich, man ſoll eines gegen das andere quadrate nehmen, als:

Hier ſtehen 2. ſimilia triangula
A. B.

Daran des erſten jede Seite 4. Zoll oder Puncta, des andern 8.



Weñ ich nun wissen will, wie viel mahl der kleinere Triangul in dem grössern begriffen, so muß ich durch die in der Proposition gemeldte duplicatam rationem es nicht also schlecht verstehen, daß ich 8. durch 4. dividire, denn so käme es, daß der kleinere Triangul in dem grössern nur 2. mahl

2. mahl begriffen, sondern ich muß eines jeden eine Seite quadriren und sagen, 4. mahl 4. ist 16. und 8. mahl 8. ist 64. hernach das grössere Quadrat 64. in das kleinere 16. dividiren, kommt 4. Ist demnach der kleinere Triangul allhier in dem grössern 4. mahl begriffen, und diß ist der Verstand der Proposition und duplicata ratio.

Anders:

Diß kan man auch durch Hülffe der perpendicular-Linien finden, also: Man sucht zu beyden Triangulen die perpendicular-Linien, nach Unterricht der 2. Fürgabe des fünfften Theils des ersten Buchs vorgehenden Geometrischen Lust-Gartens, kommt zum kleinen Triangul linea perpendicularis bey nahen $3\frac{46}{100}$. zum grössern $6\frac{92}{100}$. des kleinern die Helffte $1\frac{73}{100}$. mit gantzer basi 4. multipliciret, thut $6\frac{92}{100}$. des grössern Helffte $3\frac{46}{100}$. mit seiner basi 8. gleichfalls multipliciret, giebt $27\frac{68}{100}$. Nun diese $27\frac{68}{100}$.

des grössern durch $\frac{92}{100}$. des kleinern dividirt, begreifft gleicher gestalt der grössere den kleinern Triangul 4. mahl in sich.

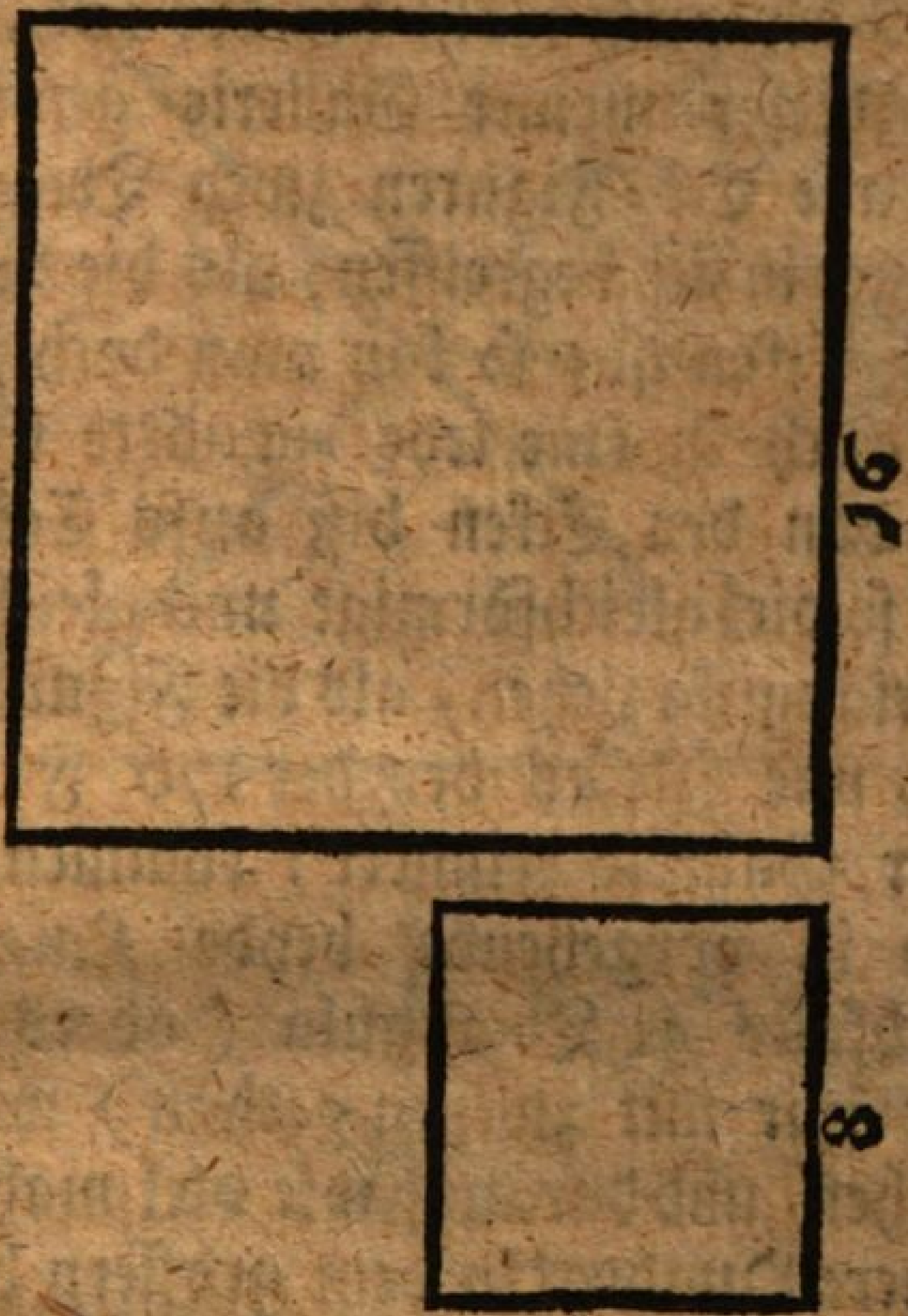
Was nun in dieser 19. Proposition Euclidis von der duplicata ratione gleichförmiger Triangulen gesagt, das erstreckt sich gleichermassen auch auf alle andere gleichförmige plana, so viel deren auch seyn mögen, wie ich deren eine ziemliche Anzahl oben bey der 51. Fürgabe dieser meiner Gallerie gesetzt habe. Zum Exempel:

In Quadrat-Figuren.

Es sind 2. Quadrata, da iede Seite des kleinern 8. Theile, und des grössern 16. dergleichen Theile lang ist, wird gefragt, wie viel mahl das kleinere Quadrat in dem grössern begriffen? Antwort 4. mahl. Diß wollen wir auf zweyerley Art machen:

Erstlich

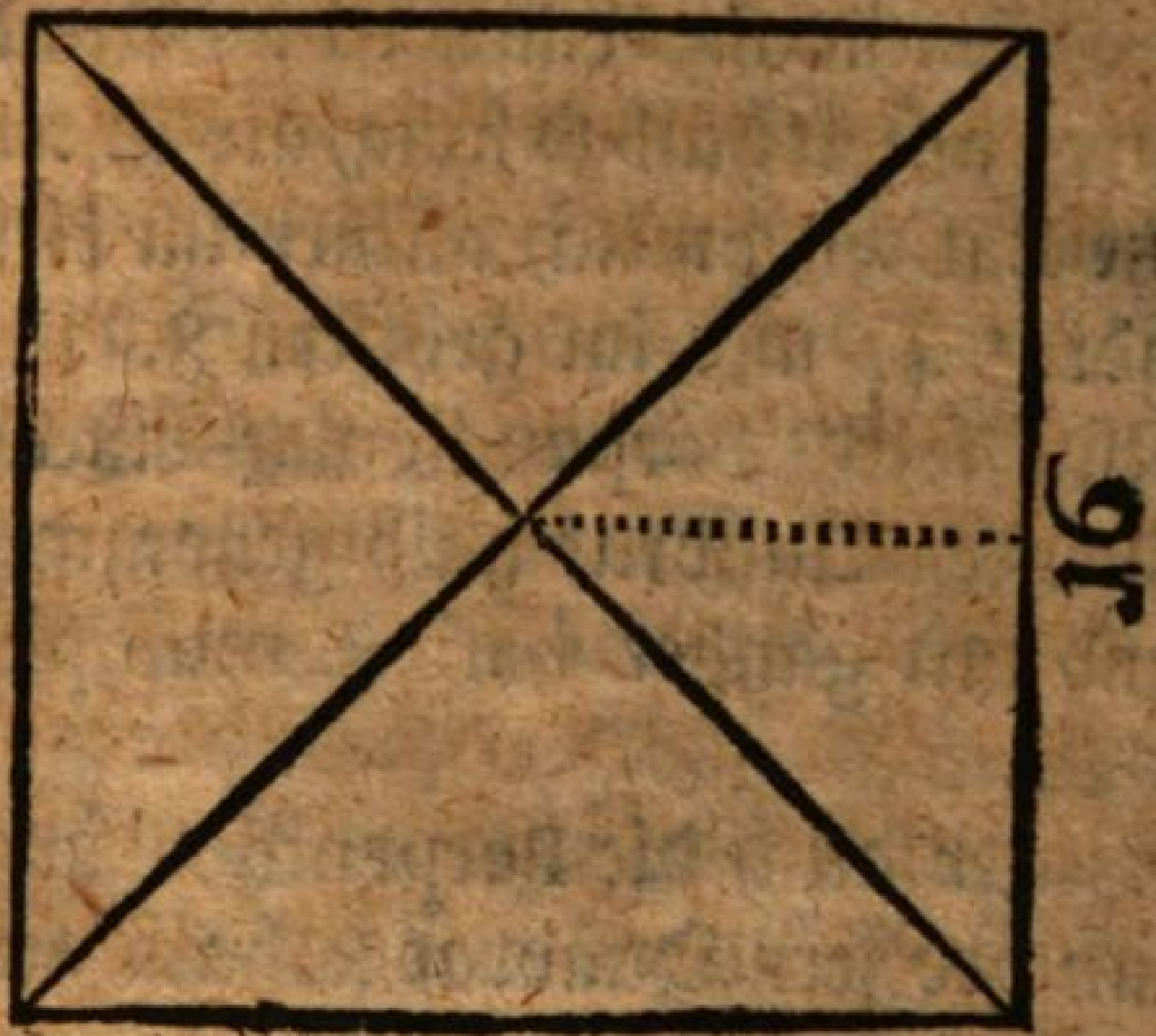
Erstlich.

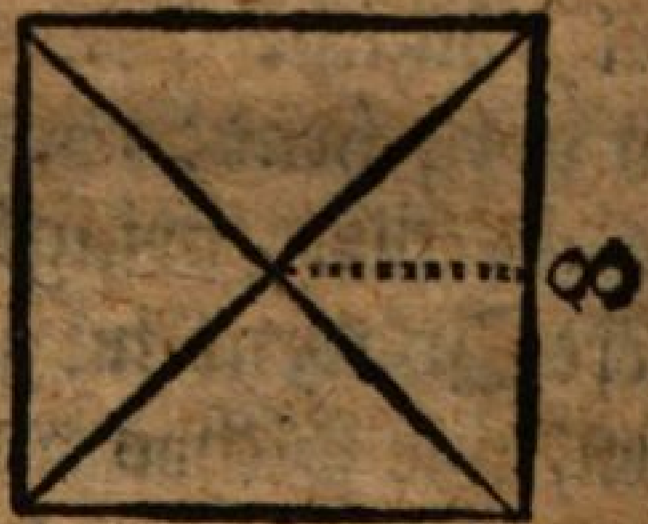


So multiplicir ich nur eines ieden Quadrats eine Seite quadrate, kommen hier 64. und 256. darauf dividir ich das grössere Quadrat 256. durch das kleinere 64., daraus kommt, daß das kleinere in dem grössern gerade 4. mahl begriffen.

Vors Andere.

Ob ich auch wohl bey der 106. Fürgabe dieser meiner Gallerie gewiesen, daß alle Eck-Figuren zwey Triangula weniger in sich begreiffen, als die Anzahl ihrer Ecken ist; so kan man doch dagegen auch in eine iede regulirte Eck-Figur von den Ecken biß aufs Centrum eben so viel gleichförmige und gleichgrosse Triangula ziehen, als die Figur Ecken hat, wie solches bey der 176. Fürgabe dieser Gallerie erinnert: kommen demnach in vorgehende beyde Quadrata gleichfalls 4. Triangula (ob es wohl sonst nur mit zweyen gethan) wie hier zu sehen, und daraus, wie viel mahl das kleinere Quadrat in dem grössern begriffen, auch zu finden.





Wenn also mitten durch die Quadrata aus denen Ecken 2. Creutz-Linien gezogen werden, daß sie sich im Centro durchschneiden, so machen solche in ieden Quadrat 4. Triangul, in deren einen fälle ich eine Perpendicular-Lineam aus dem Centro, wie über 8. und 16. zu sehen, sol-

che Perpendicular-Linea ist in Quadrat-Figuren allzeit halb so lang, als unten die gantze Basis, nehmlich allhier im kleinern Quadrat 4. und im grössern 8.

Nun solche Perpendicular-Lineam 4. im kleinern Quadrat halb genommen, so 2. und mit gantzer basi 8. multiplicirt, thut 16.

Wetter auch die Perpendicular-Lineam im grössern Quadrat 8. halb genommen, thut 4. mit gantzer basi 16. multiplicirt, macht 64. Hierauf diese 64. durch vorgehende 16. des kleinern Quadrats dividirt, bringt 4. Ist also das kleinere Quadrat im grössern 4. mahl begriffen, wie solches auch nach vorgehenden ersten Modo also heraus kommen.

Wie man duplicatam rationem auch in allen andern regulirten Eck-Figuren finden könne.

Diß kan geschehen durch Erklärung der 20. Proposition des 6. Buchs Euclidis,

nach

nach welcher in dieser meiner Gallerie vorgehend bey 176. Exemplo der Superficial-Inhalt eines Acht-Ecks gesucht worden. Gesetzt nun, es habe eine iede der 8. Seiten in selbiger Figur 6. Fuß, und man nehme eine andere und grössere achteckigte Figur, deren iede Seite noch eins so lang, nehmlich 12. Fuß, ist die Frage, wie viel mahl die erste und kleinere in der andern und grössern begriffen? Antwort, nicht etwan nur 2. mahl (wie man vermeynen möchte, so man 12. durch 6. dividirte) sondern per duplicatam rationem 4. mahl. Es wird aber zu Ausrechnung dieser benennten 8. eckigten grössern Figur Anfangs mit Suchung der Graden (so mit voriger beym 176. Exemplo einerley, weil sie beyde 8. eckigt seyn) eben also verfahren, wie daselbst geschehen, biß auf die 67. Grad und 30. Minuten, so daselbst heraus kommen. Diese 67. Grad 30. Minuten setz ich nun auch wie dort in die Regul (ohne daß ich mitten an statt der

daselbst gesetzten halben basis 3. allhier 6. nehme, (weil die gantze 12. ist) und spreche:

Sinus totus von 90. Gr.	giebt 6. Fuß,	was tang. von 67. Gr. 30. in
10000000		24142136
		6
		$14\frac{4852816}{10000000}$.
diß mit halber basi mult.		6
	thut	$86\frac{9116896}{10000000}$.

Jetzt nehm ich nun den Inhalt des bey ermeldten 176. Exemplo ausgerechneten Triangul, welcher daselbst $21\frac{7279224}{10000000}$. und dividire dadurch die $86\frac{9116896}{10000000}$. so kommen just daraus 4. also, daß allhier die andere gantze Figur, die beym 176. Exemplo ausgerechnete kleinere gerade 4. mahl in sich beschliest, ob es gleich unter den 8. Triangulen der gantzen Figur nur hierinnen mit einem Triangul in proportione angezeiget wird, wie ermeldte 20. Proposition des 6. Buchs Euclidis solches mit sich bringt.

Nun

Nun ist durch Erklärung der duplicatæ rationis in diesen Exemplis denenjenigen, die sich darinnen mehr exerciren wollen, ein weites und geraumes Feld gemacht, nicht allein zwischen allen beym 106. Exemplo dieser Gallerie gesetzten regular - Figuren, ebenfalls auch also duplicatam rationem zu suchen und zu formiren, sondern auch deren unzählich mehr zu machen.

So darff man auch nicht eben zwischen gleichförmigen Figuren die latera gegen einander in geraden Zahlen setzen, wie ich vorgehend zu bessern Verstande an den Triangulen mit 4. und 8. und an den Quadrat mit 8. und 16. ingleichen an den 8. eckigten mit 6. und 12. gethan, sondern es mögen gleich die Figuren (wenn sie nur gleichförmig sind) gegen einander zu ihren Seiten 3. und 9. 12. und 20. oder 50. und 60. oder wie viel es kommt, Maaß und Theile haben, ist nicht dran gelegen, duplicata ratio kan dennoch in allen eben

auch also auf vorige Maasse gesucht werden.

Als gesetzt, es habe eine Seite eines kleinern Quadrats 20. Theile, und eines grössern gleich 100. oder mehr Theile, und ich begehre zu wissen, wie viel mahl das kleinere in dem grössern begriffen, so quadrir ich 20. und 100. kommen 400. und 10000. das kleinere durchs grössere dividirt, thut 25. findet sich also hierdurch das kleinere Quadrat in dem grössern 25. mahl begriffen. Und so mag man es auch machen bey allen andern Eck-Figuren.

Wobey zu erinnern, daß bey vorgehend ausgerechneten 8. Eckigten es eben der Weitläufftigkeit nicht bedurfft, denn weil eine Seite des kleinern 8. Ecks 6. und des grössern 12. gewesen, hätt ich nur 6. und 12. quadriren dürffen, wären 36. und 144. kommen, eins ins andere dividirt bringt den Begriff des kleinern im grössern auch 4. mahl.

Man hätte auch den Begriff der beyden

den Figuren Grösse gegen einander aus ihrem gantzen Inhalt nehmen können, als wie der gantze Inhalt der kleinern Figur bey der 176. Fürgabe $173\frac{8233792}{10000000}$. gewesen, und nach selbiger Art gerechnet, an der grössern $695\frac{2935168}{10000000}$. thut, eins ins andere dividirt, kommen auch 4. Im übrigen auch mit wenigen der Circul-Flächen zu gedencken, so geht duplicata ratio gleichfalls an durch ihre bekannt gegebene Diametros; Als, so zum Exempel der Diameter eines kleinern Circuls 14. und eines grössern 28. hielte, so quadrirt ich beyde Diametros, kämen 196. und 784. eins ins andere dividirt, erschiene, daß der grössere Circul den kleinern 4. mahl in sich begriffe. Ist demnach hiermit gnung gesagt und erklärt von der duplicata ratione in denen Planis. Wir wollen hiervon ausschreiten und in folgender letzten Fürgabe auch sagen von der triplicata ratione in denen Solidis oder Cörperlichen Figuren.

CC. Item, wie werden die Solida und Cörperlichen Figuren gegen einander verglichen? Antwort aus dem Euclide per triplicatam rationem, wie folget: Als: Weil wir duplicatam rationem vorgehend mit der Circul-runden flachen Figur beschlossen, wollen wir hier in der triplicata ratione den Anfang machen mit der runden Kugel, davon hat Euclides in seinem 12. Buch diese seine 18. Proposition, welche wir gleichfalls Griechisch, Lateinisch und Teutsch anhero setzen und erklären wollen, weil in Wahrheit der beste Grieche und Latinus, der Mathesin nicht versteht, eben so wenig weiß, was damit gesagt sey, als oben bey der duplicata ratione. Es lautet aber solche 18. Proposition des 12. Buchs Euclidis also:

Im Griechischen:

AI σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Lateinisch:

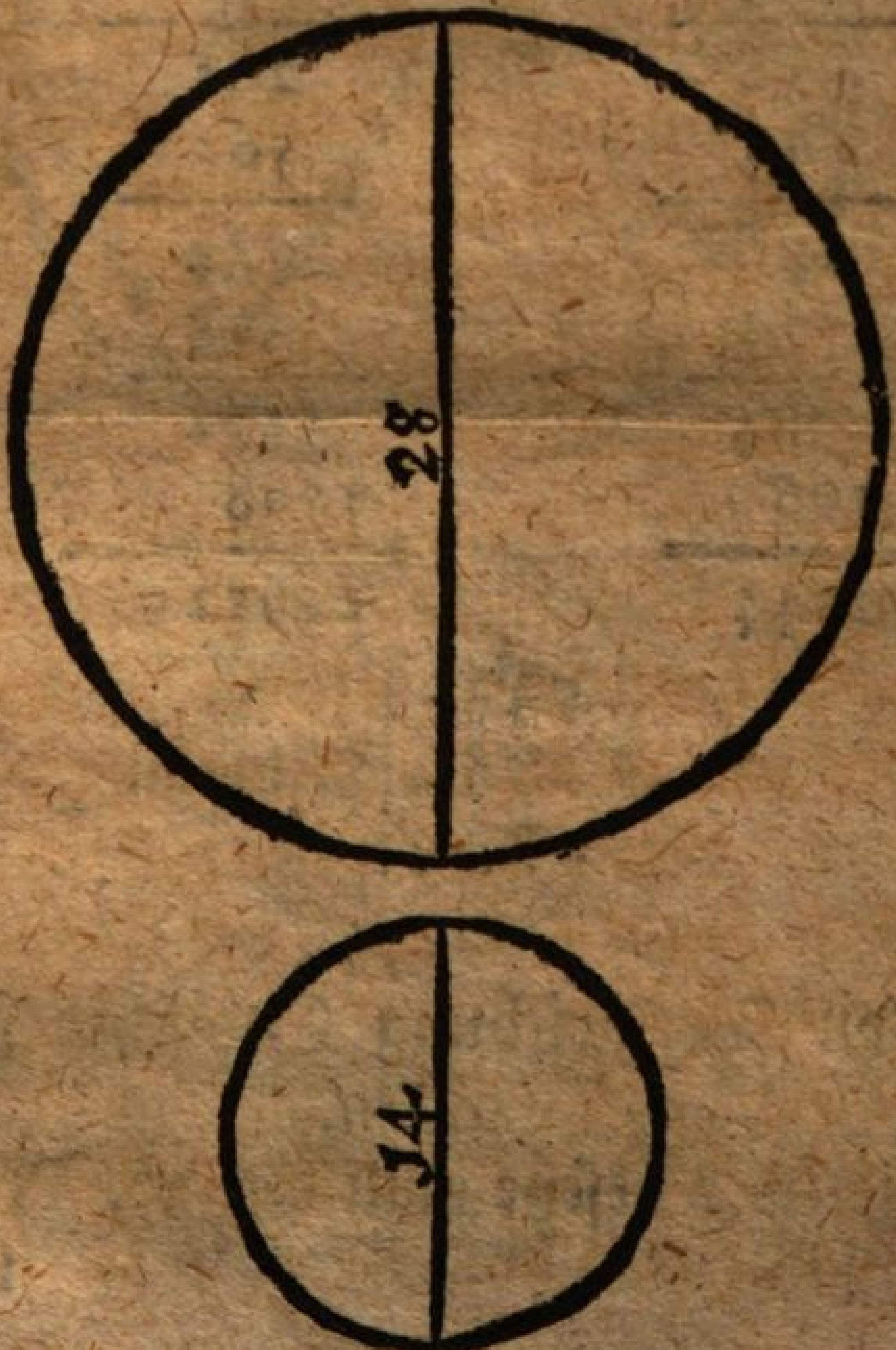
Sphæræ sunt in triplicata ratione suarum diametrorum.

Deutsch:

Deutsch:

Sphären sind in triplicirter proportion ihrer Diametern.

Wir wollen hier 2. Kugeln setzen, darunter der Diameter der kleinern 14. und der grössern 28. Theile, ist die Frage, wie viel mahl die kleinere in der grössern begriffen? Antwort 8. mahl.



Man

Man multiplicirt beyde Diametros in sich cubice (solches ist die so genannte triplicata ratio) kommen 2744. und 21952. Eine Cubic-Zahl in die andere dividirt, findet sich, daß die kleinere Kugel in der grössern 8 mahl begriffen.

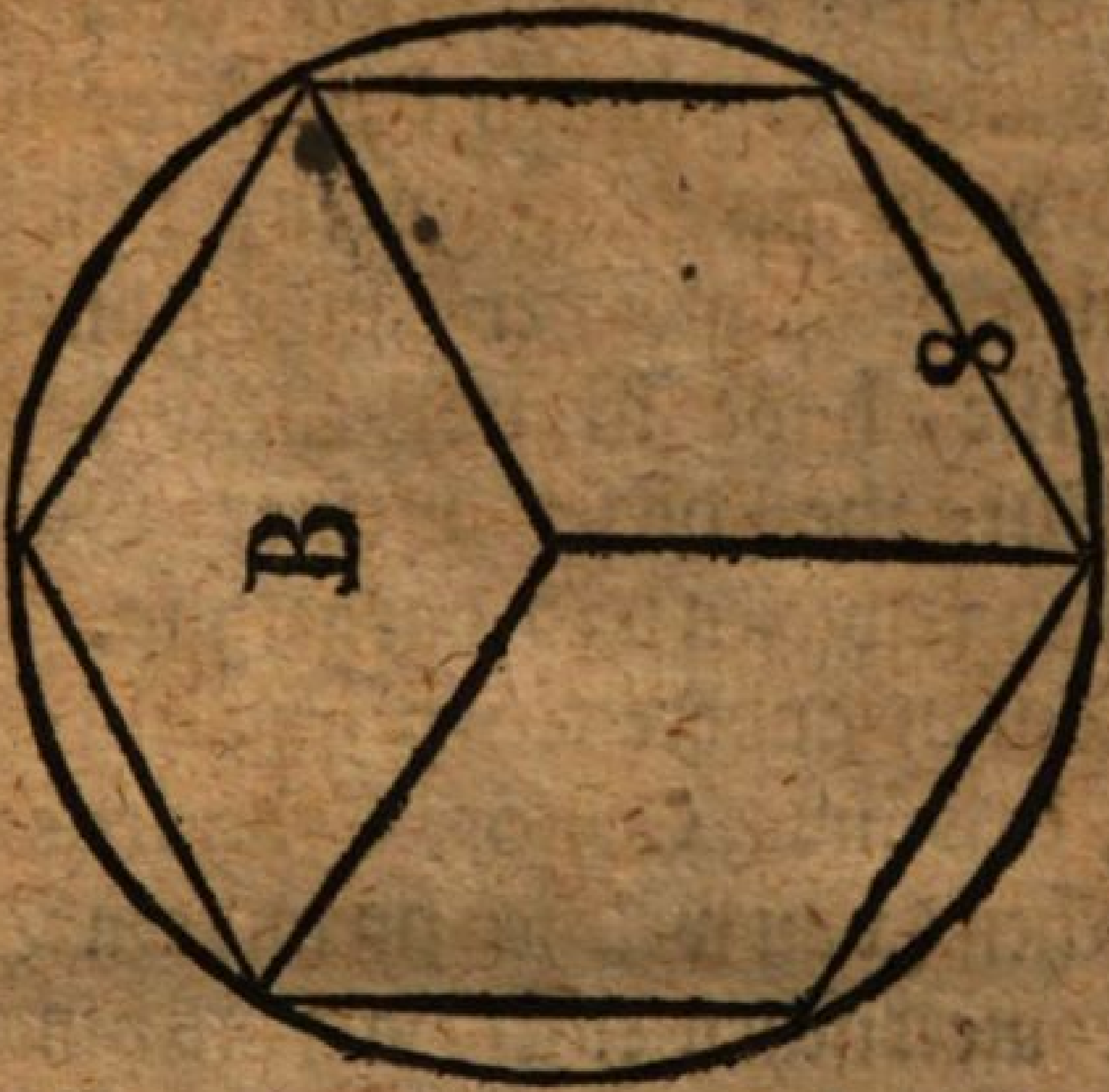
14	28
14	28
56	224
14	56
196	784
14	28
784	6272
196	1568
2744	21952

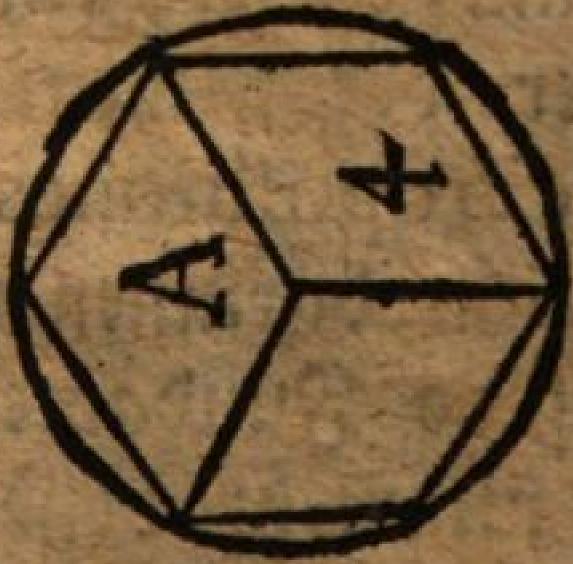
533
21952 | 8. mahl.
2744

Von Vergleichung Cubischer Figuren.

Hierüber besehe man die 33. Proposition

ſition des 11. Buchs Euclidis, nach ſolcher geſchicht die Vergleichung auch per triplicatam rationem, als:





An dem kleinen Cubo A ſey eine iede Seiten-Linea (unter den äuſerſten 6. Linien, im Circul um und um) 4. an dem gröſ-

grössern B, 8. Theile, beyde Cubisch multiplicirt thun 64. und 512. diß in einander dividirt giebt 8. ist also der kleinere Cubus im grössern 8. mahl beschlossen. Wie man es aber mit denen Parallelepipedis und Cörperlichen Eck-Figuren, da die Seiten-Linien nicht gleicher Länge seyn, machen müsse, habe ich vorgehend bey der 167. Fürgabe dieser meiner Gallerie gründlich erwiesen und dargethan.

Will man andere Corpora, als Pyramides, Prismata, Conos, Cylindros und dergleichen (von welchen im andern Buch des Geometrischen Lust-Gartens hin und wieder gnungsam gelehrt) auch unter sich gegen einander vergleichen, der schlage darüber auf die Propositiones des 11. und 12. Buchs Euclidis, darinnen wird er hierüber gleichmäßige Fundamenta finden, und dieselben nunmehr besser verstehen, nachdem gnungsam gesagt, was triplicata ratio sey.

Es wären hierüber noch unzählich viel

Exem-

Exempla mehr zu formiren, allein es können es nun andere, die Beliebung darzu tragen, gar leicht nach vorher so klar und deutlich beschehener Anweisung schon selbst zu weiterm Exercitio vornehmen. Man siehet, daß ich hierinnen meines Theils gnung gethan, und fideliter gehandelt; Ich habe mich auch durch diesen gantzen Tractat dahin beflissen, daß ich in allen dessen Propositionibus verhoffentlich nichts obscur und unsolvirt gelassen, sondern alles deutlich erklärt, damit beydes docentibus und discentibus alle remoræ und Hindernisse aus dem Wege geräumt, und solche Künste mit Lust und besserm Fleiß, als vormahls, zu GOttes Ehren und des Nechsten Nutz geübet werden möchten: Wie denn honor DEI & utilitas proximi in dem exercitio artium bißhero mein steter Vorsatz gewesen und noch ist. Womit ich diesen Tractat in GOttes Nahmen beschlüsse, und ihm vor seine verliehene Gaben hertzlich Danck sage.

GOTT allein die Ehre.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Beutel, Tobias,

Geometrischer Lustgarten darinnen die ... Geometria aus dem Euclide
gepflanzt ... ; daran ... eine ... Geometrische Gallerie ...

Leipzig 1729

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 57
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267365-1
VD18 11433809-003